叶兴阳Yeh

双语音标有声读物

叶兴阳

双音阅读英语教育创始人

双语音标阅读创始人

注音阅读英语教育之父

注音阅读英语教育之父

叶兴阳双语音标有声读物

双语对照 · 音标注音 · 有声同步

编者：*叶兴阳*

内容来源：*公共领域英文原著*

适用对象：*英语学习者、教师、研究者*

版本日期：*2025 年*

目录

共 3 个章节

1. 数学问题(mathematical Problems) 000001

2. 数学问题(mathematical Problems) 000002

3. 数学问题(mathematical Problems) 000003

使用说明

- 本目录为大字打印优化版本，正文字号 18pt，适合纸质阅读
- 电子版请访问对应 HTML 文件，支持语音播放功能
- 建议双面打印，左侧留白已优化，便于装订
- 章节标题已按字母顺序排列，便于快速查找

数学问题(Mathematical Problems)
第1/3页

['bʊlətɪn] [ʌv; əv][ðə; ði]
BULLETIN OF THE
公告 的 这

公告

[ə'merɪkən]
AMERICAN
美国人

美国人

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [sə'saɪəti]
MATHEMATICAL SOCIETY
数学 社会

数学学会

[kənˌtɪnju'eɪʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] ['bʊlətɪn] [ʌv; əv][ðə; ði] [nu:] [jɔ:k]
CONTINUATION OF THE BULLETIN OF THE NEW YORK
续篇 的 这 公告 的 这 新的 约克

《纽约公报》续篇

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [sə'saɪəti] .
MATHEMATICAL SOCIETY .
数学 社会 .

数学学会。

[ə; eɪ] [hɪ'stɔ:rɪk(ə)l] [ænd; ənd] ['krɪtɪk(ə)l] [rɪ'vju:]
A HISTORICAL AND CRITICAL REVIEW
一个 历史 和 批判的 审查

历史回顾与批判性评述

[ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns]
OF MATHEMATICAL SCIENCE
的 数学 科学

数学科学

['edɪtɪd] [baɪ][ef] . [en] . [koʊl] , [ˌælɪg'zændər] - , [ef] . ['mɔrli] ,
EDITED BY F . N . COLE , ALEXANDER ZIWET , F . MORLEY ,
编辑 经过 F . N . 油菜 , 亚历山大 - , F . 莫利 ,

由 FN COLE、ALEXANDER ZIWET、F. MORLEY 编辑

[i:] . [oʊ] . ['lʌvɪt] , [si:] . [el] . ['baʊtn] ,
E . O . LOVETT , C . L . BOUTON ,
E . 哦 . 洛维特 , C . L . 纽扣 ,

EO LOVETT，CL BOUTON，

[di:] . [i:] . [smɪθ] .
D . E . SMITH .
D . E . 史密斯 .

德·史密斯。

['vɑ:l] .
VOL .
卷 .

卷

[ˌviːˌaɪˈaɪˈaɪ] .
VIII **.**
八 .

第八章

[ɑːkˈtoʊbər] - [tuː; tə][dʒʊˈlaɪ] - .
OCTOBER **1901** **TO** **JULY** **1902** **.**
十月 - 到 七月 - .

1901年10月至1902年7月。

[ˈpʌblɪʃt] [fɔːr; fər][ðə; ði][səˈsaɪəti]
published **for** **the** **society**
已发布 为了 这 社会

为该协会出版

[baɪ]
BY
经过

经过

[ðə; ði] [məkˈmɪlən] [ˈkʌmpəni] ,
THE **MACMILLAN** **COMPANY** **,**
这 麦克米伦 公司 ,

麦克米伦公司

[ˈlæŋkæstər] , [pɑː] . , [ænd; ənd] [nuː] [jɔːk] , - .
lancaster **,** **pa** **.** **,** **and** **new** **york** **,** **1902** **.**
兰开斯特 , 帕 . , 和 新的 约克 , - .

宾夕法尼亚州兰开斯特和纽约，1902 年。

[ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] [ˈprɔːbləms]
MATHEMATICAL **PROBLEMS**
数学 问题

数学问题

[ˈlektʃər] [dɪˈlɪvərd] [bɪˈfɔːr] [ðə; ði] [ˌɪntərˈnæʃ(ə)nəl] [ˈkɑːŋgrəs] [ʌv; əv] [mæθəˈmətɪʃnz] [æt; ət]
LECTURE **DELIVERED** **BEFORE** **THE** **INTERNATIONAL** **CONGRESS** **OF** **MATHEMATICIANS** **AT**
演讲 发表 前 这 国际的 国会 的 数学家 在
[ˈpærɪs] [ɪn] - .
PARIS **IN** **1900** **.**
巴黎 在 - .

1900 年在巴黎举行的国际数学家大会上发表的演讲。

[baɪ] [prəˈfesər] [ˈdeɪvɪd] [ˈhɪlbɝt] .
BY **PROFESSOR** **DAVID** **HILBERT** **.**
经过 教授 大卫 希尔伯特 .

作者：大卫·希尔伯特教授。

[[ˌpiː ˈdʒiː][wʌn]]
[**Pg** **1** **]**
[页 1]

[第1页]

[ˈkɑːntents]
CONTENTS
内容

内容

[ˈprɑːbləm] PAGE1 .
PROBLEM **PAGE1** **.**
问题 PAGE1 .

问题页1。

['kæntɔ-z] ['prɑ:bləm] [ʌv; əv][ðə; ði] ['kɑ:rdɪnl] ['nʌmbər] [ʌv; əv][ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] . - .

CANTOR'S	PROBLEM	OF	THE	CARDINAL	NUMBER	OF	THE	CONTINUUM	.	102	.
坎托尔的	问题	的	这	红衣主教	数字	的	这	连续体	.	-	.

康托尔关于连续统基数的问题。102.

[ðə; ði] [kəm,pætə'bɪlətɪ] [ʌv; əv][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['æksi:əmz] . - .

THE	COMPATIBILITY	OF	THE	ARITHMETICAL	AXIOMS	.	113	.
这	兼容性	的	这	算术	公理	.	-	.

算术公理的兼容性。113.

[ðə; ði] [i'kwɑ:ləti] [ʌv; əv][ðə; ði] ['vɑ:ljəmz] [ʌv; əv] [tu:] [ˌtɛtrə'hi:drə] [ʌv; əv] ['i:kwəl] ['beɪsi:z][ænd; ənd]

THE	EQUALITY	OF	THE	VOLUMES	OF	TWO	TETRAHEDRA	OF	EQUAL	BASES	AND
这	平等	的	这	卷	的	二	四面体	的	平等的	基地	和

['i:kwəl] ['æltɪtju:dz] . - .

EQUAL	ALTITUDES	.	134	.
平等的	海拔	.	-	.

底面相等、高度相等的两个四面体的体积相等。134.

['prɑ:bləm] [ʌv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn]

PROBLEM	OF	THE	STRAIGHT	LINE
问题	的	这	直的	线

直线问题

[æz; əz][ðə; ði] ['ʃɔ:rtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twi:n] [tu:] [pɔɪnts] . - .

AS	THE	SHORTEST	DISTANCE	BETWEEN	TWO	POINTS	.	135	.
作为	这	最短	距离	之间	二	积分	.	-	.

两点之间的最短距离。135.

[laɪz] ['kɑ:nsept] [ʌv; əv][ə; eɪ] [kən'tɪnjuəs] [gru:p] [ʌv; əv] [ˌtrænsfɔ-'meɪʃənz] [wɪ'ðaʊt] [ðə; ði]

LIE'S	CONCEPT	OF	A	CONTINUOUS	GROUP	OF	TRANSFORMATIONS	WITHOUT	THE
谎言	概念	的	一个	连续的	团体	的	转变	没有	这

[ə'sʌmpʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] ['difə,renʃiə'biləti] [ʌv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ði] [gru:p] .

ASSUMPTION	OF	THE	DIFFERENTIABILITY	OF	THE	FUNCTIONS	DEFINING	THE	GROUP	.
假设	的	这	可微性	的	这	函数	定义	这	团体	.

- .

156	.
-	.

李氏连续变换群的概念，无需假设定义该群的函数是可微的。156.

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['tri:tmənt] [ʌv; əv][ðə; ði]['æksi:əmz][ʌv; əv] ['fɪzɪks] . -

MATHEMATICAL	TREATMENT	OF	THE	AXIOMS	OF	PHYSICS	.	18
数学	治疗	的	这	公理	的	物理	.	-

物理学公理的数学处理.18

['sɛvən] . [ɪˌræʃə'næləti] [ænd; ənd] [træn'sendəns] [ʌv; əv] ['sɜ:rt(ə)n] ['nʌmbərz] . - .

7	.	IRRATIONALITY	AND	TRANSCENDENCE	OF	CERTAIN	NUMBERS	.	198	.
7	.	非理性	和	超越	的	肯定	数字	.	-	.

7. 某些数的非理性和超越性.198.

['prɔ:bləms] [ʌv; əv] [praɪm] ['nʌmbərz] . - .

PROBLEMS	OF	PRIME	NUMBERS	.	209	.
问题	的	主要的	数字	.	-	.

质数问题.209.

[pru:f] [ʌv; əv][ðə; ði][moʊst]['dʒen(ə)rəl] [lɔ:] [ʌv; əv] [ˌresɪ'prɑ:səti] [ɪn] ['eni] ['nʌmbər] [fi:ld] . - .

PROOF	OF	THE	MOST	GENERAL	LAW	OF	RECIPROCITY	IN	ANY	NUMBER	FIELD	.	2110	.
证明	的	这	最多	一般的	法律	的	互惠	在	任何	数字	场地	.	-	.

任意数域中最普遍的互惠律的证明.2110。

[dɪˌtɜ:rmɪ'neɪʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] [sɑ:lvə'bɪləti] [ʌv; əv][ə; eɪ] [ˌdɑiə'fæntɑin] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] . - .

DETERMINATION	OF	THE	SOLVABILITY	OF	A	DIOPHANTINE	EQUATION	.	2211	.
决心	的	这	可解性	的	一个	丢番图	方程	.	-	.

二番桐方程可溶性的测定.2211.

[kwɑ:'drætɪk] [fɔ:rmz] [wɪð; wɪθ] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [nu:'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] . - .

QUADRATIC	FORMS	WITH	ANY	ALGEBRAIC	NUMERICAL	COEFFICIENTS	.	2212	.
二次函数	表格	和	任何	代数	数值	系数	.	-	.

具有任意代数数值系数的二次型。2212。

[ɪk'stenʃ(ə)n] [ʌv; əv] - ['θi:ərəm] [ɑ:n] [ə'bi:ljən] [fi:ldz] [tu:; tə] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [relm]

EXTENSION	OF	KRONECKER'S	THEOREM	ON	ABELIAN	FIELDS	TO	ANY	ALGEBRAIC	REALM
扩大	的	-	定理	在	阿贝尔	字段	到	任何	代数	领域

[ʌv; əv] [ˌræʃə'nælətɪ] . - .

OF	RATIONALITY	.	2213	.
的	理性	.	-	.

将克罗内克关于阿贝尔域的定理推广到任何有理代数域。2213.

[ɪmˌpɑ:sə'bɪlətɪ] [ʌv; əv][ðə; ðɪ] [sə'lu:ʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ðɪ]['dʒen(ə)rəl] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ðɪ] 7TH [dɪ'gri:]

IMPOSSIBILITY	OF	THE	SOLUTION	OF	THE	GENERAL	EQUATION	OF	THE	7TH	DEGREE
不可能	的	这	解决方案	的	这	一般的	方程	的	这	7TH	程度

[baɪ] [mi:nz] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] ['oʊnli] [tu:] ['ɑ:rgju:mənts] . - .

BY	MEANS	OF	FUNCTIONS	OF	ONLY	TWO	ARGUMENTS	.	2514	.
经过	方法	的	函数	的	仅有的	二	论点	.	-	.

用仅有两个自变量的函数无法求解七次一般方程。2514.

[pru:f] [ʌv; əv][ðə; ðɪ] ['faɪnaɪtˌnɪs] [ʌv; əv] ['sɜ:rt(ə)n] [kəm'pli:t] ['sɪstəmz] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] . - .

PROOF	OF	THE	FINITENESS	OF	CERTAIN	COMPLETE	SYSTEMS	OF	FUNCTIONS	.	2615	.
证明	的	这	有限性	的	肯定	完全的	系统	的	函数	.	-	.

某些完备函数系统的有限性证明.2615.

['rɪgərəs] [faʊn'deɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['ʃu:bɝts] [ɪ'nu:məreɪtɪv] ['kælkjələs] . - .

RIGOROUS	FOUNDATION	OF	SCHUBERT'S	ENUMERATIVE	CALCULUS	.	2816	.
严格的	基础	的	舒伯特的	枚举的	结石	.	-	.

舒伯特计数微积分的严格基础.2816。

['prɑ:bləm] [ʌv; əv][ðə; ðɪ] [tə'pɑ:lədʒi] [ʌv; əv] [ˌældʒɪ'breɪɪk] ['kɜ:vz] [ænd; ənd]['sɜ:fəsəz, 'sɜ:fəsɪz] . - .

PROBLEM	OF	THE	TOPOLOGY	OF	ALGEBRAIC	CURVES	AND	SURFACES	.	2817	.
问题	的	这	拓扑	的	代数	曲线	和	表面	.	-	.

代数曲线和曲面的拓扑问题.2817.

[ɪk'spreʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['defɪnət] [fɔ:rmz] [baɪ] [skwer] . - .

EXPRESSION	OF	DEFINITE	FORMS	BY	SQUARES	.	2918	.
表达	的	定	表格	经过	正方形	.	-	.

用平方表示确定形式.2918。

['bɪldɪŋ] [ʌp] [ʌv; əv] [speɪs] [frʌm; frəm] ['kɑ:ŋgruənt] [ˌpɔli'hi:drə, -'he-] . - .

BUILDING	UP	OF	SPACE	FROM	CONGRUENT	POLYHEDRA	.	3019	.
建筑	向上	的	空间	从	全等	多面体	.	-	.

从全等多面体构建空间.3019.

[ɑ:r; ər][ðə; ðɪ] [sə'lu:ʃənz] [ʌv; əv] ['regjələr] ['prɔ:bləms] [ɪn] [ðə; ðɪ] ['kælkjələs] [ʌv; əv] [ˌveəri:'eiʃənz]

ARE	THE	SOLUTIONS	OF	REGULAR	PROBLEMS	IN	THE	CALCULUS	OF	VARIATIONS
是	这	解决方案	的	常规的	问题	在	这	结石	的	变体

['ɔ:lweɪz] [ˌnesə'serəli] [ˌænə'lɪtɪk] ? - .

ALWAYS	NECESSARILY	ANALYTIC	?	3220	.
总是	一定	分析	?	-	.

变分法中常规问题的解总是必然是解析的吗? 3220.

[ðə; ðɪ]['dʒen(ə)rəl] ['prɑ:bləm] [ʌv; əv] ['baʊndrɪ] ['vælju:z] . - .

THE	GENERAL	PROBLEM	OF	BOUNDARY	VALUES	.	3421	.
这	一般的	问题	的	边界	值	.	-	.

边界值的一般问题.3421.

[pru:f] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv] ['lɪniər] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ['hævɪŋ] [ə; eɪ]
PROOF **OF** **THE** **EXISTENCE** **OF** **LINEAR** **DIFFERENTIAL** **EQUATIONS** **HAVING** **A**
证明 的 这 存在 的 线性 微分 方程式 拥有 一个
[prɪ'skraɪbd] [mɒnɒd'rəʊmɪk] [gru:p] . - .
PRESCRIBED **MONODROMIC** **GROUP** **.** **3422** **.**
规定 单向 团体 . - .

证明具有指定单值群的线性微分方程的存在性.3422.

- [ʌv; əv] [ˌænə'lɪtɪk] [-] [baɪ] [mi:nz] [ʌv; əv] [ˌɔ:tə'mɔ:fik] ['fʌŋkʃnz] .
UNIFORMIZATIOM **OF** **ANALYTIC** **RELATION'S** **BY** **MEANS** **OF** **AUTOMORPHIC** **FUNCTIONS** **.**
- 的 分析 关系 经过 方法 的 自守 函数 .
- .
3523 **.**
- .

利用自守函数对解析关系进行统一化.3523.

['fɜ:rðər] [dɪ'veləpmənt] [ʌv; əv][ðə; ði] ['meθədz] [ʌv; əv][ðə; ði] ['kælkjələs] [ʌv; əv][ˌveəri:'eiʃənz] . -
FURTHER **DEVELOPMENT** **OF** **THE** **METHODS** **OF** **THE** **CALCULUS** **OF** **VARIATIONS** **.** **36**
更远 发展 的 这 方法 的 这 结石 的 变体 . -

进一步发展变分法。36

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['prɔ:bləms] [[wʌn]]
MATHEMATICAL **PROBLEMS** **[** **1** **]**
数学 问题 [1]

数学问题[1]

[hu:] [ʌv; əv][ju: 'es] [wʊd] [nɑ:t][bi:; bi][glæd][tu:; tə][lɪft][ðə; ði][veɪl][bɪ'haɪnd] [wɪtʃ] [ðə; ði]['fju:tʃər][laɪz]
Who **of** **us** **would** **not** **be** **glad** **to** **lift** **the** **veil** **behind** **which** **the** **future** **lies**
WHO 的 我们 会 不是 是 高兴的 到 举起 这 面纱 在后面 哪个 这 未来 谎言
['hɪd(ə)n] ;
hidden **;**
隐 ;

谁不想揭开未来隐藏的面纱呢?

[tu:; tə][kæst][ə; eɪ] [glæns] [æt; ət][ðə; ði][nekst] [əd'vænsɪz] [ʌv; əv]['aʊər; ɑ:r] ['saɪəns] [ænd; ənd][æt; ət][ðə; ði]
to **cast** **a** **glance** **at** **the** **next** **advances** **of** **our** **science** **and** **at** **the**
到 投掷 一个 瞥一眼 在 这 下一个 进展 的 我们的 科学 和 在 这
['si:krɪts] [ʌv; əv][ɪts] [dɪ'veləpmənt] ['dʊrɪŋ] ['fju:tʃər] ['sentʃəriz] ?
secrets **of** **its** **development** **during** **future** **centuries** **?**
秘密 的 它是 发展 期间 未来 几个世纪 ?

一窥我们科学的未来发展方向以及未来几个世纪的发展奥秘?

[wʌt] [pər'tɪkjələr] [goʊlz] [wɪl] [ðer; ðər][bi:; bi] [tɔ:rd] [wɪtʃ] [ðə; ði]['li:dɪŋ; 'ledɪŋ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['spɪrɪts]
What **particular** **goals** **will** **there** **be** **toward** **which** **the** **leading** **mathematical** **spirits**
什么 特别的 目标 将要 那里 是 朝向 哪个 这 领导 数学 烈酒
[ʌv; əv] ['kʌmɪŋ] [ˌdʒɛnɝ'eɪʃənz] [wɪl] [straɪv] ?
of **coming** **generations** **will** **strive** **?**
的 未来 几代人 将要 努力 ?

未来几代杰出的数学家们将会朝着哪些具体目标努力?

[wʌt] [nu:] ['meθədz] [ænd; ənd] [nu:] [fækts][ɪn][ðə; ði][waɪd][ænd; ənd] [rɪtʃ] [fi:ld] [ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]
What **new** **methods** **and** **new** **facts** **in** **the** **wide** **and** **rich** **field** **of** **mathematical**
什么 新的 方法 和 新的 事实 在 这 宽的 和 富有的 场地 的 数学
[θɔ:t] [wɪl] [ðə; ði] [nu:] ['sentʃəriz] [dɪs'kloʊz] ?
thought **will** **the** **new** **centuries** **disclose** **?**
想法 将要 这 新的 几个世纪 透露 ?

在广阔而丰富的数学思想领域，新的几个世纪将会揭示哪些新的方法和新的事实?

['hɪstri; 'hɪstəri] ['ti:tʃɪz] [ðə; ði][ˌkɑ:ntɪ'nu:əti][ʌv; əv][ðə; ði] [dɪ'veləpmənt] [ʌv; əv] ['saɪəns] .
History **teaches** **the** **continuity** **of** **the** **development** **of** **science** **.**
历史 教导 这 连续性 的 这 发展 的 科学 .

历史告诉我们科学发展的连续性。

[wiː; wi] [noʊ] [ðæt] ['evri] [eɪdʒ][hæz; həz][ɪts] [oʊn] ['prɔːbləms] ,

We	know	that	every	age	has	its	own	problems	,
我们	知道	那	每一个	年龄	有	它是自己的		问题	,

我们知道每个时代都有其自身的问题，

[wɪtʃ] [ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] [eɪdʒ] ['iːðər] [sɔlvz] [ɔːr]['kæsts][ə'saɪd][æz; əz] ['prɑːfɪtləs] [ænd; ənd] [rɪ'pleɪsɪz] [baɪ]

which	the	following	age	either	solves	or	casts	aside	as	profitless	and	replaces	by
哪个	这	下列的	年龄	任何一个	解决	或者	演员	旁边	作为	无利可图	和	替换	经过

[nuː] [wʌnz] .

new	ones	.
新的	一个	.

后世要么解决这些问题，要么认为这些问题无益而将其抛弃，并用新问题取而代之。

[ɪf] [wiː; wi] [wʊd] [əb'teɪn][æn; ən][aɪ'diːə][ʌv; əv][ðə; ði]['prɑːbəb(ə)l] [dɪ'veləpmənt] [ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

If	we	would	obtain	an	idea	of	the	probable	development	of	mathematical
如果	我们	会	获得	一个	主意	的	这	可能	发展	的	数学

['nɑːlɪdʒ] [ɪn][ðə; ði] [ɪ'miːdiət] ['fjuːtʃər] ,

knowledge	in	the	immediate	future	,
知识	在	这	即时	未来	,

如果我们能够了解数学知识在不久的将来可能的发展方向，

[wiː; wi][mʌst; məst][let][ðə; ði] [ʌn'setld] ['kwestʃənz] [pæs] [bɪ'fɔːr] ['aʊər; ɑːr][maɪndz][ænd; ənd] [lʊk] ['oʊvər]

we	must	let	the	unsettled	questions	pass	before	our	minds	and	look	over
我们	必须	让	这	不安的	问题	经过	前	我们的	思想	和	看	超过

[ðə; ði]['prɔːbləms] [wɪtʃ] [ðə; ði] ['saɪəns] [ʌv; əv][tuː; tə] - [deɪ] [sets][ænd; ənd] [huːz] [sə'luːʃ(ə)n][wiː; wi]

the	problems	which	the	science	of	to	-	day	sets	and	whose	solution	we
这	问题	哪个	这	科学	的	到	-	天	套	和	谁	解决方案	我们

[ɪk'spekt][frʌm; frəm][ðə; ði]['fjuːtʃər] .

expect	from	the	future	.
预计	从	这	未来	.

我们必须让那些悬而未决的问题从脑海中过去，仔细审视当今科学提出的问题，以及我们期望未来能够解决的问题。

[tuː; tə] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [rɪ'vjuː] [ʌv; əv]['prɔːbləms][ðə; ði]['prez(ə)nt][deɪ] , ['laɪɪŋ] [æt; ət][ðə; ði] ['miːtɪŋ] [ʌv; əv]

To	such	a	review	of	problems	the	present	day	,	lying	at	the	meeting	of
到	这样的	一个	审查	的	问题	这	展示	天	,	说谎	在	这	会议	的

[ðə; ði] ['sentʃəriz] ,

the	centuries	,
这	几个世纪	,

对当今问题的这种审视，正处于几个世纪的交汇点，

[siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː] [wel] [ə'dæptɪd] .

seems	to	me	well	adapted	.
似乎	到	我	出色地	改编	.

我觉得他适应得很好。

[fɔːr; fər][ðə; ði][kloʊz][ʌv; əv][ə; eɪ] [greɪt] ['epək] [nɑːt]['oʊnli][in'vaits] [ˌjuː 'es][tuː; tə] [lʊk] [bæk] ['ɪntuː][ðə; ði]

For	the	close	of	a	great	epoch	not	only	invites	us	to	look	back	into	the
为了	这	关闭	的	一个	伟大的	时代	不是	仅有的	邀请	我们	到	看	后退	进入	这

[pæst][bʌt; bət]['ɔːlsoʊ][di'rekts]['aʊər; ɑːr] [θɔːts] [tuː; tə][ðə; ði] [ˌʌn'noʊn] ['fjuːtʃər] .

past	but	also	directs	our	thoughts	to	the	unknown	future	.
过去的	但	还	导演	我们的	想法	到	这	未知	未来	.

一个伟大时代的结束不仅促使我们回顾过去，也引导我们思考未知的未来。

[[ˌpiː 'dʒiː][ˌtuː'tuː]]

[	Pg	2	]
[	页	2	]

[ðə; ði] [di:p] [sɪg'nɪfɪkəns] [ʌv; əv]['sɜ:rt(ə)n]['prɔ:bləms][fɔ:r; fər][ðə; ði][æd'væns][ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

The	deep	significance	of	certain	problems	for	the	advance	of	mathematical
这	深的	意义	的	肯定	问题	为了	这	进步	的	数学

['saɪəns] [ɪn]['dʒen(ə)rəl][ænd; ənd][ðə; ði][ɪm'pɔ:rt(ə)nt][roʊl] [wɪtʃ] [ðeɪ] [pleɪ] [ɪn][ðə; ði][wɜ:rk][ʌv; əv][ðə; ði]

science	in	general	and	the	important	rôle	which	they	play	in	the	work	of	the
科学	在	一般的	和	这	重要的	角色	哪个	他们	玩	在	这	工作	的	这

[ˌɪndɪ'vɪdʒuəl] [ɪn'vestɪgeɪtər] [ɑ:r; ər][nɑ:t][tu:; tə][bi:; bi] [dɪ'naɪd] .

individual	investigator	are	not	to	be	denied	.
个人	研究者	是	不是	到	是	否认	.

某些问题对于数学科学的整体进步具有深远的意义，并且在个别研究者的工作中发挥着重要的作用，这一点不容否认。

[æz; əz] [lɔ:ŋ] [æz; əz][ə; eɪ] [bræntʃ] [ʌv; əv] ['saɪəns] ['ɔfɝz] [æn; ən] [ə'bʌndəns] [ʌv; əv]['prɔ:bləms] , [soʊ]

As	long	as	a	branch	of	science	offers	an	abundance	of	problems	,	so
作为	长的	作为	一个	分支	的	科学	优惠	一个	丰富	的	问题	,	所以

[lɔ:ŋ] [ɪz][ˌaɪ 'ti:][ə'laɪv] ;

long	is	it	alive	;
长的	是	它	活	;

只要一个科学分支能够提供大量的问题，它就一直存在；

[ə; eɪ] [læk] [ʌv; əv]['prɔ:bləms] [fɔ:'ʃædəuz] [ɪk'stɪŋkʃ(ə)n][ɔ:r][ðə; ði] [se'seɪʃn] [ʌv; əv] [ˌɪndɪ'pendənt]

a	lack	of	problems	foreshadows	extinction	or	the	cessation	of	independent
一个	缺少	的	问题	预兆	灭绝	或者	这	停止	的	独立的

[dɪ'veləpmənt] .

development	.
发展	.

缺乏问题预示着灭绝或独立发展的终止。

[dʒʌst][æz; əz] ['evri] ['hju:mən] [ˌʌndər'teɪkɪŋ] [pə'sju:z] ['sɜ:rt(ə)n]['ɑ:bdʒekts] , [soʊ]['ɔ:lsoʊ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

Just	as	every	human	undertaking	pursues	certain	objects	,	so	also	mathematical
只是	作为	每一个	人类	承诺	追寻	肯定	对象	,	所以	还	数学

['ri:sɜ:rtʃ] [rɪ'kwaɪrz] [ɪts]['prɔ:bləms] .

research	requires	its	problems	.
研究	需要	它是	问题	.

正如人类的任何事业都追求某些目标一样，数学研究也需要解决某些问题。

[ˌaɪ 'ti:][ɪz][baɪ][ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n][ʌv; əv]['prɔ:bləms] [ðæt] [ðə; ði] [ɪn'vestɪgeɪtər] [tests] [ðə; ði] ['tempər] [ʌv; əv]

It	is	by	the	solution	of	problems	that	the	investigator	tests	the	temper	of
它	是	经过	这	解决方案	的	问题	那	这	研究者	测试	这	脾气	的

[hɪz; ɪz] [sti:l] ;

his	steel	;
他的	钢	;

调查者只有通过解决问题来检验自己的意志和决心；

[hi:; hi][faindz] [nu:] ['meθədz] [ænd; ənd] [nu:] ['autluks] , [ænd; ənd][geɪnz][ə; eɪ]['waɪdər][ænd; ənd]['fri:ə(r)]

he	finds	new	methods	and	new	outlooks	,	and	gains	a	wider	and	freer
他	发现	新的	方法	和	新的	展望	,	和	收益	一个	更广泛	和	更自由

[hə'raɪz(ə)n] .

horizon	.
地平线	.

他找到了新的方法和新的视角，获得了更广阔、更自由的视野。

[ˌaɪ 'ti:][ɪz] ['dɪfɪkəlt] [ænd; ənd]['ɔ:f(ə)n][ɪm'pɑ:səb(ə)l][tu:; tə][dʒʌdʒ][ðə; ði]['vælju:][ʌv; əv][ə; eɪ]['prɑ:bləm]

It	is	difficult	and	often	impossible	to	judge	the	value	of	a	problem
它	是	难的	和	经常	不可能的	到	法官	这	价值	的	一个	问题

[kə'rektli] [ɪn] [æd'væns] ;

correctly	in	advance	;
正确	在	进步	;

事先正确判断一个问题的价值是困难的，而且往往是不可能的；

[fɔːr; fər][ðə; ði]['faɪn(ə)l][ə'wɔːrd] [dɪ'pendz] [ə'pɑːn][ðə; ði][geɪn] [wɪtʃ] ['saɪəns] [əb'teinz] [frʌm; frəm][ðə; ði]

for	the	final	award	depends	upon	the	gain	which	science	obtains	from	the
为了	这	最终的	奖	取决于	之上	这	获得	哪个	科学	获得	从	这

['prɑːbləm] .

problem	.
问题	.

最终的奖项取决于科学从该问题中获得的收益。

[ˌnevərðə'les] [wiː; wi][kæn; kən][æsk] ['weðər] [ðer; ðər][ɑːr; ər]['dʒen(ə)rəl][kraɪ'tɪriə] [wɪtʃ] [mɑːrk][ə; eɪ]

Nevertheless	we	can	ask	whether	there	are	general	criteria	which	mark	a
尽管如此	我们	能	问	无论	那里	是	一般的	标准	哪个	标记	一个

[gʊd] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɑːbləm] .

good	mathematical	problem	.
好的	数学	问题	.

然而，我们可以探讨是否存在一些通用的标准来评判一个好的数学问题。

[æn; ən][oʊld] [frentʃ] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [sed] :

An	old	French	mathematician	said	:
一个	老的	法语	数学家	说	:

一位法国老数学家曾说过：

" [ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['θiːəri] [ɪz][nɑːt][tuː; tə][biː; bi] [kən'sɪdərd] [kəm'pliːt] [ʌn'tɪl][juː; jʊ][hæv; həv] [meɪd]

"	A	mathematical	theory	is	not	to	be	considered	complete	until	you	have	made
"	一个	数学	理论	是	不是	到	是	经过考虑的	完全的	直到	你	有	制成

[ˌaɪ 'tiː][soʊ] [klɪr] [ðæt] [juː; jʊ][kæn; kən][ɪk'spleɪn][ˌaɪ 'tiː][tuː; tə][ðə; ði][fɜːrst][mæn] [huːm] [juː; jʊ] [miːt] [ɑːn]

it	so	clear	that	you	can	explain	it	to	the	first	man	whom	you	meet	on
它	所以	清除	那	你	能	解释	它	到	这	第一的	男人	谁	你	见面	在

[ðə; ði] [striːt] .

the	street	.
这	街道	.

“只有当你能够把一个数学理论解释得如此清楚，以至于你可以把它解释给你在街上遇到的第一个人时，这个数学理论才算是完整的。”

" [ðɪs] ['klɪrnəs] [ænd; ənd] [iːz] [ʌv; əv] [ˌkɑːmprɪ'henʃ(ə)n] , [hɪr] [ɪn'sɪstɪd] [ɑːn][fɔːr; fər][ə; eɪ]

"	This	clearness	and	ease	of	comprehension	,	here	insisted	on	for	a
"	这	清晰度	和	舒适	的	理解	,	这里	坚持	在	为了	一个

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['θiːəri] ,

mathematical	theory	,
数学	理论	,

“这种清晰易懂的特点，在这里被强调用于数学理论，

[aɪ][ʃʊd; ʃəd] [stɪl] [mɔːr] [dɪ'mænd][fɔːr; fər][ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɑːbləm] [ɪf] [ˌaɪ 'tiː][ɪz][tuː; tə][biː; bi]

I	should	still	more	demand	for	a	mathematical	problem	if	it	is	to	be
我	应该	仍然	更多的	要求	为了	一个	数学	问题	如果	它	是	到	是

['pɜːrfɪkt] ;

perfect	;
完美的	;

如果一个数学问题要达到完美，我应该提出更高的要求；

[fɔːr; fər] [wʌt] [ɪz] [klɪr] [ænd; ənd] ['iːzəli] [ˌkɔmpri'hendid] [ə'trækts] , [ðə; ði]['kɑːmplɪkeɪtɪd] [rɪ'pel] [ˌjuː 'es] .

for	what	is	clear	and	easily	comprehended	attracts	,	the	complicated	repels	us	.
为了	什么	是	清除	和	容易地	理解	吸引	,	这	复杂的	排斥	我们	.

清晰易懂的事物更具吸引力，复杂的事物则令人反感。

[mɔːr'oʊvər][ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɑːbləm][ʃʊd; ʃəd][biː; bi] ['dɪfɪkəlt] [ɪn]['ɔːrdər][tuː; tə] [ɪn'taɪs] [ˌjuː 'es] , [jet]

Moreover	a	mathematical	problem	should	be	difficult	in	order	to	entice	us	,	yet
而且	一个	数学	问题	应该	是	难的	在	命令	到	诱惑	我们	,	然而

[nɑːt] [kəm'pliːtli] [ˌɪnək'sesəb(ə)l] ,

not	completely	inaccessible	,
不是	完全地	无法进入	,

此外，一个好的数学问题应该具有挑战性，才能吸引我们，但又不能完全无法解决。

[lest] [ˌaɪ ˈtiː] [mɑːk] [æt; ət] [ˈaʊər; ɑːr] [ˈefərts] .

lest	it	mock	at	our	efforts	.
免得	它	嘲笑	在	我们的	努力	.

免得它嘲笑我们的努力。

[ˌaɪ ˈtiː] [ʃʊd; ʃəd] [biː; bi] [tuː; tə] [juː ˈes] [ə; eɪ] [gaɪd] [poʊst] [ɑːn] [ðə; ði] [ˈmeɪzi] [peɪðz] [tuː; tə] [ˈhɪd(ə)n] [trʊθs] ,

It	should	be	to	us	a	guide	post	on	the	mazy	paths	to	hidden	truths	,
它	应该	是	到	我们	一个	指导	邮政	在	这	迷宫	路径	到	隐	真相	,

它应该成为我们通往隐藏真相的迷宫道路上的指路明灯。

[ænd; ənd] [ˈʌltɪmətli] [ə; eɪ] [rɪˈmaɪndər] [ʌv; əv] [ˈaʊər; ɑːr] [ˈpleʒər] [ɪn] [ðə; ði] [səkˈsesf(ə)l] [səˈluːʃ(ə)n] .

and	ultimately	a	reminder	of	our	pleasure	in	the	successful	solution	.
和	最终	一个	提醒	的	我们的	乐趣	在	这	成功的	解决方案	.

最后，这也提醒我们，我们对解决方案的成功感到欣喜。

[ðə; ði] [mæθəˈmətɪʃnz] [ʌv; əv] [pæst] [ˈsentʃəriz] [wɜːr; wər] [əˈkʌstəmd] [tuː; tə] [dɪˈvoʊt] [ðəmˈselvz]

The	mathematicians	of	past	centuries	were	accustomed	to	devote	themselves
这	数学家	的	过去的	几个世纪	是	习惯	到	奉献	他们自己

[tuː; tə] [ðə; ði] [səˈluːʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ˈdɪfɪkəlt] [pərˈtɪkjələr] [ˈprɔːbləms] [wɪð; wɪθ] [ˈpæʃənət] [ziːl] .

to	the	solution	of	difficult	particular	problems	with	passionate	zeal	.
到	这	解决方案	的	难的	特别的	问题	和	热情的	热情	.

过去几个世纪的数学家们习惯于满怀热情地致力于解决棘手的特定问题。

[ðeɪ] [nuː] [ðə; ði] [ˈvæljuː] [ʌv; əv] [ˈdɪfɪkəlt] [ˈprɔːbləms] .

They	knew	the	value	of	difficult	problems	.
他们	知道	这	价值	的	难的	问题	.

他们深知难题的价值。

[aɪ] [rɪˈmaɪnd] [juː; jʊ] [ˈoʊnli] [ʌv; əv] [ðə; ði] " [ˈprɑːbləm] [ʌv; əv] [ðə; ði] [laɪn] [ʌv; əv] [ˈkwɪkɪst] [dɪˈsent] ,

I	remind	you	only	of	the	"	problem	of	the	line	of	quickest	descent	,
我	提醒	你	仅有的	的	这	"	问题	的	这	线	的	最快	下降	,

我只是想提醒你们一下“最快下降路线的问题”，

" [prəˈpoʊzd] [baɪ] [dʒɑːn] [bərˈnuːli] .

"	proposed	by	John	Bernoulli	.
"	建议的	经过	约翰	伯努利	.

由约翰·伯努利提出。

[ɪkˈspɪriəns] [ˈtiːtʃɪz] , [ɪkˈspleɪnz] [bərˈnuːli] [ɪn] [ðə; ði] [ˈpʌblɪk] [əˈnaʊnsmənt] [ʌv; əv] [ðɪs] [ˈprɑːbləm] ,

Experience	teaches	,	explains	Bernoulli	in	the	public	announcement	of	this	problem	,
经验	教导	,	解释	伯努利	在	这	民众	公告	的	这	问题	,

伯努利在公开宣布这个问题时解释说，经验告诉我们：

[ðæt] [ˈlɔːfti] [maɪndz] [ɑːr; ər] [led] [tuː; tə] [straɪv] [fɔːr; fər] [ðə; ði] [ædˈvæns] [ʌv; əv] [ˈsaɪəns] [baɪ] [ˈnʌθɪŋ] [mɔːr]

that	lofty	minds	are	led	to	strive	for	the	advance	of	science	by	nothing	more
那	高远	思想	是	引领	到	努力	为了	这	进步	的	科学	经过	没有什么	更多的

[ðæn; ðən] [baɪ] [ˈleɪɪŋ] [bɪˈfɔːr] [ðem; ðəm] [ˈdɪfɪkəlt] [ænd; ənd] [æt; ət] [ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ˈjuːsf(ə)l] [ˈprɔːbləms]

than	by	laying	before	them	difficult	and	at	the	same	time	useful	problems
比	经过	躺下	前	他们	难的	和	在	这	相同的	时间	有用	问题

,

,

,

那些胸怀高远的人们之所以能够为科学的进步而努力奋斗，唯一的动力就是给他们提出既困难又有用的问题。

[ænd; ənd] [hiː; hi] [ˈðerfɔːr] [hoʊps] [tuː; tə] [ɜːrn] [ðə; ði] [θæŋks] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] [wɜːrld] [baɪ]

and	he	therefore	hopes	to	earn	the	thanks	of	the	mathematical	world	by
和	他	所以	希望	到	赚	这	谢谢	的	这	数学	世界	经过

['fɑːloʊɪŋ] [ðə; ði] [ɪgˈzæmp(ə)l] [ʌv; əv] [men] [laɪk] [mɜːrˈsɛn] ,

following	the	example	of	men	like	Mersenne	,
下列的	这	例子	的	男人	喜欢	梅森	,

因此，他希望通过效仿梅森等人的榜样来赢得数学界的赞赏。

['pæskl] , ['fɜɹmæt] ,
Pascal , Fermat ,
帕斯卡尔 , 费马 ,

帕斯卡、费马、

[ˌviːviːˈɑːni][ænd; ənd] ['ʌðər] [ænd; ənd] ['leɪɪŋ] [bɪˈfɔːr] [ðə; ði] [dɪˈstɪŋgwɪʃt] ['ænəlɪsts] [ʌv; əv][hɪz; ɪz][taɪm]
Viviani and others and laying before the distinguished analysts of his time
维维亚尼 和 其他的 和 躺下 前 这 杰出的 分析师 的 他的 时间
[ə; eɪ]['prɑːbləm][baɪ] [wɪtʃ] ,
a problem by which ,
一个 问题 经过 哪个 ,

维维亚尼等人向当时杰出的分析家们提出了一个问题，即：

[æz; əz][ə; eɪ] ['tʌtʃstoʊn] , [ðeɪ] [meɪ] [test][ðə; ði]['vælju:][ʌv; əv][ðer; ðər] ['meθədz] [ænd; ənd] ['meʒər]
as a touchstone , they may test the value of their methods and measure
作为 一个 试金石 , 他们 可能 测试 这 价值 的 他们的 方法 和 措施
[ðer; ðər] [streŋθ] .
their strength .
他们的 力量 .

作为试金石，他们可以检验自己方法的价值，衡量自己的实力。

[ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][ˌveəriːˈeiʃənz] [oʊz] [ɪts]['ɔːrɪdʒɪn][tuː; tə] [ðɪs] ['prɑːbləm][ʌv; əv] [bər'nuːli] [ænd; ənd]
The calculus of variations owes its origin to this problem of Bernoulli and
这 结石 的 变体 欠款 它是 起源 到 这 问题 的 伯努利 和
[tuː; tə]['sɪmələr]['prɔːbləms] .
to similar problems .
到 相似的 问题 .

变分法的起源要归功于伯努利问题及类似问题。

[[ˌpiː 'dʒiː][θriː]]
[Pg 3]
[页 3]

[第3页]

['fɜɹmæt][hæd; həd] [ə'sɜːrtɪd] , [æz; əz][ɪz] [wel] [noʊn] , [ðæt][ðə; ði] [ˌdɑɪə'fæntɑɪn][ɪ'kweɪʒ(ə)n]
Fermat had asserted , as is well known , that the diophantine equation
费马 有 断言 , 作为 是 出色地 已知 , 那 这 丢番图 方程

众所周知，费马曾断言丢番图方程

( ) [ɪz] [ʌn'sɑːlvəbl] — [ɪk'sept] [ɪn]['sɜːrt(ə)n][self] - ['evɪdənt]['keɪsɪz] .
( ) is unsolvable — except in certain self - evident cases .
( ) 是 无法解决 — 除了 在 肯定 自己 - 明显 案例 .

() 是无解的——除了某些显而易见的情况。

[ðə; ði] [ə'tempt] [tuː; tə] [pruːv] [ðɪs] [ɪmˌpɑːsə'bɪlətiˌ] ['ɔfɝz] [ə; eɪ] ['straɪkɪŋ] [ɪg'zæmp(ə)l][ʌv; əv][ðə; ði]
The attempt to prove this impossibility offers a striking example of the
这 试图 到 证明 这 不可能 优惠 一个 引人注目 例子 的 这
[ɪn'spaɪərɪŋ] [ɪ'fekt] [wɪtʃ] [sʌtʃ] [ə; eɪ] ['veri] ['speʃ(ə)l][ænd; ənd] [ə'pærəntli] [ˌʌnɪm'pɔːrt(ə)nt]['prɑːbləm] [meɪ]
inspiring effect which such a very special and apparently unimportant problem may
鼓舞人心 影响 哪个 这样的 一个 非常 特别的 和 显然 不重要 问题 可能
[hæv; həv][ə'pɑːn] ['saɪəns] .
have upon science .
有 之上 科学 .

试图证明这种不可能性的努力，生动地展现了这样一个非常特殊且看似无关紧要的问题，对科学可能产生的鼓舞人心的影响。

[fɔːr; fər] ['kʌmɝ] , [in'saitid][baɪ] [fɜːrmɑːts] ['prɑːbləm] ,
For Kummer , incited by Fermat's problem ,
为了 库默 , 煽动 经过 费马氏方程 问题 ,

库默尔受到费马问题的启发，

[wʌz; wəz][led][tu:; tə][ðə; ði] [ˌɪntrə'dʌkʃ(ə)n] [ʌv; əv][aɪ'di:əl] ['nʌmbərz] [ænd; ənd][tu:; tə][ðə; ði] [dɪ'skʌvəri] [ʌv; əv]

was	led	to	the	introduction	of	ideal	numbers	and	to	the	discovery	of
曾是	引领	到	这	介绍	的	理想的	数字	和	到	这	发现	的

[ðə; ði] [lɔ:] [ʌv; əv][ðə; ði] [ju'ni:k] [ˌdi:ˌkɑ:mpə'zɪʃn] [ʌv; əv][ðə; ði] ['nʌmbərz] [ʌv; əv][ə; eɪ]['sɜ:rkjələr] [fi:ld] ['ɪntu:]

the	law	of	the	unique	decomposition	of	the	numbers	of	a	circular	field	into
这	法律	的	这	独特的	分解	的	这	数字	的	一个	圆	场地	进入

[aɪ'di:əl] [praɪm] ['fæktərz] — [ə; eɪ] [lɔ:] [wɪtʃ] [tu:; tə] - [deɪ] ,

ideal	prime	factors	—	a	law	which	to	-	day	,
理想的	主要的	因素	—	一个	法律	哪个	到	-	天	,

由此引入了理想数的概念，并发现了圆形域中的数唯一分解为理想素因子的定律——这一定律在今天仍然适用。

[ɪn][ɪts][ˌdʒen(ə)rələ'zeɪʃ(ə)n][tu:; tə]['eni][ˌældʒɪ'breɪɪk] [fi:ld] [baɪ]['deɪdɪˌkaɪnd][ænd; ənd] ['kroʊnɛkər] ,

in	its	generalization	to	any	algebraic	field	by	Dedekind	and	Kronecker	,
在	它是	概括	到	任何	代数	场地	经过	戴德金	和	克罗内克	,

戴德金和克罗内克将其推广到任意代数域，

[stændz][æt; ət][ðə; ði]['sentər] [ʌv; əv][ðə; ði]['mɑ:dərn] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] [ænd; ənd] [hu:z]

stands	at	the	center	of	the	modern	theory	of	numbers	and	whose
站立	在	这	中心	的	这	现代的	理论	的	数字	和	谁

[sɪg'nɪfɪkəns] [ɪk'stendz; ek'stendz][fɑ:r] [bɪ'jɑ:nd] [ðə; ði] ['baʊndriz] [ʌv; əv] ['nʌmbər] ['θi:əri] ['ɪntu:][ðə; ði]

significance	extends	far	beyond	the	boundaries	of	number	theory	into	the
意义	扩展	远的	超过	这	边界	的	数字	理论	进入	这

[relm] [ʌv; əv]['ældʒɪbrə][ænd; ənd][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] .

realm	of	algebra	and	the	theory	of	functions	.
领域	的	代数	和	这	理论	的	函数	.

它处于现代数论的核心，其意义远远超出数论的范畴，延伸到代数学和函数论领域。

[tu:; tə] [spi:k] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['veri] ['dɪfrənt] ['ri:dʒən][ʌv; əv] ['ri:sɜ:rtʃ] ,

To	speak	of	a	very	different	region	of	research	,
到	说话	的	一个	非常	不同的	地区	的	研究	,

谈到另一个截然不同的研究领域，

[aɪ][rɪ'maɪnd][ju:; jʊ][ʌv; əv][ðə; ði]['prɑ:bləm][ʌv; əv] [θri:] ['bɑ:dɪz] .

I	remind	you	of	the	problem	of	three	bodies	.
我	提醒	你	的	这	问题	的	三	身体	.

我提醒你们一下三体问题。

[ðə; ði]['fru:tf(ə)l] ['meθədz] [ænd; ənd][ðə; ði][fɑ:r] - [ri:tʃɪŋ] ['prɪnsəp(ə)lz] [wɪtʃ] [ˌpwɑ:ŋ'kɑ:rˌeɪ][hæz; həz]

The	fruitful	methods	and	the	far	-	reaching	principles	which	Poincaré	has
这	卓有成效	方法	和	这	远的	-	到达	原则	哪个	庞加莱	有

[brɔ:t] ['ɪntu:][sə'lestʃ(ə)l] [mə'kænɪks] [ænd; ənd] [wɪtʃ] [ɑ:r; ər][tu:; tə] - [deɪ] ['rekəgnaɪzd] [ænd; ənd]

brought	into	celestial	mechanics	and	which	are	to	-	day	recognized	and
带来	进入	天体	机械学	和	哪个	是	到	-	天	认可	和

[ə'plaɪd] [ɪn]['præktɪk(ə)l] [ə'strɑ:nəmi] [ɑ:r; ər] [du:] [tu:; tə][ðə; ði] ['sɜ:rkəmstæns] [ðæt] [hi:; hi] [ˌʌndər'tʊk]

applied	in	practical	astronomy	are	due	to	the	circumstance	that	he	undertook
应用	在	实际的	天文学	是	到期的	到	这	环境	那	他	承担

[tu:; tə] [tri:t] [ə'nu:] [ðæt] ['dɪfɪkəlt] ['prɑ:bləm][ænd; ənd][tu:; tə] [ə'proʊtʃ] ['nɪrər] [ə; eɪ][sə'lu:ʃ(ə)n] .

to	treat	anew	that	difficult	problem	and	to	approach	nearer	a	solution	.
到	对待	重新	那	难的	问题	和	到	方法	更近	一个	解决方案	.

庞加莱为天体力学带来的富有成效的方法和影响深远的原理，如今已被公认为实用天文学的一部分并得到应用，这都归
功于他着手重新研究这个难题，并努力寻求更接近解决方案的契机。

[ðə; ði] [tuː] [læst] ['menʃ(ə)nd] ['prɔːbləms] — [ðæt] [ʌv; əv]['fɜɹmæt][ænd; ənd][ðə; ði]['prɑːbləm][ʌv; əv][ðə; ði]

The	two	last	mentioned	problems	—	that	of	Fermat	and	the	problem	of	the
这	二	最后的	提及	问题	—	那	的	费马	和	这	问题	的	这

[θriː] ['bɑːdɪz] — [siːm] [tuː; tə][ˌjuː 'es]['ɔːlmoʊst][laɪk] ['ɑːpəzɪt] [poʊlz] — [ðə; ði]['fɔːrmər][ə; eɪ] [friː]

three	bodies	—	seem	to	us	almost	like	opposite	poles	—	the	former	a	free
三	身体	—	似乎	到	我们	几乎	喜欢	对面的	杆子	—	这	以前的	一个	自由的

[ɪn'venʃ(ə)n] [ʌv; əv] [pjʊr] ['riːz(ə)n] ,

invention	of	pure	reason	,
发明	的	纯的	原因	,

最后提到的两个问题——费马问题和三体问题——在我们看来几乎是截然相反的两个极端——前者是纯粹理性自由创造出来的，

[bɪ'lɔːŋɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]['riːdʒən][ʌv; əv]['æbstrækt]['nʌmbər] ['θiːəri] ,

belonging	to	the	region	of	abstract	number	theory	,
属于	到	这	地区	的	抽象的	数字	理论	,

属于抽象数论领域，

[ðə; ði] ['lætər] [fɔːrst] [ə'pɑːn][ˌjuː 'es][baɪ] [ə'strɑːnəmi] [ænd; ənd] ['nesəseri] [tuː; tə][æn; ən] [ˌʌndər'stændɪŋ]

the	latter	forced	upon	us	by	astronomy	and	necessary	to	an	understanding
这	后者	强制	之上	我们	经过	天文学	和	必要的	到	一个	理解

[ʌv; əv][ðə; ði] ['sɪmplɪst] [ˌfʌndə'ment(ə)l] [fə'nɑːmɪnə] [ʌv; əv] ['neɪtʃər] .

of	the	simplest	fundamental	phenomena	of	nature	.
的	这	最简单的	基本的	现象	的	自然	.

后者是天文学迫使我们去了解的，也是理解自然界最简单的基本现象所必需的。

[bʌt; bət][ˌaɪ 'tiː]['ɔːf(ə)n] ['hæpənz] ['ɔːlsoʊ] [ðæt] [ðə; ði] [seɪm] ['speʃ(ə)l]['prɑːbləm][faindz][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɪn][ðə; ði]

But	it	often	happens	also	that	the	same	special	problem	finds	application	in	the
但	它	经常	发生	还	那	这	相同的	特别的	问题	发现	应用	在	这

[moʊst][ˌʌn'laɪk] ['bræntʃɪz] [ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['nɑːlɪdʒ] .

most	unlike	branches	of	mathematical	knowledge	.
最多	与此不同	分支	的	数学	知识	.

但同一个特殊问题也常常会在数学知识最不相关的领域中找到应用。

[soʊ] , [fɔːr; fər][ɪg'zæmp(ə)l] ,

So	,	for	example	,
所以	,	为了	例子	,

例如，

[ðə; ði]['prɑːbləm][ʌv; əv][ðə; ði] ['ʃɔːrtɪst] [laɪn] [pleɪz] [ə; eɪ] [tʃiːf] [ænd; ənd] [hɪ'stɔːrɪkli] [ɪm'pɔːrt(ə)nt][pɑːrt]

the	problem	of	the	shortest	line	plays	a	chief	and	historically	important	part
这	问题	的	这	最短	线	演出	一个	首席	和	历史	重要的	部分

[ɪn][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][dʒi'ɑːmətri] ,

in	the	foundations	of	geometry	,
在	这	基础	的	几何学	,

最短线问题在几何学的基础发展中扮演着至关重要的角色，具有重要的历史意义。

[ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] [kɜːrvd] [laɪnz][ænd; ənd]['sɝːfəsəz, 'sɜːfəsɪz] , [ɪn] [mə'kænɪks] [ænd; ənd][ɪn][ðə; ði]

in	the	theory	of	curved	lines	and	surfaces	,	in	mechanics	and	in	the
在	这	理论	的	弯曲	线条	和	表面	,	在	机械学	和	在	这

['kælkjələs][ʌv; əv][ˌveəriː'eiʃənz] .

calculus	of	variations	.
结石	的	变体	.

在曲线和曲面理论、力学和变分法中。

[ænd; ənd] [haʊ] [kən'vɪnsɪŋli] [hæz; həz][ef] . [klaɪn] , [ɪn][hɪz; ɪz][wɜːrk][ɑːn][ðə; ði][ˌaɪkoʊsə'hiːdrən] ,

And	how	convincingly	has	F	.	Klein	,	in	his	work	on	the	icosahedron	,
和	如何	令人信服地	有	F	.	克莱因	,	在	他的	工作	在	这	二十面体	,

F. Klein 在其关于二十面体的研究中，是如何令人信服地证明这一点的呢?

['piktʃəd] [ðə; ði] [sɪg'nɪfɪkəns] [wɪtʃ] [ə'tætʃiz] [tu:; tə][ðə; ði]['prɑ:bləm][ʌv; əv][ðə; ði]['regjələr]
pictured **the** **significance** **which** **attaches** **to** **the** **problem** **of** **the** **regular**
如图所示 这 意义 哪个 附件 到 这 问题 的 这 常规的
[ˌpɔli'hi:drə, -'he-][ɪn] [ˌelɪ'mentri] [dʒi'ɑ:mətri] ,
polyhedra **in** **elementary** **geometry** **,**
多面体 在 初级 几何学 ,

描绘了正多面体问题在初等几何中的重要意义，

[ɪn] [gru:p] ['θi:əri] , [ɪn][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] [ɪ'kweɪʒənz] [ænd; ənd][ɪn] [ðæt] [ʌv; əv] ['lɪniər] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
in **group** **theory** **,** **in** **the** **theory** **of** **equations** **and** **in** **that** **of** **linear** **differential**
在 团体 理论 , 在 这 理论 的 方程式 和 在 那 的 线性 微分
[ɪ'kweɪʒənz] .
equations **.**
方程式 .

在群论、方程理论和线性微分方程理论中。

[ɪn]['ɔ:rdər][tu:; tə] [θroʊ] [laɪt] [ɑ:n][ðə; ði] [ɪm'pɔ:rt(ə)ns] [ʌv; əv]['sɜ:rt(ə)n]['prɔ:bləms] , [aɪ] [meɪ] ['ɔ:lsoʊ][rɪ'fɜ:r]
In **order** **to** **throw** **light** **on** **the** **importance** **of** **certain** **problems** **,** **I** **may** **also** **refer**
在 命令 到 扔 光 在 这 重要性 的 肯定 问题 , 我 可能 还 参考
[tu:; tə] ['waɪərˌstrɑ:s] ,
to **Weierstrass** **,**
到 魏尔斯特拉斯 ,

为了阐明某些问题的重要性，我可能还会提到魏尔斯特拉斯。

[hu:] [spoʊk] [ʌv; əv][ˌaɪ 'ti:][æz; əz][hɪz; ɪz] ['hæpi] ['fɔ:rtʃən] [ðæt] [hi:; hi] [faʊnd] [æt; ət][ðə; ði] ['aʊtset] [ʌv; əv]
who **spoke** **of** **it** **as** **his** **happy** **fortune** **that** **he** **found** **at** **the** **outset** **of**
WHO 辐 的 它 作为 他的 快乐的 财富 那 他 成立 在 这 开端 的
[hɪz; ɪz][ˌsaɪən'tɪfɪk] [kə'rɪr] [ə; eɪ]['prɑ:bləm][soʊ][ɪm'pɔ:rt(ə)nt][æz; əz]['dʒeɪkoʊbiz]['prɑ:bləm][ʌv; əv][ɪn'vɜ:rʒ(ə)n]
his **scientific** **career** **a** **problem** **so** **important** **as** **Jacobi's** **problem** **of** **inversion**
他的 科学 职业 一个 问题 所以 重要的 作为 雅各比的 问题 的 倒置
[ɑ:n] [wɪtʃ] [tu:; tə][wɜ:rk] .
on **which** **to** **work** **.**
在 哪个 到 工作 .

他认为，在科学生涯之初就遇到像雅可比反演问题这样重要的问题进行研究，是他的幸运之举。

[[ˌpi: 'dʒi:][fɔ:r]]
[**Pg** **4** **]**
[页 4]

[第4页]

['hævɪŋ] [naʊ] [ri'kɔ:ld] [tu:; tə][maɪnd][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl][ɪm'pɔ:rt(ə)ns] [ʌv; əv]['prɔ:bləms][ɪn] [ˌmæθə'mætɪks] ,
Having **now** **recalled** **to** **mind** **the** **general** **importance** **of** **problems** **in** **mathematics** **,**
拥有 现在 召回 到 头脑 这 一般的 重要性 的 问题 在 数学 ,

现在我回想起数学问题的普遍重要性，

[let] [ˌju: 'es][tɜ:rn][tu:; tə][ðə; ði]['kwestʃən] [frʌm; frəm] [wʌt] ['sɔ:rsɪz] [ðɪs] ['saɪəns] [di'raivz] [ɪts]['prɔ:bləms] .
let **us** **turn** **to** **the** **question** **from** **what** **sources** **this** **science** **derives** **its** **problems** **.**
让 我们 转动 到 这 问题 从 什么 来源 这 科学 衍生 它是 问题 .

让我们来探讨一下这门科学的问题究竟源于何处。

['ʃʊrli] [ðə; ði][fɜ:rst][ænd; ənd]['oʊldɪst]['prɔ:bləms][ɪn] ['evri] [bræntʃ] [ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] [sprɪŋ]
Surely **the** **first** **and** **oldest** **problems** **in** **every** **branch** **of** **mathematics** **spring**
一定 这 第一的 和 最老 问题 在 每一个 分支 的 数学 春天
[frʌm; frəm] [ɪk'spɪriəns] [ænd; ənd][ɑ:r; ər] [sə'dʒestɪd] [baɪ][ðə; ði][wɜ:rld][ʌv; əv][ɪk'stɜ:rn(ə)l] [fə'nɑ:mɪnə] .
from **experience** **and** **are** **suggested** **by** **the** **world** **of** **external** **phenomena** **.**
从 经验 和 是 建议 经过 这 世界 的 外部的 现象 .

数学各个分支中最古老、最根本的问题，无疑都源于经验，并受到外部世界现象的启发。

['i:v(ə)n][ðə; ði] [ru:lz] [ʌv; əv][ˌkælkju'leɪʃ(ə)n][wɪð; wɪθ] ['ɪntɪdʒəz] [mʌst; məst][hæv; həv] [bɪn] [dɪ'skʌvərd] [ɪn]

Even	the	rules	of	calculation	with	integers	must	have	been	discovered	in
甚至	这	规则	的	计算	和	整数	必须	有	到过	发现	在

[ðɪs] ['fæʃ(ə)n] [ɪn][ə; eɪ] ['loʊər] [steɪdʒ][ʌv; əv]['hju:mən] [ˌsɪvələ'zeɪʃn] ,

this	fashion	in	a	lower	stage	of	human	civilization	,
这	时尚	在	一个	降低	阶段	的	人类	文明	,

甚至连整数运算规则也必然是在人类文明的较低阶段以这种方式被发现的。

[dʒʌst][æz; əz][ðə; ði][tʃaɪld][ʌv; əv][tu:; tə] - [deɪ] [lə:nz] [ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv] [ði:z] [lɔ:z] [baɪ]

just	as	the	child	of	to	-	day	learns	the	application	of	these	laws	by
只是	作为	这	孩子	的	到	-	天	学习	这	应用	的	这些	法律	经过

[ɪm'pɪrɪk(ə)l] ['meθədz] .

empirical	methods	.
经验	方法	.

正如今天的孩子们通过经验方法学习这些规律的应用一样。

[ðə; ði] [seɪm] [ɪz] [tru:] [ʌv; əv][ðə; ði][fɜ:rst]['prɔ:bləms][ʌv; əv][dʒi'ɑ:mətri] , [ðə; ði]['prɔ:bləms] [bɪ'kwi:ðd]

The	same	is	true	of	the	first	problems	of	geometry	,	the	problems	bequeathed
这	相同的	是	真的	的	这	第一的	问题	的	几何学	,	这	问题	遗赠

[ˌju: 'es][baɪ][æn'tɪkwəti] ,

us	by	antiquity	,
我们	经过	古代	,

几何学的最初问题，即古代留给我们的那些问题，也是如此。

[sʌtʃ] [æz; əz][ðə; ði][ˌdu:plɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][kju:b] , [ðə; ði]['skwɛərɪŋ][ʌv; əv][ðə; ði]['sɜ:rk(ə)l] ;

such	as	the	duplication	of	the	cube	,	the	squaring	of	the	circle	;
这样的	作为	这	复制	的	这	立方体	,	这	平方	的	这	圆圈	;

例如，复制立方体，化圆为方；

['ɔ:lsoʊ][ðə; ði]['oʊldɪst]['prɔ:bləms][ɪn][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv][ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n][ʌv; əv][nu:'merɪk(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ,

also	the	oldest	problems	in	the	theory	of	the	solution	of	numerical	equations	,
还	这	最老	问题	在	这	理论	的	这	解决方案	的	数值	方程式	,

也是数值方程求解理论中最古老的问题之一。

[ɪn][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['kɜ:vz] [ænd; ənd][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ænd; ənd] ['ɪntɪgrəl] ['kælkjələs] , [ɪn][ðə; ði]

in	the	theory	of	curves	and	the	differential	and	integral	calculus	,	in	the
在	这	理论	的	曲线	和	这	微分	和	不可缺少的	结石	,	在	这

['kælkjələs][ʌv; əv][ˌveəri:'eiʃənz] ,

calculus	of	variations	,
结石	的	变体	,

在曲线理论、微积分和积分学中，在变分法中，

[ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['furiei] ['sɪri:z] [ænd; ənd][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] [pə'tenʃ(ə)l] — [tu:; tə] [seɪ] ['nʌθɪŋ]

the	theory	of	Fourier	series	and	the	theory	of	potential	—	to	say	nothing
这	理论	的	傅里叶	系列	和	这	理论	的	潜在的	—	到	说	没有什么

[ʌv; əv][ðə; ði] ['fɜ:rðər] [ə'bʌndəns] [ʌv; əv]['prɔ:bləms]['prɑ:pərli] [bɪ'lɔ:ŋɪŋ] [tu:; tə] [mə'kænɪks] ,

of	the	further	abundance	of	problems	properly	belonging	to	mechanics	,
的	这	更远	丰富	的	问题	适当地	属于	到	机械学	,

傅里叶级数理论和位势理论——更不用说其他大量属于力学范畴的问题了。

[ə'strɑ:nəmi] [ænd; ənd] ['fɪzɪks] .

astronomy	and	physics	.
天文学	和	物理	.

天文学和物理学。

[bʌt; bət] , [ɪn][ðə; ði] ['fɜ:rðər] [dɪ'veləpmənt] [ʌv; əv][ə; eɪ] [bræntʃ] [ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] , [ðə; ði]['hju:mən]

But	,	in	the	further	development	of	a	branch	of	mathematics	,	the	human
但	,	在	这	更远	发展	的	一个	分支	的	数学	,	这	人类

[maɪnd] ,

mind	,
头脑	,

但是，在数学的一个分支——人类思维——的进一步发展中，

[ɪn'kɜːrɪdʒd] [baɪ][ðə; ði] [sək'ses] [ʌv; əv][ɪts] [sə'luːʃənz] , [bɪ'kʌmz] ['kɑːnʃəs] [ʌv; əv][ɪts] [ˌɪndɪ'pendəns] .

encouraged	by	the	success	of	its	solutions	,	becomes	conscious	of	its	independence	.
鼓励	经过	这	成功	的	它是	解决方案	,	变成	有意识的	的	它是	独立	.

受到其解决方案成功带来的鼓舞，开始意识到自身的独立性。

[ˌaɪ 'tiː] [iˈvɔlvz] [frʌm; frəm][ɪt'self][ə'loʊn] , ['ɔːf(ə)n] [wɪ'ðaʊt] [ə'priːʃəb(ə)l] ['ɪnfluəns] [frʌm; frəm] [wɪ'ðaʊt] ,

It	evolves	from	itself	alone	,	often	without	appreciable	influence	from	without	,
它	演变	从	本身	独自的	,	经常	没有	值得赞赏	影响	从	没有	,

[baɪ] [miːnz] [ʌv; əv]['lɑːdʒɪk(ə)l][ˌkɑːmbɪ'neɪʃ(ə)n] ,

by	means	of	logical	combination	,
经过	方法	的	逻辑	组合	,

它通常通过逻辑组合，在不受外界明显影响的情况下，自行演变而来。

[ˌdʒen(ə)rələ'zeɪʃ(ə)n] , [ˌspeʃələ'zeɪʃ(ə)n] , [baɪ] ['sepəreitiŋ] [ænd; ənd] [kə'lektɪŋ] [aɪ'diːəz][ɪn] ['fɔːrtʃənət] [weɪz] ,

generalization	,	specialization	,	by	separating	and	collecting	ideas	in	fortunate	ways	,
概括	,	专业化	,	经过	分离	和	收集	想法	在	幸运	方式	,

[nuː] [ænd; ənd]['fruːtf(ə)l]['prɔːbləms] ,

new	and	fruitful	problems	,
新的	和	卓有成效	问题	,

概括、专门化，通过巧妙地分离和收集思想，产生新的、富有成效的问题

[ænd; ənd] [ə'pɪrz] [ðen] [ɪt'self][æz; əz][ðə; ði]['riːəl] ['kwestʃənər] .

and	appears	then	itself	as	the	real	questioner	.
和	出现	然后	本身	作为	这	真实的	提问者	.

然后它就以提问者的身份出现了。

[ðʌs] [ə'roʊz][ðə; ði]['prɑːbləm][ʌv; əv][praɪm] ['nʌmbərz] [ænd; ənd][ðə; ði] ['ʌðər] ['prɔːbləms][ʌv; əv] ['nʌmbər]

Thus	arose	the	problem	of	prime	numbers	and	the	other	problems	of	number
因此	出现	这	问题	的	主要的	数字	和	这	其他	问题	的	数字

['θiːəri] ,

theory	,
理论	,

于是，素数问题以及数论中的其他问题就出现了。

- ['θiːəri] [ʌv; əv] [ɪ'kweɪʒənz] , [ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk][ɪn'veəriənts] , [ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv]

Galois's	theory	of	equations	,	the	theory	of	algebraic	invariants	,	the	theory	of
-	理论	的	方程式	,	这	理论	的	代数	不变量	,	这	理论	的

[ə'biːljən] [ænd; ənd] [ˌɔːtə'mɔːfik] ['fʌŋkʃnz] ;

abelian	and	automorphic	functions	;
阿贝尔	和	自守	函数	;

伽罗瓦方程理论、代数不变量理论、阿贝尔函数和自守函数理论；

[ɪn'diːd] ['ɔːlmoʊst][ɔːl][ðə; ði]['naɪsər] ['kwestʃənz] [ʌv; əv]['mɑːdərn] [ə'rɪθmətɪk] [ænd; ənd]['fʌŋkʃ(ə)n] ['θiːəri]

indeed	almost	all	the	nicer	questions	of	modern	arithmetic	and	function	theory
的确	几乎	全部	这	更漂亮	问题	的	现代的	算术	和	功能	理论

[ə'raɪz][ɪn] [ðɪs] [weɪ] .

arise	in	this	way	.
出现	在	这	方式	.

事实上，现代算术和函数论中几乎所有比较有趣的问题都是这样产生的。

[ɪn][ðə; ði] ['miːntaɪm] , [waɪl] [ðə; ði] [kri'eɪtɪv] ['paʊər] [ʌv; əv] [pjʊr] ['riːz(ə)n][ɪz][æt; ət][wɜːrk] ,

In	the	meantime	,	while	the	creative	power	of	pure	reason	is	at	work	,
在	这	与此同时	,	尽管	这	有创造力的	力量	的	纯的	原因	是	在	工作	,

与此同时，当纯粹理性的创造力发挥作用时，

[ðə; ði]['aʊtər][wɜːrld] [ə'gen] [kʌmz] ['ɪntuː] [pleɪ] , ['fɔːrsɪz][ə'pɑːn][juː 'es] [nuː] ['kwestʃənz] [frʌm; frəm]['æktʃuəl]

the	outer	world	again	comes	into	play	,	forces	upon	us	new	questions	from	actual
这	外	世界	再次	来	进入	玩	,	力量	之上	我们	新的	问题	从	实际的

[ɪk'spɪriəns] ,

experience	,
经验	,

外部世界再次发挥作用，迫使我们从实际经验中提出新的问题。

[ˈəupənz][ʌp] [nuː] [ˈbræntʃɪz] [ʌv; əv][ˌmæθəˈmætɪks] ,

opens	up	new	branches	of	mathematics	,
打开	向上	新的	分支	的	数学	,

开辟了数学的新分支，

[ænd; ənd] [waɪl] [wiː; wi] [siːk] [tuː; tə] [ˈkɑːŋkər] [ðiːz] [nuː] [fiːldz] [ʌv; əv] [ˈnɑːlɪdʒ] [fɔːr; fər][ðə; ði] [relm]

and	while	we	seek	to	conquer	these	new	fields	of	knowledge	for	the	realm
和	尽管	我们	寻找	到	征服	这些	新的	字段	的	知识	为了	这	领域

[ʌv; əv] [pjʊr] [θɔːt] ,

of	pure	thought	,
的	纯的	想法	,

当我们努力征服这些纯粹思想领域的新知识时，

[wiː; wi][ˈɔːf(ə)n][faɪnd][ðə; ði] [ˈænsər] [tuː; tə][oʊld] [ˌʌnˈsɑːlvd] [ˈprɔːbləms][ænd; ənd] [ðʌs] [æt; ət][ðə; ði]

we	often	find	the	answers	to	old	unsolved	problems	and	thus	at	the
我们	经常	寻找	这	答案	到	老的	未解之谜	问题	和	因此	在	这

[seɪm] [taɪm] [ædˈvæns] [moʊst] [səkˈsesfəli] [ðə; ði][oʊld] [ˈθɪərɪz] .

same	time	advance	most	successfully	the	old	theories	.
相同的	时间	进步	最多	成功地	这	老的	理论	.

我们常常能找到过去未解之谜的答案，从而同时也能最成功地推进旧理论的发展。

[ænd; ənd][ˌaɪ ˈtiː] [siːmz] [tuː; tə][ˌem ˈiː] [ðæt] [ðə; ði] [ˈnuːmərəs] [ænd; ənd] [sərˈpraɪzɪŋ] [aˈnælədʒiz][ænd; ənd]

And	it	seems	to	me	that	the	numerous	and	surprising	analogies	and
和	它	似乎	到	我	那	这	很多的	和	奇怪	类比	和

[ðæt] [əˈpærəntli] [ˌpriːəˈreɪndʒd] [ˈhɑːrməni] [wɪtʃ] [ðə; ði] [ˌmæθəməˈtɪʃn] [soʊ][ˈɔːf(ə)n] [pəˈsiːvz] [ɪn]

that	apparently	prearranged	harmony	which	the	mathematician	so	often	perceives	in
那	显然	预先安排	和谐	哪个	这	数学家	所以	经常	感知	在

[ðə; ði] [ˈkwestʃənz] ,

the	questions	,
这	问题	,

在我看来，数学家经常在问题中察觉到的众多令人惊讶的类比和看似预先安排好的和谐，

[ˈmeθədz] [ænd; ənd][aɪˈdiːəz][ʌv; əv][ðə; ði] [ˈveriəs] [ˈbræntʃɪz] [ʌv; əv][hɪz; ɪz] [ˈsaɪəns] ,

methods	and	ideas	of	the	various	branches	of	his	science	,
方法	和	想法	的	这	各种各样的	分支	的	他的	科学	,

他各个科学分支的方法和思想，

[hæv; həv][ðer; ðər][ˈɔːrɪdʒɪn][ɪn] [ðɪs] [ˈevər] - [rɪˈkɜːrɪŋ] [ˈɪntərpleɪ] [bɪˈtwiːn] [θɔːt] [ænd; ənd]

have	their	origin	in	this	ever	-	recurring	interplay	between	thought	and
有	他们的	起源	在	这	曾经	-	再次发生的	相互作用	之间	想法	和

[ɪkˈspɪriəns] .

experience	.
经验	.

它们的起源在于思想与经验之间这种不断反复的相互作用。

[ˌaɪ ˈtiː] [rɪˈmeɪnz] [tuː; tə] [dɪˈskʌs] [ˈbriːfli] [wʌt] [ˈdʒen(ə)rəl] [riˈkwaiəmənt] [meɪ] [biː; bi][ˈdʒʌstli][leɪd] [daʊn]

It	remains	to	discuss	briefly	what	general	requirements	may	be	justly	laid	down
它	遗迹	到	讨论	简要地	什么	一般的	要求	可能	是	公正地	铺设	向下

[fɔːr; fər][ðə; ði][səˈluːʃ(ə)n][ʌv; əv][ə; eɪ][ˌmæθəˈmætɪk(ə)l][ˈprɑːbləm] .

for	the	solution	of	a	mathematical	problem	.
为了	这	解决方案	的	一个	数学	问题	.

接下来需要简要讨论的是，对于解决数学问题，可以合理地提出哪些一般要求。

[aɪ][ʃʊd; ʃəd]

I	should
我	应该

我应该

[[ˌpiː ˈdʒiː][faɪv]]

[	Pg	5	]
[	页	5	]

[seɪ] [fɜːrst] [ʌv; əv] [ɔːl] , [ðɪs] :

say	first	of	all	,	this	:
说	第一的	的	全部	,	这	:

首先，请说：

[ðæt] [ˌaɪ 'tiː] [ʃæl; ʃəl] [biː; bi] ['pɑːsəb(ə)l] [tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] [ðə; ði] [kə'rektnəs] [ʌv; əv] [ðə; ði] [sə'luːʃ(ə)n] [baɪ]

that	it	shall	be	possible	to	establish	the	correctness	of	the	solution	by
那	它	将	是	可能的	到	建立	这	正确性	的	这	解决方案	经过

[miːnz] [ʌv; əv] [ə; eɪ] ['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [steps] [beɪst] [ə'pɑːn] [ə; eɪ] ['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [haɪ'pɑːθəsiːz]

means	of	a	finite	number	of	steps	based	upon	a	finite	number	of	hypotheses
方法	的	一个	有限	数字	的	步骤	基于	之上	一个	有限	数字	的	假设

[wɪtʃ] [ɑːr; ər] [ɪm'plaɪd] [ɪn] [ðə; ði] ['steɪtmənt] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['prɑːbləm] [ænd; ənd] [wɪtʃ] [mʌst; məst] ['ɔːlweɪz]

which	are	implied	in	the	statement	of	the	problem	and	which	must	always
哪个	是	暗示	在	这	陈述	的	这	问题	和	哪个	必须	总是

[biː; bi] [ɪg'zæktli] ['fɔːmjuleitid] .

be	exactly	formulated	.
是	确切地	配方	.

通过基于有限数量的假设的有限步骤，可以确定解决方案的正确性，这些假设隐含在问题陈述中，并且必须始终精确地表述。

[ðɪs] [rɪ'kwaɪərmənt] [ʌv; əv] ['lɑːdʒɪk(ə)l] [dɪ'dʌkʃ(ə)n] [baɪ] [miːnz] [ʌv; əv] [ə; eɪ] ['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv]

This	requirement	of	logical	deduction	by	means	of	a	finite	number	of
这	要求	的	逻辑	扣除	经过	方法	的	一个	有限	数字	的

['prɑːsesɪz] [ɪz] ['sɪmpli] [ðə; ði] [rɪ'kwaɪərmənt] [ʌv; əv] ['rɪgər] [ɪn] ['riːzənɪŋ] .

processes	is	simply	the	requirement	of	rigor	in	reasoning	.
流程	是	简单地	这	要求	的	严格	在	推理	.

通过有限数量的步骤进行逻辑推理的要求，实际上就是推理严谨性的要求。

[ɪn'diːd] [ðə; ði] [rɪ'kwaɪərmənt] [ʌv; əv] ['rɪgər] , [wɪtʃ] [hæz; həz] [bɪ'kʌm] [prə'vɜːrbiəl] [ɪn] [ˌmæθə'mætɪks] ,

Indeed	the	requirement	of	rigor	,	which	has	become	proverbial	in	mathematics	,
的确	这	要求	的	严格	,	哪个	有	变得	谚语	在	数学	,

事实上，严谨性的要求在数学领域已成为不言而喻的真理。

[ˌkɔris'pɔndz] [tuː; tə] [ə; eɪ] [ˌjuːnɪ'vɜːrs(ə)l] [ˌfɪlə'sɑːfɪk(ə)l] [nə'sesəti] [ʌv; əv] ['aʊər; ɑːr] [ˌʌndər'stændɪŋ] ;

corresponds	to	a	universal	philosophical	necessity	of	our	understanding	;
对应	到	一个	普遍的	哲学	必要性	的	我们的	理解	;

[ænd; ənd] , [ɑːn] [ðə; ði] ['ʌðər] [hænd] ,

and	,	on	the	other	hand	,
和	,	在	这	其他	手	,

这符合我们理解中普遍存在的哲学必然性；另一方面，

['oʊnli] [baɪ] ['sætɪsfaɪɪŋ] [ðɪs] [rɪ'kwaɪərmənt] [duː] [ðə; ði] [θɔːt] ['kɑːntent] [ænd; ənd] [ðə; ði] [sə'dʒɛstɪvnəs]

only	by	satisfying	this	requirement	do	the	thought	content	and	the	suggestiveness
仅有的	经过	令人满意	这	要求	做	这	想法	内容	和	这	暗示性

[ʌv; əv] [ðə; ði] ['prɑːbləm] [ə'teɪn] [ðer; ðər] [fʊl] [ɪ'fekt] .

of	the	problem	attain	their	full	effect	.
的	这	问题	达到	他们的	满的	影响	.

只有满足这一要求，问题的思想内涵和启发性才能充分发挥作用。

[ə; eɪ] [nuː] ['prɑːbləm] , [ɪ'speʃəli] [wen] [ˌaɪ 'tiː] [kʌmz] [frʌm; frəm] [ðə; ði] [wɜːrld] [ʌv; əv] ['aʊtər] [ɪk'spɪriəns]

A	new	problem	,	especially	when	it	comes	from	the	world	of	outer	experience
一个	新的	问题	,	尤其	什么时候	它	来	从	这	世界	的	外	经验

,

,

,

一个新问题，尤其当它来自外部经验世界时，

[ɪz] [laɪk] [ə; eɪ] [jʌŋ] [twɪg] ,

is	like	a	young	twig	,
是	喜欢	一个	年轻的	枝条	,

就像一根嫩枝，

[wɪtʃ] [θraivz] [ænd; ənd] [berz] [fruːt] ['oʊnli] [wen] [ˌaɪ 'tiː][ɪz] [græft] ['kerfəli] [ænd; ənd][ɪn] [ə'kɔːrdns]

which	thrives	and	bears	fruit	only	when	it	is	grafted	carefully	and	in	accordance
哪个	蓬勃发展	和	熊	水果	仅有的	什么时候	它	是	嫁接	小心	和	在	根据

[wɪð; wɪθ] [strɪkt] [ˌhɔːrtɪ'kʌltʃərəl] [ruːlz] [ə'pɑːn][ðə; ði][oʊld] [stem] ,

with	strict	horticultural	rules	upon	the	old	stem	,
和	严格的	园艺	规则	之上	这	老的	干	,

只有按照严格的园艺规则，精心嫁接到老枝上，它才能茁壮成长并结果。

[ðə; ði] [ɪ'stæblɪʃt] [ə'tʃiːvmənts] [ʌv; əv]['aʊər; ɑːr][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] .

the	established	achievements	of	our	mathematical	science	.
这	已确立的	成就	的	我们的	数学	科学	.

我们数学科学已取得的成就。

[bɪ'saɪdz] [ˌaɪ 'tiː][ɪz][æn; ən] ['erər] [tuː; tə] [bɪ'liːv] [ðæt] ['rɪgər][ɪn][ðə; ði] [pruːf] [ɪz][ðə; ði] ['enəmi] [ʌv; əv]

Besides	it	is	an	error	to	believe	that	rigor	in	the	proof	is	the	enemy	of
除了	它	是	一个	错误	到	相信	那	严格	在	这	证明	是	这	敌人	的

[sɪm'plɪsəti] .

simplicity	.
简单	.

此外，认为证明的严谨性与简洁性相悖也是错误的。

[ɑːn][ðə; ði] ['kɑːntreri] [wiː; wi][faɪnd][ˌaɪ 'tiː] [kən'fɜːrmd] [baɪ] ['nuːmərəs] [ɪg'zæmpəlz] [ðæt] [ðə; ði] ['rɪgərəs]

On	the	contrary	we	find	it	confirmed	by	numerous	examples	that	the	rigorous
在	这	相反	我们	寻找	它	确认的	经过	很多的	示例	那	这	严格的

['meθəd] [ɪz][æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm][ðə; ði]['sɪmpəlɝ, 'sɪmplɝ][ænd; ənd][ðə; ði] [mɔːr] ['iːzəli]

method	is	at	the	same	time	the	simpler	and	the	more	easily
方法	是	在	这	相同的	时间	这	更简单	和	这	更多的	容易地

[ˌkɔmpri'hendid] .

comprehended	.
理解	.

相反，大量实例证实，严谨的方法同时也是更简单、更容易理解的方法。

[ðə; ði] ['veri] ['efərt] [fɔːr; fər]['rɪgər] ['fɔːrsɪz][ˌjuː 'es][tuː; tə][faɪnd] [aʊt]['sɪmpəlɝ, 'sɪmplɝ] ['meθədz] [ʌv; əv] [pruːf]

The	very	effort	for	rigor	forces	us	to	find	out	simpler	methods	of	proof
这	非常	努力	为了	严格	力量	我们	到	寻找	出去	更简单	方法	的	证明

.

:
.

正是对严谨性的追求迫使我们去寻找更简单的证明方法。

[ˌaɪ 'tiː]['ɔːlsoʊ] ['friːkwəntli] [liːdz] [ðə; ði] [weɪ] [tuː; tə] ['meθədz] [wɪtʃ] [ɑːr; ər] [mɔːr] ['keɪpəb(ə)l][ʌv; əv]

It	also	frequently	leads	the	way	to	methods	which	are	more	capable	of
它	还	频繁地	线索	这	方式	到	方法	哪个	是	更多的	有能力的	的

[dɪ'veləpmənt] [ðæn; ðən][ðə; ði][oʊld] ['meθədz] [ʌv; əv] [les] ['rɪgər] .

development	than	the	old	methods	of	less	rigor	.
发展	比	这	老的	方法	的	较少的	严格	.

它也常常引领人们走向比旧方法更有利于发展的方法，而旧方法的严谨性较低。

[ðʌs] [ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['kɝːvz] [ɪk'spɪriənst] [ə; eɪ][kən'sɪdərəb(ə)l] [ˌsɪmplɪfɪ'keɪʃn]

Thus	the	theory	of	algebraic	curves	experienced	a	considerable	simplification
因此	这	理论	的	代数	曲线	经验丰富的	一个	大量	简化

[ænd; ənd] [ə'teɪnd] ['greɪtər] ['juːnətɪ][baɪ] [miːnz] [ʌv; əv][ðə; ði] [mɔːr] ['rɪgərəs] ['fʌŋkʃ(ə)n] - [ˌθiːə'retɪk(ə)l]

and	attained	greater	unity	by	means	of	the	more	rigorous	function	-	theoretical
和	已达到	更大的	统一	经过	方法	的	这	更多的	严格的	功能	-	理论

['meθədz] [ænd; ənd][ðə; ði] [kən'sɪstənt] [ˌɪntrə'dʌkʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ˌtrænsen'dentl] [dɪ'vaɪsɪz] .

methods	and	the	consistent	introduction	of	transcendental	devices	.
方法	和	这	持续的	介绍	的	超验的	设备	.

因此，通过更严格的函数论方法和超越工具的持续引入，代数曲线理论得到了相当大的简化，并达到了更大的统一性。

['fɜːrðər] ,
Further **,**
更远 ,

更远，

[ðə; ði] [pruːf] [ðæt] [ðə; ði] ['paʊər] ['sɪriːz] [pə'mits] [ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [fɔːr] [ˌelɪ'mentri]
the **proof** **that** **the** **power** **series** **permits** **the** **application** **of** **the** **four** **elementary**
这 证明 那 这 力量 系列 许可证 这 应用 的 这 四 初级
[ˌærɪθ'metɪkl] [ˌɑːpɝ'eɪʃənz] [æz; əz] [wel] [æz; əz][ðə; ði][tɜːrm][baɪ][tɜːrm] [ˌdɪfəˌrenʃi'eɪʃn] [ænd; ənd]
arithmetical **operations** **as** **well** **as** **the** **term** **by** **term** **differentiation** **and**
算术 运营 作为 出色地 作为 这 学期 经过 学期 差异化 和
[ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] ,
integration **,**
一体化 ,

证明幂级数允许应用四则运算以及逐项微分和积分。

[ænd; ənd][ðə; ði][ˌrekəg'nɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][juː'tɪləti][ʌv; əv][ðə; ði] ['paʊər] ['sɪriːz] [di'pendiŋ] [ə'pɑːn] [ðɪs]
and **the** **recognition** **of** **the** **utility** **of** **the** **power** **series** **depending** **upon** **this**
和 这 认出 的 这 公用事业 的 这 力量 系列 取决于 之上 这
[pruːf] [kən'trɪbjuːtɪd] [mə'tɪriəli] [tuː; tə][ðə; ði] [ˌsɪmplɪfɪ'keɪʃn] [ʌv; əv][ɔːl][ə'næləsɪs] ,
proof **contributed** **materially** **to** **the** **simplification** **of** **all** **analysis** **,**
证明 贡献 重大 到 这 简化 的 全部 分析 ,

认识到幂级数的实用性取决于这一证明，这极大地简化了所有分析。

[pər'tɪkjələrli] [ʌv; əv][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] [ænd; ənd][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
particularly **of** **the** **theory** **of** **elimination** **and** **the** **theory** **of** **differential**
特别 的 这 理论 的 消除 和 这 理论 的 微分
[ɪ'kweɪʒənz] ,
equations **,**
方程式 ,

特别是消元法理论和微分方程理论，

[ænd; ənd]['ɔːlsoʊ][ʌv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [pruːfs] [di'mɑːndid] [ɪn] [ðoʊz] ['θɪərɪz] .
and **also** **of** **the** **existence** **proofs** **demanded** **in** **those** **theories** **.**
和 还 的 这 存在 证明 要求 在 那些 理论 .

以及这些理论中要求的存在性证明。

[bʌt; bət][ðə; ði][moʊst] ['straɪkɪŋ] [ɪg'zæmp(ə)l][fɔːr; fər][maɪ] ['steɪtmənt] [ɪz][ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv]
But **the** **most** **striking** **example** **for** **my** **statement** **is** **the** **calculus** **of**
但 这 最多 引人注目 例子 为了 我的 陈述 是 这 结石 的
[ˌveəriː'eiʃənz] .
variations **.**
变体 .

但最能佐证我观点的例子是变分法。

[ðə; ði] ['triːtmənt] [ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst][ænd; ənd]['sekənd][ˌveəriː'eiʃənz][ʌv; əv] ['defɪnət] ['ɪntəgɹəɬz][rɪ'kwaɪərd]
The **treatment** **of** **the** **first** **and** **second** **variations** **of** **definite** **integrals** **required**
这 治疗 的 这 第一的 和 第二 变体 的 定 积分 必需的
[ɪn][pɑːrt] [ɪk'striːmli] ['kɑːmplɪkeɪtɪd][ˌkælkjə'leɪʃənz] ,
in **part** **extremely** **complicated** **calculations** **,**
在 部分 极其 复杂的 计算 ,

定积分的一阶和二阶变分的处理部分需要极其复杂的计算，

[ænd; ənd][ðə; ði] ['prɑːsesɪz] [ə'plaɪd] [baɪ][ðə; ði][oʊld] [mæθə'mətɪʃnz] [hæd; həd][nɑːt][ðə; ði] ['niːdfl]
and **the** **processes** **applied** **by** **the** **old** **mathematicians** **had** **not** **the** **needful**
和 这 流程 应用 经过 这 老的 数学家 有 不是 这 需要
['rɪgər] .
rigor **.**
严格 .

而古代数学家所采用的方法缺乏必要的严谨性。

['waɪərˌstrɑːs] [ʃoʊd] [ˌjuː 'es][ðə; ðɪ] [weɪ] [tuː; tə][ə; eɪ] [nuː] [ænd; ənd] [ʃʊr] [faʊn'deɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ðɪ]

Weierstrass	showed	us	the	way	to	a	new	and	sure	foundation	of	the
魏尔斯特拉斯	显示	我们	这	方式	到	一个	新的	和	当然	基础	的	这

['kælkjələs][ʌv; əv][ˌveəriː'eiʃənz] .

calculus	of	variations	.
结石	的	变体	.

魏尔斯特拉斯为我们指明了通往变分法新而可靠的基础的道路。

[baɪ][ðə; ðɪ][ɪg'zæmpəlz][ʌv; əv][ðə; ðɪ]['sɪmp(ə)l][ænd; ənd]['dʌb(ə)l] ['ɪntɪgrəl] [aɪ] [wɪl] [ʃoʊ] ['briːfli] ,

By	the	examples	of	the	simple	and	double	integral	I	will	show	briefly	,
经过	这	示例	的	这	简单的	和	双倍的	不可缺少的	我	将要	展示	简要地	,

我将通过简单积分和二重积分的例子简要说明:

[æt; ət][ðə; ðɪ][kloʊz][ʌv; əv][maɪ] ['lektʃər] ,

at	the	close	of	my	lecture	,
在	这	关闭	的	我的	演讲	,

在我的演讲结束时,

[haʊ] [ðɪs] [weɪ] [liːdz] [æt; ət][wʌns][tuː; tə][ə; eɪ] [sər'praɪzɪŋ] [ˌsɪmplɪfɪ'keɪʃn] [ʌv; əv][ðə; ðɪ]['kælkjələs][ʌv; əv]

how	this	way	leads	at	once	to	a	surprising	simplification	of	the	calculus	of
如何	这	方式	线索	在	一次	到	一个	奇怪	简化	的	这	结石	的

[ˌveəriː'eiʃənz] .

variations	.
变体	.

这种方法如何能立即带来变分法的惊人简化呢?

[fɔːr; fər][ɪn]

For	in
为了	在

在

[[ˌpiː 'dʒiː][sɪks]]

[	Pg	6	]
[	页	6	]

[第6页]

[ðə; ðɪ][ˌdemən'streɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ðɪ] ['nesəseri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kraɪ'tɪriə][fɔːr; fər][ðə; ðɪ] [ə'kɜːrəns]

the	demonstration	of	the	necessary	and	sufficient	criteria	for	the	occurrence
这	示范	的	这	必要的	和	充足的	标准	为了	这	发生

[ʌv; əv][ə; eɪ]['mæksɪməm][ænd; ənd] ['mɪnɪməm] ,

of	a	maximum	and	minimum	,
的	一个	最大限度	和	最低限度	,

证明最大值和最小值出现的必要和充分条件,

[ðə; ðɪ][ˌkælkjʊ'leɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ðɪ]['sekənd][ˌveri'eɪʃ(ə)n][ænd; ənd][ɪn][pɑːrt] , [ɪn'diːd] ,

the	calculation	of	the	second	variation	and	in	part	,	indeed	,
这	计算	的	这	第二	变化	和	在	部分	,	的确	,

二阶变分的计算,以及部分计算,实际上,

[ðə; ðɪ] ['wɪrɪsəm] ['riːzənɪŋ] [kə'nektɪd] [wɪð; wɪθ][ðə; ðɪ][fɜːrst][ˌveri'eɪʃ(ə)n] [meɪ] [biː; bi] [kəm'pliːtli]

the	wearisome	reasoning	connected	with	the	first	variation	may	be	completely
这	令人厌倦的	推理	连接	和	这	第一的	变化	可能	是	完全地

[dɪ'spenst] [wɪð; wɪθ] — [tuː; tə] [seɪ] ['nʌθɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ðɪ] [æd'væns] [wɪtʃ] [ɪz] [ɪn'vɑːlvd] [ɪn][ðə; ðɪ]

dispensed	with	—	to	say	nothing	of	the	advance	which	is	involved	in	the
分发	和	—	到	说	没有什么	的	这	进步	哪个	是	涉及	在	这

[rɪ'muːv(ə)l][ʌv; əv][ðə; ðɪ] [rɪ'strɪkʃ(ə)n] [tuː; tə][ˌveəriː'eiʃənz][fɔːr; fər] [wɪtʃ] [ðə; ðɪ] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts]

removal	of	the	restriction	to	variations	for	which	the	differential	coefficients
移动	的	这	限制	到	变体	为了	哪个	这	微分	系数

[ʌv; əv][ðə; ðɪ]['fʌŋkʃ(ə)n] ['veri] [bʌt; bət] ['slaɪtli] .

of	the	function	vary	but	slightly	.
的	这	功能	各不相同	但	轻微地	.

与第一变分相关的繁琐推理可以完全免除——更不用说取消对函数微分系数变化很小的变分的限制所带来的进步了。

[waɪl] [ɪn'sɪstɪŋ] [ɑːn]['rɪgər][ɪn][ðə; ði] [pruːf] [æz; əz][ə; eɪ][rɪ'kwaɪərmənt][fɔːr; fər][ə; eɪ]['pɜːrfɪkt][sə'luːʃ(ə)n]
While **insisting** **on** **rigor** **in** **the** **proof** **as** **a** **requirement** **for** **a** **perfect** **solution**
尽管 坚持 在 严格 在 这 证明 作为 一个 要求 为了 一个 完美的 解决方案
[ʌv; əv][ə; eɪ]['prɑːbləm] ,
of **a** **problem** **,**
的 一个 问题 ,

在坚持证明的严谨性是完美解决问题的必要条件的同时，

[aɪ][ʃʊd; ʃəd][laɪk] , [ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd] , [tuː; tə] [ə'poʊz] [ðə; ði][ə'pɪnjən] [ðæt]['oʊnli][ðə; ði]
I **should** **like** **,** **on** **the** **other** **hand** **,** **to** **oppose** **the** **opinion** **that** **only** **the**
我 应该 喜欢 , 在 这 其他 手 , 到 反对 这 观点 那 仅有的 这
['kɑːnsɛpts, 'kɑːnsɛps][ʌv; əv][ə'næləsɪs] ,
concepts **of** **analysis** **,**
概念 的 分析 ,

另一方面，我反对这样一种观点，即只有分析的概念才有效。

[ɔːr]['iːv(ə)n] [ðoʊz] [ʌv; əv] [ə'rɪθmətɪk] [ə'loʊn] , [ɑːr; ər][sə'septəb(ə)l][ʌv; əv][ə; eɪ] ['fʊli] ['rɪgərəs] ['triːtmənt] .
or **even** **those** **of** **arithmetic** **alone** **,** **are** **susceptible** **of** **a** **fully** **rigorous** **treatment** **.**
或者 甚至 那些 的 算术 独自的 , 是 易受影响的 的 一个 完全 严格的 治疗 .

甚至仅仅是算术题，都可以进行全面严格的处理。

[ðɪs] [ə'pɪnjən] , [ə'keɪʒ(ə)nəli] ['ædvəkeɪt；-ət][baɪ]['emɪnənt] [men] , [aɪ][kən'sɪdər] [ɪn'taɪərli] [ɪ'roʊniəs] .
This **opinion** **,** **occasionally** **advocated** **by** **eminent** **men** **,** **I** **consider** **entirely** **erroneous** **.**
这 观点 , 偶尔 倡导者 经过 杰出 男人 , 我 考虑 完全 错误 .

这种观点虽然偶尔会被一些知名人士提出，但我认为完全错误。

[sʌtʃ] [ə; eɪ][wʌn] - ['saɪdɪd][ɪnˌtɜːrprə'teɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][rɪ'kwaɪərmənt][ʌv; əv]['rɪgər] [wʊd] [suːn] [liːd]
Such **a** **one** **-** **sided** **interpretation** **of** **the** **requirement** **of** **rigor** **would** **soon** **lead**
这样的 一个 一 - 侧面 解释 的 这 要求 的 严格 会 很快 带领
[tuː; tə][ðə; ði] [ig'nɔːɪŋ] [ʌv; əv][ɔːl]['kɑːnsɛpts, 'kɑːnsɛps] [ɜ'aɪzɪŋ] [frʌm; frəm][dʒi'ɑːmətri] ,
to **the** **ignoring** **of** **all** **concepts** **arising** **from** **geometry** **,**
到 这 忽略 的 全部 概念 产生 从 几何学 ,

对严谨性要求的这种片面解读很快就会导致对所有源于几何学的概念的忽视。

[mə'kænɪks] [ænd; ənd] ['fɪzɪks] , [tuː; tə][ə; eɪ] ['stɑːpɪdʒ] [ʌv; əv][ðə; ði] [floʊ] [ʌv; əv] [nuː] [mə'tɪriəl]
mechanics **and** **physics** **,** **to** **a** **stoppage** **of** **the** **flow** **of** **new** **material**
机械学 和 物理 , 到 一个 停止 的 这 流动 的 新的 材料
[frʌm; frəm][ðə; ði][ˌaʊt'saɪd][wɜːrld] ,
from **the** **outside** **world** **,**
从 这 外部 世界 ,

力学和物理学导致外部世界新物质流动停止。

[ænd; ənd]['faɪnəli] , [ɪn'diːd] , [æz; əz][ə; eɪ][læst] ['kɑːnsɪkwens] ,
and **finally** **,** **indeed** **,** **as** **a** **last** **consequence** **,**
和 最后 , 的确 , 作为 一个 最后的 结果 ,

最后，也是最终的结果，

[tuː; tə][ðə; ði][rɪ'dʒekʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][aɪ'diːəz][ʌv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ænd; ənd][ʌv; əv][ðə; ði][ɪ'ræʃən(ə)l]
to **the** **rejection** **of** **the** **ideas** **of** **the** **continuum** **and** **of** **the** **irrational**
到 这 拒绝 的 这 想法 的 这 连续体 和 的 这 非理性
['nʌmbər] .
number **.**
数字 .

否定了连续统和无理数的概念。

[bʌt; bət] [wʌt] [æn; ən][ɪm'pɔːrt(ə)nt] [nɜːrv] , ['vaɪt(ə)l] [tuː; tə][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] ,
But **what** **an** **important** **nerve** **,** **vital** **to** **mathematical** **science** **,**
但 什么 一个 重要的 神经 , 必不可少的 到 数学 科学 ,

但这是多么重要的一条神经，对数学科学至关重要啊！

[wʊd] [biː; bi] [kʌt] [baɪ] [ðə; ði] [ˌekstər'peɪʃn] [ʌv; əv] [dʒi'ɑːmətri] [ænd; ənd] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['fɪzɪks] !

would	be	cut	by	the	extirpation	of	geometry	and	mathematical	physics	!
会	是	切	经过	这	根除	的	几何学	和	数学	物理	!

如果几何学和数学物理学被消灭，那将会是怎样一番景象！

[ɑːn] [ðə; ði] ['kɑːntreri] [aɪ] [θɪŋk] [ðæt] [wer'evər] ,

On	the	contrary	I	think	that	wherever	,
在	这	相反	我	思考	那	无论	,

相反，我认为无论在哪里，

[frʌm; frəm] [ðə; ði] [saɪd] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] ['nɑːlɪdʒ] [ɔːr] [ɪn] [dʒi'ɑːmətri] ,

from	the	side	of	the	theory	of	knowledge	or	in	geometry	,
从	这	边	的	这	理论	的	知识	或者	在	几何学	,

从知识论或几何学的角度来看，

[ɔːr] [frʌm; frəm] [ðə; ði] ['θɪərɪz] [ʌv; əv] ['nætʃ(ə)rəl] [ɔːr] ['fɪzɪk(ə)l] ['saɪəns] , [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [aɪ'diːəz] [kʌm] [ʌp] ,

or	from	the	theories	of	natural	or	physical	science	,	mathematical	ideas	come	up	,
或者	从	这	理论	的	自然的	或者	身体的	科学	,	数学	想法	来	向上	,

或者从自然科学或物理科学的理论中，可以引申出数学思想。

[ðə; ði] ['prɑːbləm] [ɜ'aɪzɪz] [fɔːr; fər] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [tuː; tə] [ɪn'vestɪgeɪt] [ðə; ði] ['prɪnsəp(ə)lz] [ˌʌndər'laɪɪŋ] [ðiːz] [aɪ'diːəz] [ænd; ənd] [soʊ] [tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] [ðem; ðəm] [ə'pɑːn] [ə; eɪ] ['sɪmp(ə)l] [ænd; ənd] [kəm'pliːt] ['sɪstəm] [ʌv; əv] ['æksiːəmz] ,

the	problem	arises	for	mathematical	science	to	investigate	the	principles	underlying	these	ideas	and	so	to	establish	them	upon	a	simple	and	complete	system	of	axioms	,
这	问题	出现	为了	数学	科学	到	调查	这	原则	潜在的	这些	想法	和	所以	到	建立	他们	之上	一个	简单的	和	完全的	系统	的	公理	,

数学科学面临的问题是，如何探究这些思想背后的原理，从而建立一个简单而完整的公理体系来建立它们。

[ðæt] [ðə; ði] [ɪg'zæktnəs] [ʌv; əv] [ðə; ði] [nuː] [aɪ'diːəz] [ænd; ənd] [ðer; ðər] [ˌæplɪkə'bɪləti,ə,ˌplɪkə'bɪləti] [tuː; tə] [dɪ'dʌkʃ(ə)n] [ʃæl; ʃəl] [biː; bi] [ɪn] [noʊ] [rɪ'spekt] [ɪn'fɪriər] [tuː; tə] [ðoʊz] [ʌv; əv] [ðə; ði] [oʊld] [ˌærɪθ'metɪkl] ['kɑːnsɛpts, 'kɑːnsɛps] .

that	the	exactness	of	the	new	ideas	and	their	applicability	to	deduction	shall	be	in	no	respect	inferior	to	those	of	the	old	arithmetical	concepts	.
那	这	精确	的	这	新的	想法	和	他们的	适用性	到	扣除	将	是	在	不	尊重	下	到	那些	的	这	老的	算术	概念	.

新思想的精确性及其在演绎推理中的适用性在任何方面都不得逊于旧算术概念。

[tuː; tə] [nuː] ['kɑːnsɛpts, 'kɑːnsɛps] [ˌkɔːrə'spɑːnd] , [ˌnesə'serəli] , [nuː] [saɪnz] .

To	new	concepts	correspond	,	necessarily	,	new	signs	.
到	新的	概念	对应	,	一定	,	新的	标志	.

新概念必然对应新的符号。

[ðiːz] [wiː; wi] [tʃuːz] [ɪn] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [wei] [ðæt] [ðeɪ] [rɪ'maɪnd] [juː 'es] [ʌv; əv] [ðə; ði] [fə'nɑːmɪnə] [wɪtʃ] [wɜːr; wər] [ðə; ði] [ə'keɪʒn] [fɔːr; fər] [ðə; ði] [fɔːr'meɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] [nuː] ['kɑːnsɛpts, 'kɑːnsɛps] .

These	we	choose	in	such	a	way	that	they	remind	us	of	the	phenomena	which	were	the	occasion	for	the	formation	of	the	new	concepts	.
这些	我们	选择	在	这样的	一个	方式	那	他们	提醒	我们	的	这	现象	哪个	是	这	场合	为了	这	形成	的	这	新的	概念	.

我们选择这些事物，是为了让我们想起那些促成新概念形成的现象。

[soʊ][ðə; ði] [ˌdʒiːəˈmetrɪkl] ['fɪgjərz] [ɑːr; ər] [saɪnz] [ɔːr] [nɪˈmɑːnɪk] ['sɪmblz] [ʌv; əv] [speɪs] [ˌɪntuˈɪʃ(ə)n] [ænd; ənd]

So	the	geometrical	figures	are	signs	or	mnemonic	symbols	of	space	intuition	and
所以	这	几何	数据	是	标志	或者	记忆法	符号	的	空间	直觉	和

[ɑːr; ər] [juːst] [æz; əz] [sʌtʃ] [baɪ] [ɔːl] [mæθəˈmətɪʃnz] .

are	used	as	such	by	all	mathematicians	.
是	用过的	作为	这样的	经过	全部	数学家	.

因此，几何图形是空间直觉的符号或助记符号，所有数学家都这样使用它们。

[huː] [dʌz] [nɑːt] ['ɔːlweɪz] [juːz] [əˈlɔːŋ] [wɪð; wɪθ] [ðə; ði] ['dʌb(ə)l] [ˌɪnɪˈkwɑːləti] [ðə; ði] ['pɪktʃər] [ʌv; əv] [θriː]

Who	does	not	always	use	along	with	the	double	inequality	the	picture	of	three
WHO	做	不是	总是	使用	沿着	和	这	双倍的	不等式	这	图片	的	三

[pɔɪnts] ['fɑːloʊɪŋ] [wʌn] [əˈnʌðər] [ɑːn] [ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] [æz; əz] [ðə; ði] [ˌdʒiːəˈmetrɪkl] ['pɪktʃər] [ʌv; əv] [ðə; ði]

points	following	one	another	on	a	straight	line	as	the	geometrical	picture	of	the
积分	下列的	一	其他	在	一个	直的	线	作为	这	几何	图片	的	这

[aɪˈdiːə] " [bɪˈtwiːn] " ?

idea	"	between	"	?
主意	"	之间	"	?

谁不会总是将三个点沿直线依次排列的图像作为"之间"概念的几何图像，并将其与双重不等式结合起来使用呢?

[huː] [dʌz] [nɑːt] [meɪk] [juːz] [ʌv; əv] ['drɔɪŋz] [ʌv; əv] ['sɛgmənts, ˌsɛgˈmɛnts] [ænd; ənd] ['rektæŋglz] [ɪnˈkloʊzd]

Who	does	not	make	use	of	drawings	of	segments	and	rectangles	enclosed
WHO	做	不是	制作	使用	的	图画	的	片段	和	矩形	内

[ɪn] [wʌn] [əˈnʌðər] ,

in	one	another	,
在	一	其他	,

谁不用由相互嵌套的线段和矩形组成的图形呢?

[wen] [ˌaɪ ˈtiː] [ɪz] [rɪˈkwaɪərd] [tuː; tə] [pruːv] [wɪð; wɪθ] ['pɜːrfɪkt] ['rɪgər] [ə; eɪ] ['dɪfɪkəlt] ['θiːərəm] [ɑːn] [ðə; ði]

when	it	is	required	to	prove	with	perfect	rigor	a	difficult	theorem	on	the
什么时候	它	是	必需的	到	证明	和	完美的	严格	一个	难的	定理	在	这

[ˌkɑːntɪˈnuːəti] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [ɔːr] [ðə; ði] [ɪgˈzɪstəns] [ʌv; əv] [pɔɪnts] [ʌv; əv] [ˌkɑːndenˈseɪʃ(ə)n] ?

continuity	of	functions	or	the	existence	of	points	of	condensation	?
连续性	的	函数	或者	这	存在	的	积分	的	缩合	?

当需要严格证明关于函数连续性或凝聚点存在性的难题定理时，该怎么办?

[huː] [kʊd; kəd] [dɪˈspens] [wɪð; wɪθ] [ðə; ði] ['fɪgjər] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['traɪæŋg(ə)l] , [ðə; ði] ['sɜːrk(ə)l] [wɪð; wɪθ] [ɪts]

Who	could	dispense	with	the	figure	of	the	triangle	,	the	circle	with	its
WHO	可以	分配	和	这	数字	的	这	三角形	,	这	圆圈	和	它是

['sentər] ,

center	,
中心	,

谁能舍弃三角形的图形，以及圆心为圆心的图形呢?

[ɔːr] [wɪð; wɪθ] [ðə; ði] [krɔːs] [ʌv; əv] [θriː] [ˌpɜːrpənˈdɪkjələr] ['æksɪz] ?

or	with	the	cross	of	three	perpendicular	axes	?
或者	和	这	叉	的	三	垂直	轴	?

或者用三个互相垂直的轴的交叉点表示?

[ɔːr] [huː] [wʊd] [gɪv] [ʌp] [ðə; ði] [ˌreprɪzenˈteɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði]

Or	who	would	give	up	the	representation	of	the
或者	WHO	会	给	向上	这	表示	的	这

或者谁会放弃代表权?

[[ˌpiː ˈdʒiː] ['sɛvən]]

[	Pg	7	]
[	页	7	]

[第7页]

['vektər] [fiːld] ,

vector	field	,
向量	场地	,

向量场

[ɔːr][ðə; ði] ['pɪktʃər] [ʌv; əv][ə; eɪ]['fæməli][ʌv; əv] [kɑːvz] [ɔːr]['sɝːfəsəz, 'sɝːfəsɪz][wɪð; wɪθ][ɪts] ['envəloʊp] [wɪtʃ]

or	the	picture	of	a	family	of	carves	or	surfaces	with	its	envelope	which
或者	这	图片	的	一个	家庭	的	雕刻	或者	表面	和	它是	信封	哪个

[pleɪz] [soʊ][ɪm'pɔːrt(ə)nt][ə; eɪ][pɑːrt][ɪn] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [dʒi'ɑːmətri] ,

plays	so	important	a	part	in	differential	geometry	,
演出	所以	重要的	一个	部分	在	微分	几何学	,

或者，也可以看作是一组雕刻或曲面及其包络的图像，它在微分几何中起着至关重要的作用。

[ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ,

in	the	theory	of	differential	equations	,
在	这	理论	的	微分	方程式	,

在微分方程理论中，

[ɪn][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][,veəri:'eiʃənz][ænd; ənd][ɪn] ['ʌðər] ['pjʊrli]

in	the	foundation	of	the	calculus	of	variations	and	in	other	purely
在	这	基础	的	这	结石	的	变体	和	在	其他	纯粹

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['saɪənsəz, 'saɪənsɪz] ?

mathematical	sciences	?
数学	科学	?

在变分法的基础以及其他纯数学科学中?

[ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['sɪmblz] [ɑːr; ər] ['rɪt(ə)n] ['daiəgræmz][ænd; ənd][ðə; ði] [ˌdʒiːə'metrɪkl] ['fɪgjərz] [ɑːr; ər]

The	arithmetical	symbols	are	written	diagrams	and	the	geometrical	figures	are
这	算术	符号	是	书面	图表	和	这	几何	数据	是

['græfɪk] ['fɔrmjələz] ;

graphic	formulas	;
形象的	公式	;

算术符号是书写的图表，几何图形是图形公式;

[ænd; ənd][noʊ] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [kʊd; kəd] [sper] [ðiːz] ['græfɪk] ['fɔrmjələz] ,

and	no	mathematician	could	spare	these	graphic	formulas	,
和	不	数学家	可以	空闲的	这些	形象的	公式	,

没有哪个数学家会放过这些图形公式。

['eni] [mɔːr] [ðæn; ðən][ɪn][ˌkælkju'leɪʃ(ə)n][ðə; ði] [ɪn'sɜːrʃn] [ænd; ənd][rɪ'muːv(ə)l][ʌv; əv] [pə'renθəsiːz] [ɔːr]

any	more	than	in	calculation	the	insertion	and	removal	of	parentheses	or
任何	更多的	比	在	计算	这	插入	和	移动	的	括号	或者

[ðə; ði][juːz][ʌv; əv] ['ʌðər] [ˌænə'lɪtɪk(ə)l] [saɪnz] .

the	use	of	other	analytical	signs	.
这	使用	的	其他	分析	标志	.

就像在计算中插入和删除括号或使用其他分析符号一样。

[ðə; ði][juːz][ʌv; əv] [ˌdʒiːə'metrɪkl] [saɪnz][æz; əz][ə; eɪ] [miːnz] [ʌv; əv][strɪkt] [pruːf] [ˌpriːsə'pəʊziz] [ðə; ði]

The	use	of	geometrical	signs	as	a	means	of	strict	proof	presupposes	the
这	使用	的	几何	标志	作为	一个	方法	的	严格的	证明	预设	这

[ɪg'zækt] ['nɑːlɪdʒ] [ænd; ənd] [kəm'pliːt] ['mæstəri] [ʌv; əv][ðə; ði]['æksiːəmz] [wɪtʃ] [ˌʌndər'laɪ] [ðoʊz]

exact	knowledge	and	complete	mastery	of	the	axioms	which	underlie	those
精确的	知识	和	完全的	精通	的	这	公理	哪个	底层	那些

['fɪgjərz] ;

figures	;
数据	;

使用几何符号作为严格证明的手段，前提是必须精确了解并完全掌握构成这些图形的公理;

[ænd; ənd][ɪn]['ɔːrdər] [ðæt] [ðiːz] [ˌdʒiːə'metrɪkl] ['fɪgjərz] ['meɪbi] [ɪn'kɔːrpəreɪtɪd] [ɪn][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl]

and	in	order	that	these	geometrical	figures	maybe	incorporated	in	the	general
和	在	命令	那	这些	几何	数据	或许	公司	在	这	一般的

['treʒər] [ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l][saɪnz] ,

treasure	of	mathematical	signs	,
宝藏	的	数学	标志	,

为了使这些几何图形能够被纳入数学符号的普遍宝库中，

[ðer; ðər][ɪz] ['nesəseri] [ə; eɪ] ['rɪgərəs] [ˌæksiə'mætɪk][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðer; ðər] [kən'septʃuəl] ['kɑ:ntent] .

there	is	necessary	a	rigorous	axiomatic	investigation	of	their	conceptual	content	.
那里	是	必要的	一个	严格的	公理化的	调查	的	他们的	概念	内容	.

有必要对其概念内容进行严格的公理化研究。

[dʒʌst][æz; əz][ɪn] ['ædɪŋ] [tu:] ['nʌmbərz] ,

Just	as	in	adding	two	numbers	,
只是	作为	在	添加	二	数字	,

就像把两个数相加一样，

[wʌn][mʌst; məst] [pleɪs] [ðə; ði]['didʒits]['ʌndər] [i:tʃ] ['ʌðər] [ɪn][ðə; ði] [raɪt] ['ɔ:rdər] ,

one	must	place	the	digits	under	each	other	in	the	right	order	,
一	必须	地方	这	数字	在下面	每个	其他	在	这	正确的	命令	,

必须将数字按正确的顺序依次排列。

[soʊ] [ðæt] ['oʊnli][ðə; ði] [ru:lz] [ʌv; əv][ˌkælkju'leɪʃ(ə)n] , [aɪ] . [i:] . , [ðə; ði]['æksi:əmz][ʌv; əv] [ə'rɪθmətɪk] ,

so	that	only	the	rules	of	calculation	,	i	.	e	.	,	the	axioms	of	arithmetic	,
所以	那	仅有的	这	规则	的	计算	,	我	.	e	.	,	这	公理	的	算术	,

因此，只有计算规则，即算术公理，

[dɪ'tɜ:rmɪn] [ðə; ði] [kə'rekt] [ju:z][ʌv; əv][ðə; ði]['didʒits] ,

determine	the	correct	use	of	the	digits	,
决定	这	正确的	使用	的	这	数字	,

确定这些数字的正确用法，

[soʊ][ðə; ði][ju:z][ʌv; əv] [ˌdʒi:ə'metrɪkl] [saɪnz][ɪz] [dɪ'tɜ:rmɪnd] [baɪ][ðə; ði]['æksi:əmz][ʌv; əv] [ˌdʒi:ə'metrɪkl]

so	the	use	of	geometrical	signs	is	determined	by	the	axioms	of	geometrical
所以	这	使用	的	几何	标志	是	决定	经过	这	公理	的	几何

['kɑ:nsɛpts, 'kɑ:nsɛps][ænd; ənd][ðer; ðər][ˌkɑ:mbə'neɪʃənz] .

concepts	and	their	combinations	.
概念	和	他们的	组合	.

因此，几何符号的使用是由几何概念的公理及其组合决定的。

[ðə; ði] [ə'gri:mənt] [bɪ'twi:n] [ˌdʒi:ə'metrɪkl] [ænd; ənd] [ˌærɪθ'metɪkl] [θɔ:t] [ɪz] [ʃoʊn] ['ɔ:lsoʊ][ɪn] [ðæt]

The	agreement	between	geometrical	and	arithmetical	thought	is	shown	also	in	that
这	协议	之间	几何	和	算术	想法	是	所示	还	在	那

[wi:; wi][du:][nɑ:t] [hə'bɪtʃuəli] ['fɑ:loʊ] [ðə; ði] [tʃeɪn] [ʌv; əv] ['ri:zənɪŋ] [bæk] [tu:; tə][ðə; ði]['æksi:əmz][ɪn]

we	do	not	habitually	follow	the	chain	of	reasoning	back	to	the	axioms	in
我们	做	不是	习惯性地	跟随	这	链	的	推理	后退	到	这	公理	在

[ˌærɪθ'metɪkl] ,

arithmetical	,
算术	,

几何思维和算术思维的一致性还体现在我们并不习惯性地沿着推理链追溯到算术公理。

['eni] [mɔ:r] [ðæn; ðən][ɪn] [ˌdʒi:ə'metrɪkl] [dɪs'kʌʃnz] .

any	more	than	in	geometrical	discussions	.
任何	更多的	比	在	几何	讨论	.

比几何讨论中的情况更甚。

[ɑ:n][ðə; ði]['kɑ:ntreri] [wi:; wi] [ə'plai] , [ɪ'speʃəli] [ɪn][fɜ:rst] [ə'tækɪŋ] [ə; eɪ]['prɑ:bləm] , [ə; eɪ]['ræpɪd] ,

On	the	contrary	we	apply	,	especially	in	first	attacking	a	problem	,	a	rapid	,
在	这	相反	我们	申请	,	尤其	在	第一的	攻击	一个	问题	,	一个	迅速的	,

相反，我们尤其在最初解决问题时，会采用快速、

[ʌn'kɑ:nʃəs] , [nɑ:t] [ˌæbsə'lu:tli] [ʃʊr] [ˌkɑ:mbɪ'neɪʃ(ə)n] ,

unconscious	,	not	absolutely	sure	combination	,
无意识	,	不是	绝对地	当然	组合	,

无意识的、不太确定的组合

['trʌstɪŋ] [tuː; tə][ə; eɪ]['sɜːrt(ə)n] [ˌærɪθ'metɪkl] ['fiːlɪŋ] [fɔːr; fər][ðə; ði] [bɪ'heɪvjər] [ʌv; əv][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl]

trusting	to	a	certain	arithmetical	feeling	for	the	behavior	of	the	arithmetical
信任	到	一个	肯定	算术	感觉	为了	这	行为	的	这	算术

['sɪmblz] ,

symbols	,
符号	,

依靠对算术符号行为的某种算术感觉，

[wɪtʃ] [wiː; wi][kʊd; kəd] [dɪ'spens] [wɪð; wɪθ][æz; əz]['lɪt(ə)l][ɪn] [ə'rɪθmətɪk] [æz; əz][wɪð; wɪθ][ðə; ði]

which	we	could	dispense	with	as	little	in	arithmetic	as	with	the
哪个	我们	可以	分配	和	作为	小的	在	算术	作为	和	这

[ˌdʒiːə'metrɪkl] [ɪˌmædʒɪ'neɪʃ(ə)n][ɪn] [dʒi'ɑːmətri] .

geometrical	imagination	in	geometry	.
几何	想像力	在	几何学	.

就像我们在算术中几乎不需要几何想象力一样，我们在几何学中也几乎不需要几何想象力。

[æz; əz][æn; ən][ɪg'zæmp(ə)l][ʌv; əv][æn; ən] [ˌærɪθ'metɪkl] ['θiːəri] ['ɑpəretɪŋ] ['rɪgərəsli] [wɪð; wɪθ]

As	an	example	of	an	arithmetical	theory	operating	rigorously	with
作为	一个	例子	的	一个	算术	理论	操作	严格地	和

[ˌdʒiːə'metrɪkl] [aɪ'diːəz][ænd; ənd] [saɪnz] ,

geometrical	ideas	and	signs	,
几何	想法	和	标志	,

例如，一个严格运用几何概念和符号的算术理论是这样的：

[aɪ] [meɪ] ['menʃ(ə)n] [mɪŋkɔfskiɪs] [wɜːrk] , [daɪ] [ʒeɪˌɑː'mɛtri] ['dɝː] ['zɑːlən] . [[ˌtuː'tuː]]

I	may	mention	Minkowski's	work	,	Die	Geometrie	der	Zahlen	.	[	2	]
我	可能	提到	明科夫斯基的	工作	,	死	几何	德尔	扎伦	.	[	2	]

我可能会提到 Minkowski 的作品 Die Geometrie der Zahlen。[2]

[sʌm; səm] [ri'maːks] [ə'pɑːn][ðə; ði] ['dɪfəkəltɪz] [wɪtʃ] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɔːbləms] [meɪ] ['ɔːfər] , [ænd; ənd]

Some	remarks	upon	the	difficulties	which	mathematical	problems	may	offer	,	and
一些	评论	之上	这	困难	哪个	数学	问题	可能	提供	,	和

[ðə; ði] [miːnz] [ʌv; əv] [sər'maʊntɪŋ] [ðem; ðəm] ,

the	means	of	surmounting	them	,
这	方法	的	克服	他们	,

关于数学问题可能遇到的困难以及克服这些困难的方法的一些看法

[meɪ] [biː; bi][ɪn] [pleɪs] [hɪr] .

may	be	in	place	here	.
可能	是	在	地方	这里	.

这里可能已经到位。

[ɪf] [wiː; wi][duː][nɑːt] [sək'siːd] [ɪn] ['sɑːlvɪŋ] [ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɑːbləm] ,

If	we	do	not	succeed	in	solving	a	mathematical	problem	,
如果	我们	做	不是	成功	在	解决	一个	数学	问题	,

如果我们未能成功解决一个数学问题，

[ðə; ði]['riːz(ə)n] ['friːkwəntli] [kən'sɪsts][ɪn]['aʊər; ɑːr] ['feɪljər] [tuː; tə]['rekəgnaɪz][ðə; ði] [mɔːr] ['dʒen(ə)rəl]

the	reason	frequently	consists	in	our	failure	to	recognize	the	more	general
这	原因	频繁地	由	在	我们的	失败	到	认出	这	更多的	一般的

['stændpɔɪnt][frʌm; frəm] [wɪtʃ] [ðə; ði]['prɑːbləm] [bɪ'fɔːr] [ˌjuː 'es] [ə'pɪrz] ['oʊnli][æz; əz][ə; eɪ]['sɪŋg(ə)l][lɪŋk]

standpoint	from	which	the	problem	before	us	appears	only	as	a	single	link
立场	从	哪个	这	问题	前	我们	出现	仅有的	作为	一个	单身的	关联

[ɪn][ə; eɪ] [tʃeɪn] [ʌv; əv] [rɪ'leɪtɪd] ['prɔːbləms] .

in	a	chain	of	related	problems	.
在	一个	链	的	有关的	问题	.

原因往往在于我们未能认识到更普遍的观点，即我们面前的问题只是相关问题链中的一个环节。

['æftər]['faɪndɪŋ] [ðɪs] ['stændpɔɪnt] , [nɑːt]['oʊnli][ɪz] [ðɪs] ['prɑːbləm] ['friːkwəntli] [mɔːr] [ək'sesəb(ə)l][tuː; tə]
After finding this standpoint , not only is this problem frequently more accessible to
后 寻找 这 立场 , 不是 仅有的 是 这 问题 频繁地 更多的 可访问 到
['aʊər; ɑːr][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] ,
our investigation ,
我们的 调查 ,

找到这个立场之后，不仅这个问题更容易进入我们的调查范围，

[bʌt; bət][æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm][wiː; wi] [kʌm] ['ɪntuː] [pə'zeʃn] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['meθəd] [wɪtʃ] [ɪz]
but at the same time we come into possession of a method which is
但 在 这 相同的 时间 我们 来 进入 拥有 的 一个 方法 哪个 是

但与此同时，我们也掌握了一种方法，那就是

[[ˌpiː 'dʒiː][eɪt]]
[Pg 8]
[页 8]

[第 8 页]

['æplɪkəb(ə)l]['ɔːlsoʊ][tuː; tə] [rɪ'leɪtɪd] ['prɔːbləms] .
applicable also to related problems .
适用的 还 到 有关的 问题 .

也适用于相关问题。

[ðə; ði] [ˌɪntrə'dʌkʃ(ə)n] [ʌv; əv][kəm'pleks] [pæðz] [ʌv; əv][ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n][baɪ] ['koʊ.ʃi] [ænd; ənd][ʌv; əv][ðə; ði]
The introduction of complex paths of integration by Cauchy and of the
这 介绍 的 复杂的 路径 的 一体化 经过 柯西 和 的 这
['noʊʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][aɪ'diːlz][ɪn] ['nʌmbər] ['θiːəri] [baɪ] ['kʌmɝ] [meɪ] [sɜːrv] [æz; əz][ɪg'zæmpəlz] .
notion of the ideals in number theory by Kummer may serve as examples .
概念 的 这 理想 在 数字 理论 经过 库默 可能 服务 作为 示例 .

柯西引入了复积分路径，库默尔在数论中引入了理想的概念，这些都可以作为例证。

[ðɪs] [weɪ] [fɔːr; fər]['faɪndɪŋ]['dʒen(ə)rəl] ['meθədz] [ɪz]['sɜːrt(ə)nli][ðə; ði][moʊst] ['præktɪkəbl] [ænd; ənd][ðə; ði]
This way for finding general methods is certainly the most practicable and the
这 方式 为了 寻找 一般的 方法 是 当然 这 最多 切实可行的 和 这
[moʊst]['sɜːrt(ə)n] ;
most certain ;
最多 肯定 ;

这种寻找通用方法的方法无疑是最实用、最可靠的；

[fɔːr; fər][hiː; hi] [huː] [siːks] [fɔːr; fər] ['meθədz] [wɪ'ðaʊt] ['hævɪŋ] [ə; eɪ] ['defɪnət] ['prɑːbləm][ɪn][maɪnd] [siːks]
for he who seeks for methods without having a definite problem in mind seeks
为了 他 WHO 寻找 为了 方法 没有 拥有 一个 定 问题 在 头脑 寻找
[fɔːr; fər][ðə; ði][moʊst][pɑːrt][ɪn][veɪn] .
for the most part in vain .
为了 这 最多 部分 在 徒劳 .

因为如果一个人心中没有明确的问题，却去寻找方法，那么他大部分时间都会徒劳无功。

[ɪn] ['diːlɪŋ] [wɪð; wɪθ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɔːbləms] , [ˌspeʃələ'zeɪʃ(ə)n] [pleɪz] , [æz; əz][aɪ] [bɪ'liːv] , [ə; eɪ] [stɪl]
In dealing with mathematical problems , specialization plays , as I believe , a still
在 处理 和 数学 问题 , 专业化 演出 , 作为 我 相信 , 一个 仍然
[mɔːr] [ɪm'pɔːrt(ə)nt][pɑːrt][ðæn; ðən][ˌdʒen(ə)rələ'zeɪʃ(ə)n] .
more important part than generalization .
更多的 重要的 部分 比 概括 .

我认为，在处理数学问题时，专门化比概括化起着更重要的作用。

[pər'hæps][ɪn][moʊst]['keɪsɪz] [wer] [wiː; wi] [siːk] [ɪn][veɪn][ðə; ði] ['ænsər] [tuː; tə][ə; eɪ]['kwestʃən] ,
Perhaps in most cases where we seek in vain the answer to a question ,
也许 在 最多 案例 在哪里 我们 寻找 在 徒劳 这 回答 到 一个 问题 ,

或许在大多数情况下，当我们徒劳地寻找问题的答案时，

[ðə; ði] [kɔ:z] [ʌv; əv][ðə; ði] ['feɪljər] [laɪz][ɪn][ðə; ði][fækt] [ðæt] ['prɔ:bləms]['sɪmpəlɝ, 'sɪmplɝ][ænd; ənd] ['iziə]

the	cause	of	the	failure	lies	in	the	fact	that	problems	simpler	and	easier
这	原因	的	这	失败	谎言	在	这	事实	那	问题	更简单	和	更轻松

[ðæn; ðən][ðə; ði][wʌn][ɪn][hænd][hæv; həv] [bɪn] ['i:ðər] [nɑ:t][æt; ət][ɔ:l][ɔ:r] [ˌɪnkəm'pli:tli] ['sɑ:lvd] .

than	the	one	in	hand	have	been	either	not	at	all	or	incompletely	solved	.
比	这	一	在	手	有	到过	任何一个	不是	在	全部	或者	不完全	已解决	.

失败的原因在于，比当前问题更简单、更容易解决的问题要么根本没有解决，要么没有得到彻底解决。

[ɔ:l] [dɪ'pendz] , [ðen] , [ɑ:n]['faɪndɪŋ] [aʊt] [ðiːz] ['iziə] ['prɔ:bləms] ,

All	depends	,	then	,	on	finding	out	these	easier	problems	,
全部	取决于	,	然后	,	在	寻找	出去	这些	更轻松	问题	,

因此，一切都取决于能否找到这些比较容易解决的问题。

[ænd; ənd][ɑ:n] ['sɑ:lvɪŋ] [ðem; ðəm][baɪ] [mi:nz] [ʌv; əv][dɪ'vaɪsɪz][æz; əz]['pɜ:rfɪkt][æz; əz]['pɑ:səb(ə)l][ænd; ənd]

and	on	solving	them	by	means	of	devices	as	perfect	as	possible	and
和	在	解决	他们	经过	方法	的	设备	作为	完美的	作为	可能的	和

[ʌv; əv]['kɑ:nsɛpts, 'kɑ:nsɛps]['keɪpəb(ə)l][ʌv; əv][ˌdʒen(ə)rələ'zeɪʃ(ə)n] .

of	concepts	capable	of	generalization	.
的	概念	有能力的	的	概括	.

并利用尽可能完美的设备和能够推广的概念来解决这些问题。

[ðɪs] [ru:l] [ɪz][wʌn][ʌv; əv][ðə; ði][moʊst][ɪm'pɔ:rt(ə)nt]['levərz][fɔ:r; fər] [ˌəuvə'kʌmɪŋ] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

This	rule	is	one	of	the	most	important	levers	for	overcoming	mathematical
这	规则	是	一	的	这	最多	重要的	杠杆	为了	克服	数学

['dɪfəkəltɪz] [ænd; ənd][ˌaɪ 'ti:] [si:mz] [tu:; tə][ˌem 'i:] [ðæt] [ˌaɪ 'ti:][ɪz] [ju:st] ['ɔ:lmoʊst]['ɔ:lweɪz] ,

difficulties	and	it	seems	to	me	that	it	is	used	almost	always	,
困难	和	它	似乎	到	我	那	它	是	用过的	几乎	总是	,

这条规则是克服数学难题最重要的方法之一，而且在我看来，它几乎总是被用到的。

[ðoʊ] [pər'hæps] [ʌn'kɑ:nʃəsli] .

though	perhaps	unconsciously	.
尽管	也许	不知不觉	.

虽然可能是无意识的。

[ə'keɪʒ(ə)nəli] [ˌaɪ 'ti:] ['hæpənz] [ðæt] [wi:; wi] [si:k] [ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n]['ʌndər] [ˌɪnsə'fɪʃ(ə)nt] [haɪ'pɑ:θəsi:z][ɔ:r][ɪn]

Occasionally	it	happens	that	we	seek	the	solution	under	insufficient	hypotheses	or	in
偶尔	它	发生	那	我们	寻找	这	解决方案	在下面	不足的	假设	或者	在

[æn; ən] [ˌɪnkə'rekt] [sens] ,

an	incorrect	sense	,
一个	错误	感觉	,

有时，我们会在假设不充分或理解错误的情况下寻求解决方案。

[ænd; ənd][fɔ:r; fər] [ðɪs] ['ri:z(ə)n][du:][nɑ:t] [sək'si:d] .

and	for	this	reason	do	not	succeed	.
和	为了	这	原因	做	不是	成功	.

正因如此，他们才未能成功。

[ðə; ði]['prɑ:bləm] [ðen] [ɝ'aɪzɪz] : [tu:; tə] [ʃoʊ] [ðə; ði][ɪmˌpɑ:sə'bɪləti][ʌv; əv][ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n]['ʌndər][ðə; ði]

The	problem	then	arises	:	to	show	the	impossibility	of	the	solution	under	the
这	问题	然后	出现	:	到	展示	这	不可能	的	这	解决方案	在下面	这

['gɪv(ə)n][haɪ'pɑ:θəsi:z] ,

given	hypotheses	,
给定	假设	,

于是问题就出现了：如何在给定的假设条件下证明该解决方案是不可能的，

[ɔ:r][ɪn][ðə; ði] [sens] ['kɑ:ntəmˌpleɪtɪd] .

or	in	the	sense	contemplated	.
或者	在	这	感觉	思考	.

或者按照所设想的意义上来说。

[sʌtʃ] [pruːfs] [ʌv; əv] [ɪmˌpɑːsəˈbɪlətɪ] [wɜːr; wər] [ɪˈfɛktəd, ɪˈfɛktɪd, ˈiːfɛktəd, ˈiːfɛktɪd] [baɪ] [ðə; ði] ['eɪnʃənts] ,

Such	proofs	of	impossibility	were	effected	by	the	ancients	,
这样的	证明	的	不可能	是	受影响	经过	这	古代人	,

古代人就曾进行过此类不可能之事的证明。

[fɔːr; fər] ['ɪnstəns] [wen] [ðeɪ] [ʃoʊd] [ðæt] [ðə; ði] ['reɪʃioʊ] [ʌv; əv] [ðə; ði] [haɪˈpɑːtənuːs] [tuː; tə] [ðə; ði] [saɪd]

for	instance	when	they	showed	that	the	ratio	of	the	hypotenuse	to	the	side
为了	实例	什么时候	他们	显示	那	这	比率	的	这	斜边	到	这	边

[ʌv; əv] [æn; ən] [aɪˌsɑːsəliːz] [raɪt] ['traɪæŋg(ə)l] [ɪz] [ɪˈræʃən(ə)l] .

of	an	isosceles	right	triangle	is	irrational	.
的	一个	等腰三角形	正确的	三角形	是	非理性	.

例如，他们证明了等腰直角三角形的斜边与直角边的比值是无理数。

[ɪn] ['leɪtər] [ˌmæθəˈmætɪks] , [ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz] [tuː; tə] [ðə; ði] [ɪmˌpɑːsəˈbɪlətɪ] [ʌv; əv] ['sɜːrt(ə)n] [səˈluːʃənz]

In	later	mathematics	,	the	question	as	to	the	impossibility	of	certain	solutions
在	之后	数学	,	这	问题	作为	到	这	不可能	的	肯定	解决方案

[pleɪz] [ə; eɪ] [ˌpriːˈemɪnənt] [pɑːrt] ,

plays	a	preeminent	part	,
演出	一个	卓越的	部分	,

在后来的数学中，关于某些解是否不可能存在的问题扮演着至关重要的角色。

[ænd; ənd] [wiː; wi] [pərˈsiːv] [ɪn] [ðɪs] [weɪ] [ðæt] [oʊld] [ænd; ənd] ['dɪfɪkəlt] ['prɔːbləms] ,

and	we	perceive	in	this	way	that	old	and	difficult	problems	,
和	我们	感知	在	这	方式	那	老的	和	难的	问题	,

我们由此认为，那些由来已久且棘手的问题，

[sʌtʃ] [æz; əz] [ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['æksiəm] [ʌv; əv] ['pærəlelz] , [ðə; ði] ['skwɛəriŋ] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['sɜːrk(ə)l] ,

such	as	the	proof	of	the	axiom	of	parallels	,	the	squaring	of	the	circle	,
这样的	作为	这	证明	的	这	公理	的	平行线	,	这	平方	的	这	圆圈	,

例如平行线公理的证明、化圆为方等式等。

[ɔːr] [ðə; ði] [səˈluːʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ɪˈkweɪʒənz] [ʌv; əv] [ðə; ði] [fɪfθ] [dɪˈgriː] [baɪ] ['rædɪklz] [hæv; həv] ['faɪnəli] [faʊnd]

or	the	solution	of	equations	of	the	fifth	degree	by	radicals	have	finally	found
或者	这	解决方案	的	方程式	的	这	第五	程度	经过	自由基	有	最后	成立

['fʊli] [ˌsætɪsˈfæktəri] [ænd; ənd] ['rɪgərəs] [səˈluːʃənz] ,

fully	satisfactory	and	rigorous	solutions	,
完全	令人满意的	和	严格的	解决方案	,

或者，用根式求解五次方程的方法最终找到了完全令人满意和严格的解，

[ɔːlˈðoʊ] [ɪn] [əˈnʌðər] [sens] [ðæn; ðən] [ðæt] [əˈrɪdʒənəli] [ɪnˈtendɪd] .

although	in	another	sense	than	that	originally	intended	.
虽然	在	其他	感觉	比	那	起初	故意的	.

虽然这与最初设想的含义有所不同。

[ˌaɪ ˈtiː] [ɪz] ['prɑːbəbli] [ðɪs] [ɪmˈpɔːrt(ə)nt] [fækt] [əˈlɔːŋ] [wɪð; wɪθ] ['ʌðər] [ˌfɪləˈsɑːfɪk(ə)l] ['riːz(ə)nz] [ðæt] ['gɪvz]

It	is	probably	this	important	fact	along	with	other	philosophical	reasons	that	gives
它	是	大概	这	重要的	事实	沿着	和	其他	哲学	原因	那	给予

[raɪz] [tuː; tə] [ðə; ði] [kənˈvɪkʃn] ([wɪtʃ] ['evri] [ˌmæθəməˈtɪʃn] ['ʃɛrz] ,

rise	to	the	conviction	(	which	every	mathematician	shares	,
上升	到	这	定罪	(	哪个	每一个	数学家	分享	,

或许正是这一重要事实以及其他哲学原因，才产生了这种信念（每个数学家都持有这种信念）。

[bʌt; bət] [wɪtʃ] [noʊ] [wʌn] [hæz; həz] [æz; əz] [jet] [səˈpɔrtəd, səˈpɔrtɪd] [baɪ] [ə; eɪ] [pruːf]) [ðæt] ['evri] ['defɪnət]

but	which	no	one	has	as	yet	supported	by	a	proof	)	that	every	definite
但	哪个	不	一	有	作为	然而	有	经过	一个	证明	)	那	每一个	定

[ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] ['prɑːbləm] [mʌst; məst] [ˌnesəˈserəli] [biː; bi] [səˈseptəb(ə)l] [ʌv; əv] [æn; ən] [ɪgˈzækt] ['set(ə)lmənt]

mathematical	problem	must	necessarily	be	susceptible	of	an	exact	settlement
数学	问题	必须	一定	是	易受影响的	的	一个	精确的	沉降

,

,

,

但至今无人能证明，每个确定的数学问题都必然能够得到精确的解决。

['i:ðər] [ɪn][ðə; ði][fɔ:rm][ʌv; əv][æn; ən]['æktʃuəl] ['ænsər] [tu:; tə][ðə; ði]['kwestʃən] [æskt] ,

either	in	the	form	of	an	actual	answer	to	the	question	asked	,
任何一个	在	这	形式	的	一个	实际的	回答	到	这	问题	问	,

要么以对所提问题的实际回答的形式，

[ɔ:r][baɪ][ðə; ði] [pru:f] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪmˌpɑ:sə'bɪlətɪ] [ʌv; əv][ɪts][sə'lu:ʃ(ə)n][ænd; ənd][ˌðer'wɪð; ˌðer'wɪθ][ðə; ði]

or	by	the	proof	of	the	impossibility	of	its	solution	and	therewith	the
或者	经过	这	证明	的	这	不可能	的	它是	解决方案	和	由此	这

['nesəseri] ['feɪljər] [ʌv; əv][ɔ:l] [ə'tempts] .

necessary	failure	of	all	attempts	.
必要的	失败	的	全部	尝试	.

或者通过证明该问题无法解决，从而必然导致所有尝试失败。

[teɪk] ['eni] ['defɪnət] [ˌʌn'sɑ:lvd] ['prɑ:bləm] , [sʌtʃ] [æz; əz][ðə; ði]['kwestʃən] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði] [ɪˌræʃə'nælətɪ]

Take	any	definite	unsolved	problem	,	such	as	the	question	as	to	the	irrationality
拿	任何	定	未解之谜	问题	,	这样的	作为	这	问题	作为	到	这	非理性

[ʌv; əv][ðə; ði] ['ɔilə] - [ˌmæskə'roʊni]['kɑ:nstənt] ,

of	the	Euler	-	Mascheroni	constant	,
的	这	欧拉	-	马斯切罗尼	持续的	,

选取任何一个尚未解决的确定性问题，例如欧拉-马歇罗尼常数是否无理性的问题，

[ɔ:r][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv][æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [praɪm] ['nʌmbərz] [ʌv; əv][ðə; ði][fɔ:rm] .

or	the	existence	of	an	infinite	number	of	prime	numbers	of	the	form	.
或者	这	存在	的	一个	无限	数字	的	主要的	数字	的	这	形式	.

或者存在无穷多个形如 的素数。

[haʊ'evər] [ˌʌnə'proʊtʃəbl] [ði:z] ['prɔ:bləms] [meɪ] [si:m] [tu:; tə][ˌju: 'es][ænd; ənd] [haʊ'evər] ['helpləs]

However	unapproachable	these	problems	may	seem	to	us	and	however	helpless
然而	难以接近	这些	问题	可能	似乎	到	我们	和	然而	无助

[wi:; wi][stænd] [bɪ'fɔ:r] [ðem; ðəm] ,

we	stand	before	them	,
我们	站立	前	他们	,

然而，无论这些问题在我们看来多么难以解决，无论我们面对它们时多么无助，

[wi:; wi][hæv; həv] , [ˌnevərðə'les] , [ðə; ði]

we	have	,	nevertheless	,	the
我们	有	,	尽管如此	,	这

然而，我们拥有.....

[[ˌpi: 'dʒi:][naɪn]]

[	Pg	9	]
[	页	9	]

[第9页]

[fɜ:rm] [kən'vɪkʃn] [ðæt] [ðer; ðər][sə'lu:ʃ(ə)n][mʌst; məst]['fɑ:loʊ] [baɪ][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] ['pjʊrli]

firm	conviction	that	their	solution	must	follow	by	a	finite	number	of	purely
公司	定罪	那	他们的	解决方案	必须	跟随	经过	一个	有限	数字	的	纯粹

['lɑ:dʒɪk(ə)l] ['prɑ:sesɪz] .

logical	processes	.
逻辑	流程	.

他们坚信，他们的解决方案必须通过有限数量的纯粹逻辑过程才能得出。

[ɪz] [ðɪs] ['æksiəm][ʌv; əv][ðə; ði][sɑ:lvə'bɪləti][ʌv; əv] ['evri] ['prɑ:bləm][ə; eɪ][pɪˌkju:li'ærəti] [ˌker.ək.tə'rɪs.tɪk] [ʌv; əv]

Is	this	axiom	of	the	solvability	of	every	problem	a	peculiarity	characteristic	of
是	这	公理	的	这	可解性	的	每一个	问题	一个	特点	特征	的

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [θɔ:t] [ə'loʊn] ,

mathematical	thought	alone	,
数学	想法	独自的	,

难道所有问题都可解的这一公理仅仅是数学思维所特有的吗?

[ɔ:r][ɪz][ˌaɪ 'ti:] ['pɑ:səbli] [ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl] [lɔ:] [ɪn'herənt] [ɪn][ðə; ði]['neɪtʃər] [ʌv; əv][ðə; ði][maɪnd] ,

or	is	it	possibly	a	general	law	inherent	in	the	nature	of	the	mind	,
或者	是	它	可能	一个	一般的	法律	固有	在	这	自然	的	这	头脑	,

或者，这或许是心灵本质中固有的普遍规律?

[ðæt] [ɔ:l] ['kwestʃənz] [wɪtʃ] [ˌaɪ 'ti:][æsks][mʌst; məst][bi:; bi] ['ænsərəb(ə)l] ?

that	all	questions	which	it	asks	must	be	answerable	?
那	全部	问题	哪个	它	问	必须	是	可回答的	?

它提出的所有问题都必须是可以回答的吗?

[fɔ:r; fər][ɪn] ['ʌðər] ['saɪənsəz, 'saɪənsɪz]['ɔ:lsoʊ][wʌn] [mi:ts] [oʊld]['prɔ:bləms] [wɪtʃ] [hæv; həv] [bɪn] ['setld]

For	in	other	sciences	also	one	meets	old	problems	which	have	been	settled
为了	在	其他	科学	还	一	满足	老的	问题	哪个	有	到过	定居

[ɪn][ə; eɪ] ['mænər] [moʊst][ˌsætɪs'fæktəri][ænd; ənd][moʊst]['ju:sf(ə)l][tu:; tə] ['saɪəns] [baɪ][ðə; ði] [pru:f] [ʌv; əv]

in	a	manner	most	satisfactory	and	most	useful	to	science	by	the	proof	of
在	一个	方式	最多	令人满意的	和	最多	有用	到	科学	经过	这	证明	的

[ðer; ðər][ɪmˌpɑ:sə'bɪləti] .

their	impossibility	.
他们的	不可能	.

在其他科学领域，人们也会遇到一些古老的问题，这些问题通过证明其不可能性而得到了最令人满意、对科学最有益的解决。

[aɪ] ['ɪnstəns] [ðə; ði]['prɑ:bləm][ʌv; əv][pər'petʃuəl]['moʊʃ(ə)n] .

I	instance	the	problem	of	perpetual	motion	.
我	实例	这	问题	的	永久	运动	.

我以永动机问题为例。

['æftər] ['si:kɪŋ] [ɪn][veɪn][fɔ:r; fər][ðə; ði] [kən'strʌkʃ(ə)n] [ʌv; əv][ə; eɪ][pər'petʃuəl]['moʊʃ(ə)n] [mə'ʃi:n] ,

After	seeking	in	vain	for	the	construction	of	a	perpetual	motion	machine	,
后	寻求	在	徒劳	为了	这	建造	的	一个	永久	运动	机器	,

在徒劳地寻求制造永动机之后，

[ðə; ði] [rɪ'leɪʃnz] [wɜ:r; wər] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] [wɪtʃ] [mʌst; məst][səb'sɪst] [bɪ'twi:n] [ðə; ði]['fɔ:rsɪz][ʌv; əv]

the	relations	were	investigated	which	must	subsist	between	the	forces	of
这	关系	是	调查	哪个	必须	生存	之间	这	力量	的

['neɪtʃər] [ɪf] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [mə'ʃi:n] [ɪz][tu:; tə][bi:; bi][ɪm'pɑ:səb(ə)l] ;

nature	if	such	a	machine	is	to	be	impossible	;
自然	如果	这样的	一个	机器	是	到	是	不可能的	;

人们研究了自然界各种力量之间必须存在的关系，如果这种机器不可能存在，那么这些关系就不可行;

[[θri:]] [ænd; ənd] [ðɪs] [ɪn'vɜ:rtɪd] ['kwestʃən] [led][tu:; tə][ðə; ði] [dɪ'skʌvəri] [ʌv; əv][ðə; ði] [lɔ:] [ʌv; əv][ðə; ði]

[	3	]	and	this	inverted	question	led	to	the	discovery	of	the	law	of	the
[	3	]	和	这	倒	问题	引领	到	这	发现	的	这	法律	的	这

[ˌkɑ:nsər'veɪʃ(ə)n][ʌv; əv]['enərdʒi] ,

conservation	of	energy	,
保护	的	活力	,

[3] 而这个反过来的问题导致了能量守恒定律的发现，

[wɪtʃ] , [ə'gen] , [ɪk'spleɪnd] [ðə; ði][ɪmˌpɑ:sə'bɪləti][ʌv; əv][pər'petʃuəl]['moʊʃ(ə)n][ɪn][ðə; ði] [sens] [ə'rɪdʒənəli]

which	,	again	,	explained	the	impossibility	of	perpetual	motion	in	the	sense	originally
哪个	,	再次	,	解释	这	不可能	的	永久	运动	在	这	感觉	起初

[ɪn'tendɪd] .

intended	.
故意的	.

这再次解释了最初设想的永动机是不可能的。

[ðɪs] [kən'vɪkʃn] [ʌv; əv][ðə; ði][sɑ:lvə'bɪləti][ʌv; əv] ['evri] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɑ:bləm][ɪz][ə; eɪ]['paʊərf(ə)l]

This	conviction	of	the	solvability	of	every	mathematical	problem	is	a	powerful
这	定罪	的	这	可解性	的	每一个	数学	问题	是	一个	强大的

[ɪn'sentɪv] [tu:; tə][ðə; ði]['wɜ:rkər] .

incentive	to	the	worker	.
激励	到	这	工人	.

这种对每个数学问题都可解决的信念，对工作者来说是一种强大的动力。

[wi:; wi] [hɪr] [wɪ'ðɪn] [ˌju: 'es][ðə; ði][pər'petʃuəl][kɔ:l] : [ðer; ðər][ɪz][ðə; ði]['prɑ:bləm] .

We	hear	within	us	the	perpetual	call	:	There	is	the	problem	.
我们	听到	之内	我们	这	永久	称呼	:	那里	是	这	问题	.

我们内心深处总有一个声音在呼唤：问题就在这里。

[si:k] [ɪts][sə'lu:ʃ(ə)n] .

Seek	its	solution	.
寻找	它是	解决方案	.

寻找解决方案。

[ju:; jʊ][kæn; kən][faɪnd][ˌaɪ 'ti:][baɪ] [pjʊr] ['ri:z(ə)n] , [fɔ:r; fər][ɪn][ˌmæθə'mætɪks][ðer; ðər][ɪz][noʊ] [ɪgnɝæbɪməs]

You	can	find	it	by	pure	reason	,	for	in	mathematics	there	is	no	ignorabimus
你	能	寻找	它	经过	纯的	原因	,	为了	在	数学	那里	是	不	无知者

.

:

·

你可以通过纯粹的理性找到答案，因为在数学中没有不可知论者。

[ðə; ði] [sə'plaɪ] [ʌv; əv]['prɔ:bləms][ɪn] [ˌmæθə'mætɪks] [ɪz] [ˌɪnɪg'zɔ:stəb(ə)l] ,

The	supply	of	problems	in	mathematics	is	inexhaustible	,
这	供应	的	问题	在	数学	是	取之不尽的	,

数学问题无穷无尽。

[ænd; ənd][æz; əz] [su:n] [æz; əz][wʌn]['prɑ:bləm][ɪz] ['sɑ:lvd] ['nu:mərəs] ['ʌðər] [kʌm] [fɔ:rθ] [ɪn][ɪts] [pleɪs] .

and	as	soon	as	one	problem	is	solved	numerous	others	come	forth	in	its	place	.
和	作为	很快	作为	一	问题	是	已解决	很多的	其他的	来	前进	在	它是	地方	.

一个问题刚解决，又会有许多其他问题接踵而至。

[pər'mɪt][ˌem 'i:][ɪn][ðə; ði] ['fɑ:loʊɪŋ] , ['tentətɪvli] [æz; əz][ˌaɪ 'ti:][wɜ:r; wər] , [tu:; tə]['menʃ(ə)n] [pər'tɪkjələr]

Permit	me	in	the	following	,	tentatively	as	it	were	,	to	mention	particular
允许	我	在	这	下列的	,	姑且	作为	它	是	,	到	提到	特别的

['defɪnət] ['prɔ:bləms] ,

definite	problems	,
定	问题	,

请允许我在此试探性地提及一些具体问题：

[drɔ:n] [frʌm; frəm] ['veriəs] ['bræntʃɪz] [ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,

drawn	from	various	branches	of	mathematics	,
绘制	从	各种各样的	分支	的	数学	,

取材于数学的各个分支，

[frʌm; frəm][ðə; ði] [dɪ'skʌʃ(ə)n] [ʌv; əv] [wɪtʃ] [æn; ən] [əd'vænsmənt] [ʌv; əv] ['saɪəns] [meɪ] [bi:; bi] [ɪk'spektɪd] .

from	the	discussion	of	which	an	advancement	of	science	may	be	expected	.
从	这	讨论	的	哪个	一个	进步	的	科学	可能	是	预期的	.

由此讨论有望促进科学进步。

[let] [ˌju: 'es] [lʊk] [æt; ət][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)lz][ʌv; əv][ə'næləsɪs][ænd; ənd][dʒi'ɑ:mətri] .

Let	us	look	at	the	principles	of	analysis	and	geometry	.
让	我们	看	在	这	原则	的	分析	和	几何学	.

让我们来看一下分析和几何的原理。

[ðə; ði][moʊst] [sə'dʒestɪv] [ænd; ənd]['noʊtəb(ə)l] [ə'tʃi:vmənts] [ʌv; əv][ðə; ði][læst] ['sentʃəri] [ɪn] [ðɪs] [fi:ld]
The **most** **suggestive** **and** **notable** **achievements** **of** **the** **last** **century** **in** **this** **field**
这 最多 暗示性的 和 值得注意的 成就 的 这 最后的 世纪 在 这 场地
[ɑ:r; ər] ,
are **,**
是 ,

上个世纪该领域最具启发性和最显著的成就包括：

[æz; əz][ˌaɪ 'ti:] [si:mz] [tu:; tə][ˌem 'i:] ,
as **it** **seems** **to** **me** **,**
作为 它 似乎 到 我 ,

在我看来，

[ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] [ˌfɔ:rmju'leɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['kɑ:nsept][ʌv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ɪn][ðə; ði][wɜ:rks][ʌv; əv]
the **arithmetical** **formulation** **of** **the** **concept** **of** **the** **continuum** **in** **the** **works** **of**
这 算术 配方 的 这 概念 的 这 连续体 在 这 作品 的
['koʊ.ʃi] ,
Cauchy **,**
柯西 ,

柯西著作中对连续统概念的算术表述，

[bɔ:l'tsɑ:nɔ:][ænd; ənd]['kæntɔ:r] , [ænd; ənd][ðə; ði] [dɪ'skʌvəri] [ʌv; əv][nɑ:n] - [ju:'klɪdiən; 'ju:klɪdiən][dʒi'ɑ:mətri]
Bolzano **and** **Cantor** **,** **and** **the** **discovery** **of** **non** **-** **euclidean** **geometry**
博尔扎诺 和 坎托尔 , 和 这 发现 的 非 - 欧几里得 几何学
[baɪ] [gaʊs] , ['bɔlˌjɑɪ] , [ænd; ənd] [ˌlɑ:bə'tʃɛfski] .
by **Gauss** **,** **Bolyai** **,** **and** **Lobachevsky** **.**
经过 高斯 , 博雅 , 和 罗巴切夫斯基 .

博尔扎诺和康托尔，以及高斯、博利亚伊和罗巴切夫斯基发现非欧几何。

[aɪ] ['ðerfɔ:r] [fɜ:rst][də'rekt][jʊr; jər] [ə'tenʃ(ə)n] [tu:; tə][sʌm; səm]['prɔ:bləms] [bɪ'lɔ:ŋɪŋ] [tu:; tə] [ði:z]
I **therefore** **first** **direct** **your** **attention** **to** **some** **problems** **belonging** **to** **these**
我 所以 第一的 直接的 你的 注意力 到 一些 问题 属于 到 这些
[fi:ldz] . [[wʌn]]
fields **.** **[** **1** **]**
字段 . [1]

因此，我首先提请大家注意这些领域中的一些问题。[1]

[trænz'leɪtəd, træn'sleɪtɪd][fɔ:r; fər][ðə; ði] ['bʊlətɪn] , [wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['ɔθɚz] [pər'mɪʃ(ə)n] , [baɪ]
Translated **for** **the** **BULLETIN** **,** **with** **the** **author's** **permission** **,** **by**
翻译 为了 这 公告 , 和 这 作者的 允许 , 经过
['draɪv, 'dɑ:ktɚ] . ['meri] ['wɪnstən] ['nu:sən] .
Dr **.** **MARY** **WINSTON** **NEWSON** **.**
博士 . 玛丽 温斯顿 纽森 .

经作者许可，由玛丽·温斯顿·纽森博士为《公报》翻译。

[ðə; ði][ə'rɪdʒən(ə)l] [ə'pɪrd] [ɪn][ðə; ði] - ['nɑ:xˌrɪxtən] , - , [pi:'pi:] .
The **original** **appeared** **in** **the** **Göttinger** **Nachrichten** **,** **1900** **,** **pp** **.**
这 原来的 出现 在 这 - 新闻 , - , pp .

原件出现在《Göttinger Nachrichten》，1900 年，第 173 页。

- - - , [ænd; ənd][ɪn][ðə; ði]['ɑ:rˌkaɪv]['dɚ:] [ˌmɑ:tə'mɑ:tɪk] [ˌju ɛn 'di] [fɪ'zi:k] , 3d [sɪr] . , ['vɑ:l] .
253 **-** **297** **,** **and** **in** **the** **Archiv** **der** **Mathematik** **und** **Physik** **,** **3d** **ser** **.** **,** **vol** **.**
- - - , 和 在 这 档案 德尔 数学 和 物理学 , 3d ser . , 卷 .

253-297，以及《Archiv der Mathematik und Physik》，第 3 卷，第 1 卷。

[wʌn] (-) , [pi:'pi:] .
1 **(** **1901** **)** **,** **pp** **.**
1 (-) , pp .

1 (1901)，第 1 页。

- - - [ænd; ənd] - - - . [[ˌtuːˈtuː]]
44 - 63 and 213 - 237 . [2]
- - - 和 - - - . [2]

44-63 和 213-237。[2]

['laɪpsɪg] , - . [[θriː]]
Leipzig , 1896 . [3]
莱比锡 , - . [3]

莱比锡，1896 年。[3]

[siː] ['helmhəults] , " ['uːbər] [daɪ] - ['dɜ˞ː] - [ˌju ɛn 'di][daɪ][dɑːˈraʊf]
See Helmholtz , " Ueber die Wechselwirkung der Natorkräefte und die darauf
看 亥姆霍兹 , " ueber 死 - 德尔 - 和 死 达劳夫
- ['nɔɪɪstən] - ['dɜ˞ː] [fɪ'ziːk] " ;
bezüglichen neuesten Ermittelungen der Physik " ;
- 最新 - 德尔 物理学 " ;

参见亥姆霍兹，“Ueber die Wechselwirkung der Natorkräefte und die darauf bezüglichen neuesten Ermittelungen der Physik”;

[vɔrtræg] , [gə'hɑːltən][ɪn] ['kɜ.nɪgzˌbɜ˞g] , - . [wʌn] .
Vortrag , gehalten in Königsberg , 1851 . 1 .
演讲 , 保持 在 柯尼斯堡 , - . 1 .

柯尼斯堡的 Vortrag，gehalten，1851.1。

['kæntɜ˞z] ['prɑːbləm] [ʌv; əv][ðə; ði] ['kɑːrdɪnl] ['nʌmbər] [ʌv; əv][ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] .
CANTOR'S PROBLEM OF THE CARDINAL NUMBER OF THE CONTINUUM .
坎托尔的 问题 的 这 红衣主教 数字 的 这 连续体 .

康托尔关于连续统基数的问题。

[tuː] ['sɪstəmz] , [aɪ] . [iː] . , [tuː] [ə'semblɪdʒz] [ʌv; əv]['ɔːrd(ə)neri]['riːəl] ['nʌmbərz] [ɔːr] [pɔɪnts] ,
Two systems , i . e . , two assemblages of ordinary real numbers or points ,
二 系统 , 我 . e . , 二 组合 的 普通的 真实的 数字 或者 积分 ,

两个系统，即普通实数或点的两组集合，

[ɑːr; ər] [sed] [tuː; tə][biː; bi] ([ə'kɔːrdɪŋ] [tuː; tə]['kæntɔːr]) [ɪ'kwɪvələnt] [ɔːr][ʌv; əv]['iːkwəl] ['kɑːrdɪnl] ['nʌmbər] ,
are said to be (according to Cantor) equivalent or of equal cardinal number ,
是 说 到 是 (根据 到 坎托尔) 相等的 或者 的 平等的 红衣主教 数字 ,

根据康托尔的说法，它们是等价的，或者具有相等的基数。

[ɪf] [ðeɪ] [kæn; kən][biː; bi] [brɔːt] ['ɪntuː][ə; eɪ] [rɪ'leɪʃn] [tuː; tə][wʌn] [ə'nʌðər] [sʌtʃ] [ðæt] [tuː; tə] ['evri]
if they can be brought into a relation to one another such that to every
如果 他们 能 是 带来 进入 一个 关系 到 一 其他 这样的 那 到 每一个
['nʌmbər] [ʌv; əv][ðə; ði][wʌn] [ə'semblɪdʒ] [ˌkɔris'pɔndz] [wʌn][ænd; ənd]['oʊnli][wʌn] ['defɪnət] ['nʌmbər]
number of the one assemblage corresponds one and only one definite number
数字 的 这 一 装配 对应 一 和 仅有的 一 定 数字
[ʌv; əv][ðə; ði] ['ʌðər] .
of the other .
的 这 其他 .

如果它们之间能够建立起某种关系，使得一个集合中的每个数字都与另一个集合中唯一确定的数字相对应。

[ðə; ði] [ɪnvestɪ'geɪʃnz] [ʌv; əv]['kæntɔːr]
The investigations of Cantor
这 调查 的 坎托尔

康托尔的研究

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 10]
[页 -]

[ɑːn] [sʌtʃ] [əˈsemblɪdʒz] [ʌv; əv] [pɔɪnts] [səˈdʒest] [ə; eɪ] [ˈveri] [ˈplɔːzəb(ə)l] [ˈθiːərəm] , [wɪtʃ] [ˌnevərðəˈles] ,

on	such	assemblages	of	points	suggest	a	very	plausible	theorem	,	which	nevertheless	,
在	这样的	组合	的	积分	建议	一个	非常	合情合理	定理	,	哪个	尽管如此	,

对这类点的集合进行分析，可以得出非常合理的定理，然而，

[ɪn] [spaɪt] [ʌv; əv][ðə; ði][moʊst] [ˈstrenjuəs] [ˈefərts] , [noʊ][wʌn][hæz; həz][səkˈsiːdəd, səkˈsiːdɪd][ɪn][ˈpruːvɪŋ] .

in	spite	of	the	most	strenuous	efforts	,	no	one	has	succeeded	in	proving	.
在	尽管如此	的	这	最多	费力的	努力	,	不	一	有	成功了	在	证明	.

尽管人们付出了最大的努力，但至今无人能够证明这一点。

[ðɪs] [ɪz][ðə; ði] [ˈθiːərəm] :

This	is	the	theorem	:
这	是	这	定理	:

这是该定理：

[ˈevri] [ˈsɪstəm] [ʌv; əv] [ˈɪnfɪnətli] [ˈmeni] [ˈriːəl] [ˈnʌmbərz] , [aɪ] . [iː] . , [ˈevri] [əˈsemblɪdʒ] [ʌv; əv] [ˈnʌmbərz]

Every	system	of	infinitely	many	real	numbers	,	i	.	e	.	,	every	assemblage	of	numbers
每一个	系统	的	无限地	许多	真实的	数字	,	我	.	e	.	,	每一个	装配	的	数字

([ɔːr] [pɔɪnts]) ,

(	or	points	)	,
(或者	积分	)	,	

任何由无穷多个实数组成的系统，即任何数字（或点）的集合，

[ɪz] [ˈiːðər] [ɪˈkwɪvələnt] [tuː; tə][ðə; ði] [əˈsemblɪdʒ] [ʌv; əv]['nætʃ(ə)rəl] ['ɪntɪdʒəz] ,

is	either	equivalent	to	the	assemblage	of	natural	integers	,
是	任何一个	相等的	到	这	装配	的	自然的	整数	,

要么等价于自然整数的集合，

. . . [ɔːr][tuː; tə][ðə; ði] [əˈsemblɪdʒ] [ʌv; əv][ɔːl]['riːəl] ['nʌmbərz] [ænd; ənd] ['ðerfɔːr] [tuː; tə][ðə; ði]

.	.	.	or	to	the	assemblage	of	all	real	numbers	and	therefore	to	the
.	.	.	或者	到	这	装配	的	全部	真实的	数字	和	所以	到	这

[kənˈtɪnjuəm] ,

continuum	,
连续体	,

.....或者说，是所有实数的集合，因此也是连续统。

[ðæt] [ɪz] , [tuː; tə][ðə; ði] [pɔɪnts] [ʌv; əv][ə; eɪ][laɪn] ; [æz; əz][rɪˈgɑːrdz] [ɪˈkwɪvələns] [ðer; ðər][ɑːr; ər] ,

that	is	,	to	the	points	of	a	line	;	as	regards	equivalence	there	are	,
那	是	,	到	这	积分	的	一个	线	;	作为	问候	等价	那里	是	,

也就是说，到一条线上的点；至于等价性，有：

['ðerfɔːr] , ['oʊnli] [tuː] [əˈsemblɪdʒz] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] , [ðə; ði] ['kaʊntəbl] [əˈsemblɪdʒ] [ænd; ənd][ðə; ði]

therefore	,	only	two	assemblages	of	numbers	,	the	countable	assemblage	and	the
所以	,	仅有的	二	组合	的	数字	,	这	可数	装配	和	这

[kənˈtɪnjuəm] .

continuum	.
连续体	.

因此，只有两种数字集合：可数集合和连续统。

[frʌm; frəm] [ðɪs] ['θiːərəm] [ˌaɪ 'tiː] [wʊd] ['fɑːloʊ] [æt; ət][wʌns] [ðæt] [ðə; ði] [kənˈtɪnjuəm] [hæz; həz][ðə; ði]

From	this	theorem	it	would	follow	at	once	that	the	continuum	has	the
从	这	定理	它	会	跟随	在	一次	那	这	连续体	有	这

[nekst] ['kɑːrdɪnl] ['nʌmbər] [bɪˈjɑːnd] [ðæt] [ʌv; əv][ðə; ði] ['kaʊntəbl] [əˈsemblɪdʒ] ;

next	cardinal	number	beyond	that	of	the	countable	assemblage	;
下一个	红衣主教	数字	超过	那	的	这	可数	装配	;

由此定理可立即得出，连续统的基数比可数集合的基数大一号；

[ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv] [ðɪs] ['θiːərəm] [wʊd] , ['ðerfɔːr] ,

the	proof	of	this	theorem	would	,	therefore	,
这	证明	的	这	定理	会	,	所以	,

因此，该定理的证明将是：

[fɔːrm][ə; eɪ] [nuː] [brɪdʒ] [bɪ'twiːn] [ðə; ði] ['kaʊntəbl] [ə'semblɪdʒ] [ænd; ənd][ðə; ði][kən'tɪnjuəm] .

form	**a**	**new**	**bridge**	**between**	**the**	**countable**	**assemblage**	**and**	**the**	**continuum**	**.**
形式	一个	新的	桥	之间	这	可数	装配	和	这	连续体	.

在可数集合体和连续体之间建立一座新的桥梁。

[let] [ˌem 'iː]['menʃ(ə)n] [ə'nʌðər] ['veri][rɪ'mɑːrkəb(ə)l] ['steɪtmənt] [ʌv; əv] ['kæntɚz] [wɪtʃ] [stændz][ɪn][ðə; ði]

Let	**me**	**mention**	**another**	**very**	**remarkable**	**statement**	**of**	**Cantor's**	**which**	**stands**	**in**	**the**
让	我	提到	其他	非常	卓越	陈述	的	坎托尔的	哪个	站立	在	这

['kloʊsɪst] [kə'nekʃ(ə)n] [wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['θiːərəm] ['menʃ(ə)nd] [ænd; ənd] [wɪtʃ] ,

closest	**connection**	**with**	**the**	**theorem**	**mentioned**	**and**	**which**	**,**
最接近	联系	和	这	定理	提及	和	哪个	,

让我提及康托尔的另一个非常引人注目的论断，它与前面提到的定理联系最为密切，而且，

[pər'hæps] , ['ɔfɚz] [ðə; ði] [kiː] [tuː; tə][ɪts] [pruːf] .

perhaps	**,**	**offers**	**the**	**key**	**to**	**its**	**proof**	**.**
也许	,	优惠	这	钥匙	到	它是	证明	.

或许，它提供了证明其正确性的关键。

['eni] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['riːəl] ['nʌmbərz] [ɪz] [sed] [tuː; tə][biː; bi] ['ɔːrdərd] ,

Any	**system**	**of**	**real**	**numbers**	**is**	**said**	**to**	**be**	**ordered**	**,**
任何	系统	的	真实的	数字	是	说	到	是	订购	,

任何实数系统都被称为有序系统。

[ɪf] [fɔːr; fər] ['evri] [tuː] ['nʌmbərz] [ʌv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] [ˌaɪ 'tiː][ɪz] [dɪ'tɜːrmɪnd] [wɪtʃ] [wʌn][ɪz][ðə; ði]

if	**for**	**every**	**two**	**numbers**	**of**	**the**	**system**	**it**	**is**	**determined**	**which**	**one**	**is**	**the**
如果	为了	每一个	二	数字	的	这	系统	它	是	决定	哪个	一	是	这

['ɜːrliər] [ænd; ənd] [wɪtʃ] [ðə; ði]['leɪtər] ,

earlier	**and**	**which**	**the**	**later**	**,**
早些时候	和	哪个	这	之后	,

如果对于系统中任意两个数字，都能确定哪个数字较早，哪个数字较晚，

[ænd; ənd] [ɪf] [æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ðɪs] [dɪˌtɜːrmɪ'neɪʃ(ə)n][ɪz][ʌv; əv] [sʌtʃ] [ə; eɪ][kaɪnd] [ðæt] ,

and	**if**	**at**	**the**	**same**	**time**	**this**	**determination**	**is**	**of**	**such**	**a**	**kind**	**that**	**,**
和	如果	在	这	相同的	时间	这	决心	是	的	这样的	一个	种类	那	,

同时，如果这一决定是这样的：

[ɪf] [ɪz] [bɪ'fɔːr] [ænd; ənd][ɪz] [bɪ'fɔːr] , [ðen] ['ɔːlweɪz] [kʌmz] [bɪ'fɔːr] .

if	**is**	**before**	**and**	**is**	**before**	**,**	**then**	**always**	**comes**	**before**	**.**
如果	是	前	和	是	前	,	然后	总是	来	前	.

如果 is 在前且 is 在前，则总是在前。

[ðə; ði]['nætʃ(ə)rəl] [ə'reɪndʒmənt] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɪz] [dɪ'faɪnd] [tuː; tə][biː; bi] [ðæt] [ɪn]

The	**natural**	**arrangement**	**of**	**numbers**	**of**	**a**	**system**	**is**	**defined**	**to**	**be**	**that**	**in**
这	自然的	安排	的	数字	的	一个	系统	是	定义	到	是	那	在

[wɪtʃ] [ðə; ði] ['smɔːlər] [ˌpri'siːdz] [ðə; ði]['lɑːrdʒər] .

which	**the**	**smaller**	**precedes**	**the**	**larger**	**.**
哪个	这	较小的	之前	这	更大的	.

一个系统中数字的自然排列方式定义为：较小的数字在前，较大的数字在后。

[bʌt; bət][ðer; ðər][ɑːr; ər] , [æz; əz][ɪz] ['iːzəli] [siːn] ,

But	**there**	**are**	**,**	**as**	**is**	**easily**	**seen**	**,**
但	那里	是	,	作为	是	容易地	已见	,

但显而易见，确实存在这种情况。

['ɪnfɪnətli] ['meni] ['ʌðər] [weɪz] [ɪn] [wɪtʃ] [ðə; ði] ['nʌmbərz] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['sɪstəm] [meɪ] [biː; bi] [ə'reɪndʒd] .

infinitely	**many**	**other**	**ways**	**in**	**which**	**the**	**numbers**	**of**	**a**	**system**	**may**	**be**	**arranged**	**.**
无限地	许多	其他	方式	在	哪个	这	数字	的	一个	系统	可能	是	安排	.

一个系统中的数字还可以有无数种其他排列方式。

[ɪf] [wiː; wi] [θɪŋk] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['defɪnət] [ə'reɪndʒmənt] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] [ænd; ənd] [sɪ'lekt] [frʌm; frəm]

If	we	think	of	a	definite	arrangement	of	numbers	and	select	from
如果	我们	思考	的	一个	定	安排	的	数字	和	选择	从

[ðem; ðəm][ə; eɪ][pər'tɪkjələr] ['sɪstəm] [ʌv; əv] [ðiːz] ['nʌmbərz] ,

them	a	particular	system	of	these	numbers	,
他们	一个	特别的	系统	的	这些	数字	,

如果我们设想一个确定的数字排列，并从中选择其中一个特定的数字系统，

[ə; eɪ][soʊ] - [kɔːld] ['pɑːrʃ(ə)l] ['sɪstəm] [ɔːr] [ə'semblɪdʒ] , [ðɪs] ['pɑːrʃ(ə)l] ['sɪstəm] [wɪl] ['ɔːlsoʊ] [pruːv] [tuː; tə]

a	so	-	called	partial	system	or	assemblage	,	this	partial	system	will	also	prove	to
一个	所以	-	称为	部分的	系统	或者	装配	,	这	部分的	系统	将要	还	证明	到

[biː; bi] ['ɔːrdərd] .

be	ordered	.
是	订购	.

所谓部分系统或集合体，这个部分系统也将被证明是有序的。

[naʊ] ['kæntɔːr] [kən'sɪdəz] [ə; eɪ][pər'tɪkjələr][kaɪnd][ʌv; əv] ['ɔːrdərd] [ə'semblɪdʒ] [wɪtʃ] [hiː; hi] ['dezigneits]

Now	Cantor	considers	a	particular	kind	of	ordered	assemblage	which	he	designates
现在	坎托尔	考虑	一个	特别的	种类	的	订购	装配	哪个	他	指定

[æz; əz][ə; eɪ] [wel] ['ɔːrdərd] [ə'semblɪdʒ] [ænd; ənd] [wɪtʃ] [ɪz] ['kærəktəraɪzd] [ɪn] [ðɪs] [weɪ] ,

as	a	well	ordered	assemblage	and	which	is	characterized	in	this	way	,
作为	一个	出色地	订购	装配	和	哪个	是	特征化的	在	这	方式	,

现在康托尔考虑了一种特殊的有序集合，他将其称为良序集合，其特征如下：

[ðæt] [nɑːt]['oʊnli][ɪn][ðə; ði] [ə'semblɪdʒ] [ɪt'self][bʌt; bət]['ɔːlsoʊ][ɪn] ['evri] ['pɑːrʃ(ə)l] [ə'semblɪdʒ] [ðer; ðər]

that	not	only	in	the	assemblage	itself	but	also	in	every	partial	assemblage	there
那	不是	仅有的	在	这	装配	本身	但	还	在	每一个	部分的	装配	那里

[ɪg'zɪsts][ə; eɪ][fɜːrst] ['nʌmbər] .

exists	a	first	number	.
存在	一个	第一的	数字	.

不仅在整体中，而且在每个局部组合中都存在第一个数字。

[ðə; ði] ['sɪstəm] [ʌv; əv] ['ɪntɪdʒəz] . . . [ɪn][ðer; ðər]['nætʃ(ə)rəl]['ɔːrdər][ɪz] ['evɪdəntli] [ə; eɪ] [wel] ['ɔːrdərd]

The	system	of	integers	.	.	.	in	their	natural	order	is	evidently	a	well	ordered
这	系统	的	整数	.	.	.	在	他们的	自然的	命令	是	显然	一个	出色地	订购

[ə'semblɪdʒ] .

assemblage	.
装配	.

整数系统……按其自然顺序排列，显然是一个有序集合。

[ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd][ðə; ði] ['sɪstəm] [ʌv; əv][ɔːl]['riːəl] ['nʌmbərz] , [aɪ] . [iː] . ,

On	the	other	hand	the	system	of	all	real	numbers	,	i	.	e	.	,
在	这	其他	手	这	系统	的	全部	真实的	数字	,	我	.	e	.	,

另一方面，所有实数构成的系统，即，

[ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ɪn][ɪts]['nætʃ(ə)rəl]['ɔːrdər] , [ɪz] ['evɪdəntli] [nɑːt] [wel] ['ɔːrdərd] .

the	continuum	in	its	natural	order	,	is	evidently	not	well	ordered	.
这	连续体	在	它是	自然的	命令	,	是	显然	不是	出色地	订购	.

显然，连续体在其自然秩序中并非良序的。

[fɔːr; fər] , [ɪf] [wiː; wi] [θɪŋk] [ʌv; əv][ðə; ði] [pɔɪnts] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['segmənt] [ʌv; əv][ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] ,

For	,	if	we	think	of	the	points	of	a	segment	of	a	straight	line	,
为了	,	如果	我们	思考	的	这	积分	的	一个	部分	的	一个	直的	线	,

因为，如果我们考虑一条直线段上的点，

[wɪð; wɪθ][ɪts][ɪ'nɪʃ(ə)l] [pɔɪnt] [ɪk'skluːdɪd; ek'skluːdɪd] , [æz; əz]['aʊər; ɑːr]['pɑːrʃ(ə)l] [ə'semblɪdʒ] , [ˌaɪ 'tiː] [wɪl]

with	its	initial	point	excluded	,	as	our	partial	assemblage	,	it	will
和	它是	最初的	观点	排除	,	作为	我们的	部分的	装配	,	它	将要

[hæv; həv][noʊ][fɜːrst] ['elɪmənt] .

have	no	first	element	.
有	不	第一的	元素	.

由于排除了初始点，作为我们的部分集合，它将没有第一个元素。

[ðə; ði] ['kwestʃən] [naʊ] [ɜ'aɪzɪz] ['weðər] [ðə; ði][toʊ'tæləti][ʌv; əv][ɔ:l] ['nʌmbərz] [meɪ] [nɑ:t][bi:; bi] [ə'reɪndʒd]

The	question	now	arises	whether	the	totality	of	all	numbers	may	not	be	arranged
这	问题	现在	出现	无论	这	总和	的	全部	数字	可能	不是	是	安排

[ɪn] [ə'nʌðər] ['mænər] [soʊ] [ðæt] ['evri] ['pɑ:rʃ(ə)l] [ə'semblɪdʒ] [meɪ] [hæv; həv][ə; eɪ]

in	another	manner	so	that	every	partial	assemblage	may	have	a
在	其他	方式	所以	那	每一个	部分的	装配	可能	有	一个

现在的问题是，所有数字的总数是否可以以另一种方式排列，使得每个部分集合都可以有一个

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	11	]
[	页	-	]

[第11页]

[fɜ:rst] ['elɪmənt] , [aɪ] . [i:] . ,

first	element	,	i	.	e	.	,
第一的	元素	,	我	.	e	.	,

第一个元素，即

['weðər] [ðə; ði][kən'tɪnjuəm] ['kænɑ:t][bi:; bi] [kən'sɪdərd] [æz; əz][ə; eɪ] [wel] ['ɔ:rdərd] [ə'semblɪdʒ] — [ə; eɪ]

whether	the	continuum	cannot	be	considered	as	a	well	ordered	assemblage	—	a
无论	这	连续体	不能	是	经过考虑的	作为	一个	出色地	订购	装配	—	一个

['kwestʃən] [wɪtʃ] ['kæntɔ:r] [θɪŋks] [mʌst; məst][bi:; bi] ['ænsər] [ɪn][ðə; ði] [ə'fɜ:rmətɪv] .

question	which	Cantor	thinks	must	be	answered	in	the	affirmative	.
问题	哪个	坎托尔	思考	必须	是	回答	在	这	肯定	.

连续体是否可以被视为一个有序的集合体——康托尔认为这个问题必须得到肯定的回答。

[ˌaɪ 'ti:] [ə'pɪrz] [tu:; tə][ˌem 'i:][moʊst][dɪ'zaɪərəb(ə)l][tu:; tə][əb'teɪn][ə; eɪ][də'rekt] [pru:f] [ʌv; əv] [ðɪs]

It	appears	to	me	most	desirable	to	obtain	a	direct	proof	of	this
它	出现	到	我	最多	理想	到	获得	一个	直接的	证明	的	这

[rɪ'mɑ:rkəb(ə)l] ['steɪtmənt] [ʌv; əv] ['kæntɔ:z] ,

remarkable	statement	of	Cantor's	,
卓越	陈述	的	坎托尔的	,

我认为最理想的做法是获得康托尔这一非凡论断的直接证明。

[pər'hæps][baɪ]['æktʃuəli] ['gɪvɪŋ] [æn; ən] [ə'reɪndʒmənt] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] [sʌtʃ] [ðæt] [ɪn] ['evri] ['pɑ:rʃ(ə)l]

perhaps	by	actually	giving	an	arrangement	of	numbers	such	that	in	every	partial
也许	经过	实际上	给予	一个	安排	的	数字	这样的	那	在	每一个	部分的

['sɪstəm] [ə; eɪ][fɜ:rst] ['nʌmbər] [kæn; kən][bi:; bi] ['pɔɪntɪd] [aʊt] . [ˌtu:'tu:] .

system	a	first	number	can	be	pointed	out	.	2	.
系统	一个	第一的	数字	能	是	尖	出去	.	2	.

或许可以通过给出一个数字排列，使得在每个部分系统中都能指出第一个数字。2.

[ðə; ði] [kəmˌpætə'bɪlətɪ] [ʌv; əv][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['æksi:əmz] .

THE	COMPATIBILITY	OF	THE	ARITHMETICAL	AXIOMS	.
这	兼容性	的	这	算术	公理	.

算术公理的兼容性。

[wen] [wi:; wi][ɑ:r; ər] [ɪn'geɪdʒd] [ɪn] [ˌɪn'vɛstəˌgeɪtɪŋ] [ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['saɪəns] ,

When	we	are	engaged	in	investigating	the	foundations	of	a	science	,
什么时候	我们	是	已订婚的	在	调查	这	基础	的	一个	科学	,

当我们致力于研究一门科学的基础时，

[wi:; wi][mʌst; məst][set] [ʌp][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['æksi:əmz] [wɪtʃ] [kən'teɪnz][æn; ən][ɪg'zækt][ænd; ənd]

we	must	set	up	a	system	of	axioms	which	contains	an	exact	and
我们	必须	放	向上	一个	系统	的	公理	哪个	包含	一个	精确的	和

[kəm'pli:t] [dɪ'skrɪpʃn] [ʌv; əv][ðə; ði] [rɪ'leɪʃnz] [səb'sɪstɪŋ] [bɪ'twi:n] [ðə; ði] [ˌelɪ'mentri] [aɪ'di:əz][ʌv; əv]

complete	description	of	the	relations	subsisting	between	the	elementary	ideas	of
完全的	描述	的	这	关系	生存	之间	这	初级	想法	的

[ðæt] ['saɪəns] .

that	science	.
那	科学	.

我们必须建立一套公理体系，其中包含对该科学基本概念之间存在的关系的精确而完整的描述。

[ðə; ði]['æksiːəmz][soʊ][set][ʌp][ɑːr; ər][æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm][ðə; ði][ˌdefɪ'nɪʃnz; ˌdefə'nɪʃənz][ʌv; əv] [ðoʊz]

The	axioms	so	set	up	are	at	the	same	time	the	definitions	of	those
这	公理	所以	放	向上	是	在	这	相同的	时间	这	定义	的	那些

[ˌelɪ'mentri] [aɪ'diːəz] ;

elementary	ideas	;
初级	想法	;

如此建立的公理同时也是这些基本概念的定义；

[ænd; ənd][noʊ] ['steɪtmənt] [wɪ'ðɪn] [ðə; ði] [relm] [ʌv; əv][ðə; ði] ['saɪəns] [huːz] [faʊn'deɪʃ(ə)n][wiː; wi][ɑːr; ər]

and	no	statement	within	the	realm	of	the	science	whose	foundation	we	are
和	不	陈述	之内	这	领域	的	这	科学	谁	基础	我们	是

['testɪŋ] [ɪz][held][tuː; tə][biː; bi] [kə'rekt] [ən'les] [ˌaɪ 'tiː][kæn; kən][biː; bi] [dɪ'raɪvd] [frʌm; frəm] [ðoʊz] ['æksiːəmz]

testing	is	held	to	be	correct	unless	it	can	be	derived	from	those	axioms
测试	是	握住	到	是	正确的	除非	它	能	是	衍生的	从	那些	公理

[baɪ] [miːnz] [ʌv; əv][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['lɑːdʒɪk(ə)l] [steps] .

by	means	of	a	finite	number	of	logical	steps	.
经过	方法	的	一个	有限	数字	的	逻辑	步骤	.

在我们检验其基础的科学领域内，任何陈述，除非能够通过有限数量的逻辑步骤从这些公理推导出来，否则都不能被认为是正确的。

[ə'pɑːn]['kloʊzər][kənˌsɪdə'reɪʃ(ə)n][ðə; ði] ['kwestʃən] [ɜ'aɪzɪz] : ['weðər] , [ɪn] ['eni] [wei] ,

Upon	closer	consideration	the	question	arises	:	Whether	,	in	any	way	,
之上	更近	考虑	这	问题	出现	:	无论	,	在	任何	方式	,

仔细考虑后，问题就出现了：无论以何种方式，

['sɜːrt(ə)n] ['steɪtmənts] [ʌv; əv]['sɪŋg(ə)l]['æksiːəmz] [dɪ'pend] [ə'pɑːn][wʌn] [ə'nʌðər] ,

certain	statements	of	single	axioms	depend	upon	one	another	,
肯定	声明	的	单身的	公理	依赖	之上	一	其他	,

某些关于单一公理的陈述彼此相互依赖，

[ænd; ənd] ['weðər] [ðə; ði]['æksiːəmz] [meɪ] [nɑːt] ['ðerfɔːr] [kən'teɪn]['sɜːrt(ə)n][pɑːrts][ɪn] ['kɑːmən] ,

and	whether	the	axioms	may	not	therefore	contain	certain	parts	in	common	,
和	无论	这	公理	可能	不是	所以	包含	肯定	部分	在	常见的	,

因此，这些公理是否可能包含某些共同的部分？

[wɪtʃ] [mʌst; məst][biː; bi]['aɪsəleɪtɪd] [ɪf] [wʌn] [wɪʃɪz] [tuː; tə] [ə'raɪv] [æt; ət][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['æksiːəmz]

which	must	be	isolated	if	one	wishes	to	arrive	at	a	system	of	axioms
哪个	必须	是	孤立	如果	一	愿望	到	到达	在	一个	系统	的	公理

[ðæt] [ʃæl; ʃəl][biː; bi] [ˌɔːltə'geðər] [ˌɪndɪ'pendənt] [ʌv; əv][wʌn] [ə'nʌðər] .

that	shall	be	altogether	independent	of	one	another	.
那	将	是	共	独立的	的	一	其他	.

如果想要建立一个彼此完全独立的公理体系，就必须将这些公理隔离出来。

[bʌt; bət] [ə'bʌv] [ɔːl][aɪ] [wɪʃ] [tuː; tə] ['dezɪgneɪt] [ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] [æz; əz][ðə; ði][moʊst][ɪm'pɔːrt(ə)nt] [ə'mʌŋ]

But	above	all	I	wish	to	designate	the	following	as	the	most	important	among
但	多于	全部	我	希望	到	指定	这	下列的	作为	这	最多	重要的	之中

[ðə; ði] ['nuːmərəs] ['kwestʃənz] [wɪtʃ] [kæn; kən][biː; bi] [æskt] [wɪð; wɪθ][rɪ'gɑːrd][tuː; tə][ðə; ði]['æksiːəmz] :

the	numerous	questions	which	can	be	asked	with	regard	to	the	axioms	:
这	很多的	问题	哪个	能	是	问	和	看待	到	这	公理	:

但最重要的是，我想指出以下几个问题对于这些公理而言最为重要：

[tuː; tə] [pruːv] [ðæt] [ðeɪ] [ɑːr; ər][nɑːt] [ˌkɑːntrə'dɪktəri] , [ðæt] [ɪz] ,

To	prove	that	they	are	not	contradictory	,	that	is	,
到	证明	那	他们	是	不是	矛盾的	,	那	是	,

为了证明它们并不矛盾，也就是说，

[ðæt] [ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['lɑːdʒɪk(ə)l] [steps] [beɪst] [ə'pɑːn][ðem; ðəm][kæn; kən]['nevər] [liːd] [tuː; tə]

that	a	finite	number	of	logical	steps	based	upon	them	can	never	lead	to
那	一个	有限	数字	的	逻辑	步骤	基于	之上	他们	能	绝不	带领	到

[ˌkɑːntrə'dɪktəri] [rɪ'zʌlts] .

contradictory	results	.
矛盾的	结果	.

基于这些逻辑步骤的有限数量的方法永远不会得出相互矛盾的结果。

[ɪn] [dʒi'ɑːmətri] ,

In	geometry	,
在	几何学	,

在几何学中，

[ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪləti][ʌv; əv][ðə; ði]['æksiːəmz][kæn; kən][biː; bi]

the	proof	of	the	compatibility	of	the	axioms	can	be
这	证明	的	这	兼容性	的	这	公理	能	是

[ɪ'fɛktəd, ɪ'fɛktɪd, 'iːfɛktəd, 'iːfɛktɪd][baɪ] [kən'strʌktiŋ] [ə; eɪ]['suːtəb(ə)l] [fiːld] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] ,

effected	by	constructing	a	suitable	field	of	numbers	,
受影响	经过	建造	一个	合适的	场地	的	数字	,

可以通过构造一个合适的数域来证明这些公理的兼容性。

[sʌtʃ] [ðæt] [ə'næləgəs] [rɪ'leɪʃnz] [bɪ'twiːn] [ðə; ði] ['nʌmbərz] [ʌv; əv] [ðɪs] [fiːld] [ˌkɔːrə'spɑːnd][tuː; tə][ðə; ði]

such	that	analogous	relations	between	the	numbers	of	this	field	correspond	to	the
这样的	那	类似的	关系	之间	这	数字	的	这	场地	对应	到	这

[ˌdʒiːə'metrɪkl] ['æksiːəmz] .

geometrical	axioms	.
几何	公理	.

使得该领域中各数字之间的类似关系与几何公理相对应。

['eni] [ˌkɑːntrə'dɪkʃn] [ɪn][ðə; ði] [dɪ'dʌkʃnz] [frʌm; frəm][ðə; ði] [ˌdʒiːə'metrɪkl] ['æksiːəmz][mʌst; məst]

Any	contradiction	in	the	deductions	from	the	geometrical	axioms	must
任何	矛盾	在	这	扣除	从	这	几何	公理	必须

[ˌðerə'pɑːn] [biː; bi] ['rekəgnaɪzəbl] [ɪn][ðə; ði] [ə'rɪθmətɪk] [ʌv; əv] [ðɪs] [fiːld] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] .

thereupon	be	recognizable	in	the	arithmetic	of	this	field	of	numbers	.
于是	是	可识别的	在	这	算术	的	这	场地	的	数字	.

因此，从几何公理推导出的任何矛盾都必须能够在这个数论领域的算术中被发现。

[ɪn] [ðɪs] [weɪ] [ðə; ði] [dɪ'zaɪrd] [pruːf] [fɔːr; fər][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪləti][ʌv; əv][ðə; ði] [ˌdʒiːə'metrɪkl] ['æksiːəmz][ɪz]

In	this	way	the	desired	proof	for	the	compatibility	of	the	geometrical	axioms	is
在	这	方式	这	想要的	证明	为了	这	兼容性	的	这	几何	公理	是

[meɪd] [tuː; tə] [dɪ'pend] [ə'pɑːn][ðə; ði] ['θiːərəm] [ʌv; əv][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪləti][ʌv; əv][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl]

made	to	depend	upon	the	theorem	of	the	compatibility	of	the	arithmetical
制成	到	依赖	之上	这	定理	的	这	兼容性	的	这	算术

['æksiːəmz] .

axioms	.
公理	.

这样，几何公理相容性的证明就依赖于算术公理相容性定理。

[ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd][ə; eɪ][də'rekt] ['meθəd] [ɪz] ['niːdɪd] [fɔːr; fər][ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði]

On	the	other	hand	a	direct	method	is	needed	for	the	proof	of	the
在	这	其他	手	一个	直接的	方法	是	需要	为了	这	证明	的	这

[kəmˌpætə'bɪləti][ʌv; əv][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['æksiːəmz] .

compatibility	of	the	arithmetical	axioms	.
兼容性	的	这	算术	公理	.

另一方面，需要一种直接的方法来证明算术公理的兼容性。

[ðə; ði]['æksiːəmz][ʌv; əv] [ə'rɪθmətɪk] [ɑːr; ər] [ɪ'senʃəli] ['nʌθɪŋ] [els] [ðæn; ðən][ðə; ði] [noʊn] [ruːlz]
The **axioms** **of** **arithmetic** **are** **essentially** **nothing** **else** **than** **the** **known** **rules**
这 公理 的 算术 是 本质上 没有什么 别的 比 这 已知 规则
[ʌv; əv][ˌkælkjuˈleɪʃ(ə)n] ,
of **calculation** **,**
的 计算 ,

算术公理本质上就是已知的计算规则。

[wɪð; wɪθ][ðə; ði] [ə'dɪʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði]['æksiəm][ʌv; əv][ˌkɑːntɪ'nuːəti] .
with **the** **addition** **of** **the** **axiom** **of** **continuity** **.**
和 这 添加 的 这 公理 的 连续性 .

再加上连续性公理。

[aɪ]['riːs(ə)ntli] [kə'lektɪd] [ðem; ðəm] [[fɔːr]] [ænd; ənd][ɪn][soʊ]['duːɪŋ] [rɪ'pleɪst] [ðə; ði]['æksiəm][ʌv; əv]
I **recently** **collected** **them** **[** **4** **]** **and** **in** **so** **doing** **replaced** **the** **axiom** **of**
我 最近 集 他们 [4] 和 在 所以 正在做 替换 这 公理 的
[ˌkɑːntɪ'nuːəti][baɪ] [tuː] ['sɪmpəlɚ, 'sɪmplɚ]['æksiːəmz] ,
continuity **by** **two** **simpler** **axioms** **,**
连续性 经过 二 更简单 公理 ,

我最近收集了它们[4]，并在此过程中用两个更简单的公理取代了连续性公理，

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[**Pg** **12** **]**
[页 -]

[第12页]

['neɪmli] , [ðə; ði] [wel] - [noʊn] ['æksiəm][ʌv; əv] [ˌɑːrkə'miːdiz] , [ænd; ənd][ə; eɪ] [nuː] ['æksiəm] [ɪ'senʃəli]
namely **,** **the** **well** **-** **known** **axiom** **of** **Archimedes** **,** **and** **a** **new** **axiom** **essentially**
即 , 这 出色地 - 已知 公理 的 阿基米德 , 和 一个 新的 公理 本质上
[æz; əz] ['fɑːloʊz] :
as **follows** **:**
作为 跟随 :

具体而言，就是著名的阿基米德公理，以及一条基本内容如下的新公理：

[ðæt] ['nʌmbərz] [fɔːrm][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv] [θɪŋz] [wɪtʃ] [ɪz]['keɪpəb(ə)l][ʌv; əv][noʊ] ['fɜːrðər] [ɪk'stenʃ(ə)n] ,
that **numbers** **form** **a** **system** **of** **things** **which** **is** **capable** **of** **no** **further** **extension** **,**
那 数字 形式 一个 系统 的 事物 哪个 是 有能力的 的 不 更远 扩大 ,

数字构成了一个事物系统，而这个系统无法进一步扩展。

[æz; əz] [lɔːŋ] [æz; əz][ɔːl][ðə; ði] ['ʌðər] ['æksiːəmz][hoʊld] (['æksiəm][ʌv; əv] [kəm'pliːtnəs]) .
as **long** **as** **all** **the** **other** **axioms** **hold** **(** **axiom** **of** **completeness** **)** **.**
作为 长的 作为 全部 这 其他 公理 抓住 (公理 的 完整性) .

只要其他所有公理都成立（完备性公理）。

[aɪ][ˌeɪ 'em] [kən'vɪnst] [ðæt] [ˌaɪ 'tiː][mʌst; məst][biː; bi]['pɑːsəb(ə)l][tuː; tə][faɪnd][ə; eɪ][də'rekt] [pruːf] [fɔːr; fər]
I **am** **convinced** **that** **it** **must** **be** **possible** **to** **find** **a** **direct** **proof** **for**
我 是 确信 那 它 必须 是 可能的 到 寻找 一个 直接的 证明 为了
[ðə; ði][kəmˌpætə'bɪləti][ʌv; əv][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['æksiːəmz] ,
the **compatibility** **of** **the** **arithmetical** **axioms** **,**
这 兼容性 的 这 算术 公理 ,

我确信一定可以找到算术公理相容性的直接证明。

[baɪ] [miːnz] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['kerf(ə)l] ['stʌdi] [ænd; ənd]['suːtəb(ə)l][ˌmɑːdɪfɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [noʊn]
by **means** **of** **a** **careful** **study** **and** **suitable** **modification** **of** **the** **known**
经过 方法 的 一个 小心 学习 和 合适的 修改 的 这 已知
['meθədz] [ʌv; əv] ['riːzənɪŋ] [ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] [ɪ'ræʃən(ə)l] ['nʌmbərz] .
methods **of** **reasoning** **in** **the** **theory** **of** **irrational** **numbers** **.**
方法 的 推理 在 这 理论 的 非理性 数字 .

通过对无理数理论中已知的推理方法进行仔细研究和适当修改。

[tuː; tə] [ʃoʊ] [ðə; ði] [sɪgˈnɪfɪkəns] [ʌv; əv][ðə; ði]['prɑːbləm][frʌm; frəm] [əˈnʌðər] [pɔɪnt] [ʌv; əv] [vjuː] , [aɪ]

To	show	the	significance	of	the	problem	from	another	point	of	view	,	I
到	展示	这	意义	的	这	问题	从	其他	观点	的	看法	，	我

[ˌeɪ diː ˈdiː][ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] [ˌɑːbzərˈveɪʃ(ə)n] :

add	the	following	observation	:
添加	这	下列的	观察	:

为了从另一个角度说明这个问题的重要性，我补充以下观察：

[ɪf] [ˌkɑːntrəˈdɪktəri] [əˈtrɪbjuːts] [biː; bi] [əˈsaɪnd] [tuː; tə][ə; eɪ]['kɑːnsept] , [aɪ] [seɪ] , [ðæt] [ˌmæθəˈmætɪkli]

If	contradictory	attributes	be	assigned	to	a	concept	,	I	say	,	that	mathematically
如果	矛盾的	属性	是	分配	到	一个	概念	，	我	说	，	那	数学上

[ðə; ði]['kɑːnsept] [dʌz] [nɑːt][ɪgˈzɪst] .

the	concept	does	not	exist	.
这	概念	做	不是	存在	.

如果将相互矛盾的属性赋予一个概念，我认为，从数学角度来看，这个概念并不存在。

[soʊ] , [fɔːr; fər][ɪgˈzæmp(ə)l] , [ə; eɪ]['riːəl] ['nʌmbər] [huːz] [skwer] [ɪz] [dʌz] [nɑːt][ɪgˈzɪst] [ˌmæθəˈmætɪkli] .

So	,	for	example	,	a	real	number	whose	square	is	does	not	exist	mathematically	.
所以	，	为了	例子	，	一个	真实的	数字	谁	正方形	是	做	不是	存在	数学上	.

例如，平方为 1 的实数在数学上是不存在的。

[bʌt; bət] [ɪf] [ˌaɪ ˈtiː][kæn; kən][biː; bi] [pruːvd] [ðæt] [ðə; ði] [əˈtrɪbjuːts] [əˈsaɪnd] [tuː; tə][ðə; ði]['kɑːnsept]

But	if	it	can	be	proved	that	the	attributes	assigned	to	the	concept
但	如果	它	能	是	已证实	那	这	属性	分配	到	这	概念

[kæn; kən]['nevər] [liːd] [tuː; tə][ə; eɪ] [ˌkɑːntrəˈdɪkʃn] [baɪ][ðə; ði][ˌæplɪˈkeɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər]

can	never	lead	to	a	contradiction	by	the	application	of	a	finite	number
能	绝不	带领	到	一个	矛盾	经过	这	应用	的	一个	有限	数字

[ʌv; əv]['lɑːdʒɪk(ə)l] ['prɑːsesɪz] ,

of	logical	processes	,
的	逻辑	流程	,

但是，如果能够证明，通过有限次数的逻辑运算，赋予该概念的属性永远不会导致矛盾，

[aɪ] [seɪ] [ðæt] [ðə; ði][ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] [ɪgˈzɪstəns] [ʌv; əv][ðə; ði]['kɑːnsept] ([fɔːr; fər][ɪgˈzæmp(ə)l] ,

I	say	that	the	mathematical	existence	of	the	concept	(	for	example	,
我	说	那	这	数学	存在	的	这	概念	(	为了	例子	,

我认为该概念的数学存在性（例如，

[ʌv; əv][ə; eɪ] ['nʌmbər] [ɔːr][ə; eɪ] ['fʌŋkʃ(ə)n] [wɪtʃ] ['sætɪsfaɪz]['sɜːrt(ə)n] [kənˈdɪʃ(ə)nz]) [ɪz] [ˌðerˈbaɪ] [pruːvd] .

of	a	number	or	a	function	which	satisfies	certain	conditions	)	is	thereby	proved	.
的	一个	数字	或者	一个	功能	哪个	满足	肯定	状况	)	是	从而	已证实	.

由此证明了满足某些条件的数或函数的性质。

[ɪn][ðə; ði] [keɪs] [bɪˈfɔːr] [ˌjuː ˈes] , [wer] [wiː; wi][ɑːr; ər] [kənˈsɜːrnd] [wɪð; wɪθ][ðə; ði]['æksiːəmz][ʌv; əv]['riːəl]

In	the	case	before	us	,	where	we	are	concerned	with	the	axioms	of	real
在	这	案件	前	我们	,	在哪里	我们	是	担心的	和	这	公理	的	真实的

['nʌmbərz] [ɪn] [əˈrɪθmətɪk] ,

numbers	in	arithmetic	,
数字	在	算术	,

在我们面前的这个案例中，我们关注的是算术中实数的公理，

[ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði][kəmˌpætəˈbɪləti][ʌv; əv][ðə; ði]['æksiːəmz][ɪz][æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ðə; ði] [pruːf]

the	proof	of	the	compatibility	of	the	axioms	is	at	the	same	time	the	proof
这	证明	的	这	兼容性	的	这	公理	是	在	这	相同的	时间	这	证明

[ʌv; əv][ðə; ði][ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] [ɪgˈzɪstəns] [ʌv; əv][ðə; ði] [kəmˈpliːt] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['riːəl] ['nʌmbərz] [ɔːr][ʌv; əv]

of	the	mathematical	existence	of	the	complete	system	of	real	numbers	or	of
的	这	数学	存在	的	这	完全的	系统	的	真实的	数字	或者	的

[ðə; ði] [kənˈtɪnjuəm] .

the	continuum	.
这	连续体	.

证明公理的相容性，同时也是证明完备实数系或连续统的数学存在性。

[ɪn'di:d] , [wen] [ðə; ði] [pru:f] [fɔ:r; fər][ðə; ði][kəm,pætə'bɪlətɪ][ʌv; əv][ðə; ði]['æksi:əmz][ʃæl; ʃəl][bi:; bi] ['fʊli]
Indeed , when the proof for the compatibility of the axioms shall be fully
的确 , 什么时候 这 证明 为了 这 兼容性 的 这 公理 将 是 完全
[ə'kɑ:mplɪʃt] ,
accomplished ,
完成 ,

事实上，当公理兼容性的证明完全完成时，

[ðə; ði] [dauts] [wɪtʃ] [hæv; həv] [bɪn] [ɪk'sprest] [ə'keɪʒ(ə)nəli] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv]
the doubts which have been expressed occasionally as to the existence of
这 疑虑 哪个 有 到过 表达 偶尔 作为 到 这 存在 的
[ðə; ði] [kəm'pli:t] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['ri:əl] ['nʌmbərz] [wɪl] [bɪ'kʌm] ['toʊtəli] ['graʊndləs] .
the complete system of real numbers will become totally groundless .
这 完全的 系统 的 真实的 数字 将要 变得 完全 无根据的 .

过去偶尔有人对完整实数系统的存在表示怀疑，而这些怀疑将变得完全没有根据。

[ðə; ði][toʊ'tæləti][ʌv; əv]['ri:əl] ['nʌmbərz] , [aɪ] . [i:] . , [ðə; ði][kən'tɪnjuəm] [ə'kɔ:rdɪŋ] [tu:; tə][ðə; ði] [pɔɪnt]
The totality of real numbers , i . e . , the continuum according to the point
这 总和 的 真实的 数字 , 我 . e . , 这 连续体 根据 到 这 观点
[ʌv; əv] [vju:] [dʒʌst]['ɪndɪkeɪtɪd] ,
of view just indicated ,
的 看法 只是 表明的 ,

从刚才指出的角度来看，实数的总和，即连续统，

[ɪz][nɑ:t][ðə; ði][toʊ'tæləti][ʌv; əv][ɔ:l]['pɑ:səb(ə)l] ['sɪri:z] [ɪn]['desɪm(ə)l] [f'rækʃnz] ,
is not the totality of all possible series in decimal fractions ,
是 不是 这 总和 的 全部 可能的 系列 在 小数 分数 ,

并非所有可能的十进制分数序列的总和，

[ɔ:r][ʌv; əv][ɔ:l]['pɑ:səb(ə)l] [lɔ:z] [ə'kɔ:rdɪŋ] [tu:; tə] [wɪtʃ] [ðə; ði]['elɪmənts; 'eləmənts][ʌv; əv][ə; eɪ]
or of all possible laws according to which the elements of a
或者 的 全部 可能的 法律 根据 到 哪个 这 元素 的 一个
[ˌfʌndə'ment(ə)l] ['si:kwəns] [meɪ] [proʊ'si:d] .
fundamental sequence may proceed .
基本的 顺序 可能 继续 .

或者说，基本序列的要素可能遵循的所有规律。

[ˌaɪ 'ti:][ɪz] ['rædər] [ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv] [θɪŋz] [hu:z] ['mju:tʃuəl] [rɪ'leɪʃnz] [ɑ:r; ər] ['gʌvənd] [baɪ][ðə; ði]
It is rather a system of things whose mutual relations are governed by the
它 是 相当 一个 系统 的 事物 谁 相互的 关系 是 受统治 经过 这
['æksi:əmz][set][ʌp][ænd; ənd][fɔ:r; fər] [wɪtʃ] [ɔ:l] [ˌprɔpə'ziʃənz] ,
axioms set up and for which all propositions ,
公理 放 向上 和 为了 哪个 全部 命题 ,

它更像是一个事物系统，其相互关系由既定的公理所支配，所有命题都基于这些公理。

[ænd; ənd]['oʊnli] [ðoʊz] ,
and only those ,
和 仅有的 那些 ,

仅此而已，

[ɑ:r; ər] [tru:] [wɪtʃ] [kæn; kən][bi:; bi] [dɪ'raɪvd] [frʌm; frəm][ðə; ði]['æksi:əmz][baɪ][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv]
are true which can be derived from the axioms by a finite number of
是 真的 哪个 能 是 衍生的 从 这 公理 经过 一个 有限 数字 的
['lɑ:dʒɪk(ə)l] ['prɑ:sesɪz] .
logical processes .
逻辑 流程 .

可以通过有限次数的逻辑运算从公理推导出的真理。

[ɪn][maɪ][ə'pɪnjən] , [ðə; ði]['kɑ:nsept][ʌv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ɪz]['strɪktli] ['lɑ:dʒɪkli]['tenəb(ə)l][ɪn][ðɪs]
In my opinion , the concept of the continuum is strictly logically tenable in this
在 我的 观点 , 这 概念 的 这 连续体 是 严格 逻辑上 站得住脚的 在 这
[sens] ['oʊnli] .
sense only .
感觉 仅有的 .

在我看来，连续统的概念只有在这个意义上才是严格意义上的逻辑成立的。

[ˌaɪ 'ti:] [si:mz] [tu:; tə][ˌem 'i:] , [ɪn'di:d] , [ðæt] [ðɪs] [ˌkɔris'pɔndz] [best]['ɔ:lsoʊ][tu:; tə] [wʌt] [ɪk'spɪriəns]
It seems to me , indeed , that this corresponds best also to what experience
它 似乎 到 我 , 的确 , 那 这 对应 最好的 还 到 什么 经验
[ænd; ənd][ˌɪntu'ɪʃ(ə)n] [tel] [ˌju: 'es] .
and intuition tell us .
和 直觉 告诉 我们 .

在我看来，这似乎也最符合经验和直觉告诉我们的。

[ðə; ði]['kɑ:nsept][ʌv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ɔ:r]['i:v(ə)n][ðæt][ʌv; əv][ðə; ði]['sɪstəm][ʌv; əv][ɔ:l] ['fʌŋkʃnz]
The concept of the continuum or even that of the system of all functions
这 概念 的 这 连续体 或者 甚至 那 的 这 系统 的 全部 函数
[ɪg'zɪsts] ,
exists ,
存在 ,

连续统的概念，甚至所有函数系统的概念都是存在的。

[ðen] , [ɪn][ɪg'zæktli][ðə; ði] [seɪm] [sens] [æz; əz][ðə; ði]['sɪstəm][ʌv; əv]['ɪntɪgrəl] , ['ræʃ(ə)nəl]['nʌmbərz] ,
then , in exactly the same sense as the system of integral , rational numbers ,
然后 , 在 确切地 这 相同的 感觉 作为 这 系统 的 不可缺少的 , 合理的 数字 ,

那么，就其意义而言，与整数有理数系统完全相同，

[fɔ:r; fər][ɪg'zæmp(ə)l] , [ɔ:r][æz; əz] ['kæntɚz] ['haɪər] ['klæsɪz] [ʌv; əv]['nʌmbərz] [ænd; ənd]['kɑ:rdɪnl] ['nʌmbərz]
for example , or as Cantor's higher classes of numbers and cardinal numbers
为了 例子 , 或者 作为 坎托尔的 更高 课程 的 数字 和 红衣主教 数字
.
:
.

例如，或者康托尔的更高阶数类和基数。

[fɔ:r; fər][aɪ][ˌeɪ 'em] [kən'vɪnst] [ðæt][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv][ðə; ði]['lætər] , [dʒʌst][æz; əz] [ðæt][ʌv; əv][ðə; ði]
For I am convinced that the existence of the latter , just as that of the
为了 我 是 确信 那 这 存在 的 这 后者 , 只是 作为 那 的 这
[kən'tɪnjuəm] ,
continuum ,
连续体 ,

因为我确信后者（连续统）的存在，正如连续统的存在一样，

[kæn; kən][bi:; bi] [pru:vd] [ɪn][ðə; ði] [sens] [aɪ][hæv; həv] [dɪ'skraɪbd] ; [ˌʌn'laɪk][ðə; ði]
can be proved in the sense I have described ; unlike the
能 是 已证实 在 这 感觉 我 有 描述 ; 与此不同 这

可以按照我所描述的方式加以证明；与此不同的是

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[Pg 13]
[页 -]

[第13页]

['sɪstəm] [ʌv; əv][ɔ:l] ['kɑ:rdɪnl] ['nʌmbərz] [ɔ:r][ʌv; əv][ɔ:l] ['kæntɚz] [ə'lɪf] , [fɔ:r; fər] [wɪtʃ] , [æz; əz] [meɪ]
system of all cardinal numbers or of all Cantor's alephs , for which , as may
系统 的 全部 红衣主教 数字 或者 的 全部 坎托尔的 alephs , 为了 哪个 , 作为 可能
[bi:; bi] [ʃoʊn] ,
be shown ,
是 所示 ,

所有基数或所有康托尔字母 aleph 的系统，正如可以证明的那样，

[ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['æksiːəmz] , [kəm'pætəb(ə)l][ɪn][maɪ] [sens] , ['kænɑːt][biː; bi][set][ʌp] .

a	system	of	axioms	,	compatible	in	my	sense	,	cannot	be	set	up	.
一个	系统	的	公理	,	兼容的	在	我的	感觉	,	不能	是	放	向上	.

在我看来，无法建立一个兼容的公理体系。

['iːðər] [ʌv; əv] [ðiːz] ['sɪstəmz] [ɪz] , ['ðerfɔːr] , [ə'kɔːrdɪŋ] [tuː; tə][maɪ][ˌtɜːrmɪ'nɑːlədʒi] , [ˌmæθə'mætɪkli]

Either	of	these	systems	is	,	therefore	,	according	to	my	terminology	,	mathematically
任何一个	的	这些	系统	是	,	所以	,	根据	到	我的	术语	,	数学上

[nɑːn] - [ɪg'zɪstənt] .

non	-	existent	.
非	-	存在的	.

因此，按照我的术语来说，这两个系统在数学上都是不存在的。

[frʌm; frəm][ðə; ði] [fiːld] [ʌv; əv][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][dʒi'ɑːmətri][aɪ][ʃʊd; ʃəd][laɪk][tuː; tə]['menʃ(ə)n]

From	the	field	of	the	foundations	of	geometry	I	should	like	to	mention
从	这	场地	的	这	基础	的	几何学	我	应该	喜欢	到	提到

[ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] ['prɑːbləm] : [[fɔːr]]

the	following	problem	:	[	4	]
这	下列的	问题	:	[	4	]

从几何基础领域，我想提一下以下问题：[4]

['jɑːrəsˌbɛˌrɪxt] ['dɜː] - - - [fɛɐ'aɪnɪgʊŋ] , ['vɑːl] . [eɪt] (-) , [piː] . - . [θriː] .

Jahresbericht	der	Deutchen	Mathematiker	-	Vereinigung	,	vol	.	8	(	1900	)	,	p	.	180	.	3	.
年度报告	德尔	-	-	-	协会	,	卷	.	8	(	-	)	,	p	.	-	.	3	.

德国数学协会年报，卷。 8（1900），第 17 页。 180.3。

[ðə; ði] [iˈkwɑːləti] [ʌv; əv][ðə; ði] ['vɑːljəmz] [ʌv; əv] [tuː] [ˌtɛtrə'hiːdrə] [ʌv; əv] ['iːkwəl] ['beɪsiːz][ænd; ənd]

THE	EQUALITY	OF	THE	VOLUMES	OF	TWO	TETRAHEDRA	OF	EQUAL	BASES	AND
这	平等	的	这	卷	的	二	四面体	的	平等的	基地	和

['iːkwəl] ['æltɪtjuːdz] .

EQUAL	ALTITUDES	.
平等的	海拔	.

底面相等、高度相等的两个四面体的体积相等。

[ɪn] [tuː] ['letərz] [tuː; tə] ['gɝːlɪŋ] ,

In	two	letters	to	Gerling	,
在	二	信件	到	格林	,

在写给格林的两封信中，

[gaʊs] [[faɪv]] [iks'presiz] [hɪz; ɪz] [rɪ'gret] [ðæt] ['sɜːrt(ə)n] ['θiːərəmz] [ʌv; əv]['sɑːlɪd][dʒi'ɑːmətri] [dɪ'pend]

Gauss	[	5	]	expresses	his	regret	that	certain	theorems	of	solid	geometry	depend
高斯	[	5	]	表达	他的	后悔	那	肯定	定理	的	坚硬的	几何学	依赖

[ə'pɑːn][ðə; ði] ['meθəd] [ʌv; əv] [ɪg'zɔːstʃən] ,

upon	the	method	of	exhaustion	,
之上	这	方法	的	疲惫	,

高斯[5]表示遗憾，因为立体几何的某些定理依赖于穷竭法，

[aɪ] . [iː] . [ɪn]['mɑːdərn] [ˌfreɪzi'ɑːlədʒi] , [ə'pɑːn][ðə; ði]['æksiəm][ʌv; əv][ˌkɑːntɪ'nuːəti] ([ɔːr][ə'pɑːn][ðə; ði]['æksiəm]

i	.	e	.	in	modern	phraseology	,	upon	the	axiom	of	continuity	(	or	upon	the	axiom
我	.	e	.	在	现代的	用语	,	之上	这	公理	的	连续性	(	或者	之上	这	公理

[ʌv; əv] [ˌɑːrkə'miːdiz]) .

of	Archimedes	)	.
的	阿基米德	)	.

即用现代术语来说，基于连续性公理（或基于阿基米德公理）。

[gaʊs] ['menʃənz] [ɪn][pər'tɪkjələr][ðə; ði] ['θiːərəm] [ʌv; əv]['juːklɪd] ,

Gauss	mentions	in	particular	the	theorem	of	Euclid	,
高斯	提及	在	特别的	这	定理	的	欧几里得	,

高斯特别提到了欧几里得定理，

[ðæt] [traɪ'æŋgjələr] ['pɪrəmɪdz] [ʌv; əv]['i:kwəl]['æltɪtju:dz][ɑ:r; ər][tu:; tə] [i:tʃ] ['ʌðər] [æz; əz][ðer; ðər]['beɪsi:z] .

that	**triangular**	**pyramids**	**of**	**equal**	**altitudes**	**are**	**to**	**each**	**other**	**as**	**their**	**bases**	**.**
那	三角形	金字塔	的	平等的	海拔	是	到	每个	其他	作为	他们的	基地	.

等高的三角锥体互为底面。

[naʊ] [ðə; ði] [ə'næləgəs] ['prɑ:bləm][ɪn][ðə; ði] [pleɪn] [hæz; həz] [bɪn] ['sɑ:lvd] . [[sɪks]] ['gɜ:lɪŋ] ['ɔ:lsoʊ]

Now	**the**	**analogous**	**problem**	**in**	**the**	**plane**	**has**	**been**	**solved**	**.**	**[**	**6**	**]**	**Gerling**	**also**
现在	这	类似的	问题	在	这	飞机	有	到过	已解决	.	[	6	]	格林	还

[sək'si:dəd, sək'si:dɪd][ɪn]['pru:vɪŋ][ðə; ði][i'kwɑ:ləti][ʌv; əv]['vɑ:ljəm][ʌv; əv] [sɪ'metrɪk(ə)l] [ˌpɔli'hi:drə, -'he-][baɪ]

succeeded	**in**	**proving**	**the**	**equality**	**of**	**volume**	**of**	**symmetrical**	**polyhedra**	**by**
成功了	在	证明	这	平等	的	体积	的	对称的	多面体	经过

[dɪ'vaɪdɪŋ][ðem; ðəm]['ɪntu:]['kɑ:ŋgruənt][pɑ:rts] .

dividing	**them**	**into**	**congruent**	**parts**	**.**
分割	他们	进入	全等	部分	.

现在，平面上的类似问题已经得到解决。[6] Gerling 还通过将对称多面体分割成全等的部分，成功地证明了对称多面体的体积相等。

[ˌnevərðə'les] ,

Nevertheless	**,**
尽管如此	,

尽管如此，

[ˌaɪ 'ti:] [si:mz] [tu:; tə][ˌem 'i:]['prɑ:bəb(ə)l] [ðæt] [ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl] [pru:f] [ʌv; əv] [ðɪs] [kaɪnd][fɔ:r; fər][ðə; ði]

it	**seems**	**to**	**me**	**probable**	**that**	**a**	**general**	**proof**	**of**	**this**	**kind**	**for**	**the**
它	似乎	到	我	可能	那	一个	一般的	证明	的	这	种类	为了	这

['θi:ərəm] [ʌv; əv]['ju:klɪd][dʒʌst] ['menʃ(ə)nd] [ɪz][ɪm'pɑ:səb(ə)l] ,

theorem	**of**	**Euclid**	**just**	**mentioned**	**is**	**impossible**	**,**
定理	的	欧几里得	只是	提及	是	不可能的	,

在我看来，对于刚才提到的欧几里得定理，这种类型的普遍证明似乎是不可能存在的。

[ænd; ənd][ˌaɪ 'ti:][ʃʊd; ʃəd][bi:; bi]['aʊər; ɑ:r][tæsk][tu:; tə] [gɪv] [ə; eɪ] ['rɪgərəs] [pru:f] [ʌv; əv][ɪts] [ɪmˌpɑ:sə'bɪləti] .

and	**it**	**should**	**be**	**our**	**task**	**to**	**give**	**a**	**rigorous**	**proof**	**of**	**its**	**impossibility**	**.**
和	它	应该	是	我们的	任务	到	给	一个	严格的	证明	的	它是	不可能	.

而我们的任务就是给出严格的证明，证明这是不可能的。

[ðɪs] [wʊd] [bi:; bi] [əb'teɪnd] ,

This	**would**	**be**	**obtained**	**,**
这	会	是	获得	,

这将得到：

[æz; əz] [su:n] [æz; əz][wi:; wi][sək'si:dəd, sək'si:dɪd][ɪn]['spesifaiiŋ] [tu:] [ˌtɛtrə'hi:drə] [ʌv; əv]['i:kwəl]['beɪsi:z]

as	**soon**	**as**	**we**	**succeeded**	**in**	**specifying**	**two**	**tetrahedra**	**of**	**equal**	**bases**
作为	很快	作为	我们	成功了	在	指定	二	四面体	的	平等的	基地

[ænd; ənd]['i:kwəl]['æltɪtju:dz] [wɪtʃ] [kæn; kən][ɪn][noʊ] [wei] [bi:; bi][splɪt] [ʌp]['ɪntu:]['kɑ:ŋgruənt] [ˌtɛtrə'hi:drə] ,

and	**equal**	**altitudes**	**which**	**can**	**in**	**no**	**way**	**be**	**split**	**up**	**into**	**congruent**	**tetrahedra**	**,**
和	平等的	海拔	哪个	能	在	不	方式	是	分裂	向上	进入	全等	四面体	,

一旦我们成功地指定了两个底边相等、高也相等的四面体，并且这两个四面体无论如何都不能分割成全等的四面体，

[ænd; ənd] [wɪtʃ] ['kænɑ:t][bi:; bi][kəm'baɪnd][wɪð; wɪθ]['kɑ:ŋgruənt] [ˌtɛtrə'hi:drə] [tu:; tə][fɔ:rm] [tu:]

and	**which**	**cannot**	**be**	**combined**	**with**	**congruent**	**tetrahedra**	**to**	**form**	**two**
和	哪个	不能	是	合并	和	全等	四面体	到	形式	二

[ˌpɔli'hi:drə, -'he-] [wɪtʃ] [ðəm'selvz] [kʊd; kəd][bi:; bi][splɪt][ʌp]['ɪntu:]['kɑ:ŋgruənt] [ˌtɛtrə'hi:drə] . [['sɛvən]] [

polyhedra	**which**	**themselves**	**could**	**be**	**split**	**up**	**into**	**congruent**	**tetrahedra**	**.**	**[**	**7**	**]**	**[**
多面体	哪个	他们自己	可以	是	分裂	向上	进入	全等	四面体	.	[	7	]	[

[faɪv]]

5	**]**
5	]

并且不能与全等四面体组合形成两个多面体，这两个多面体本身又不能分割成全等四面体。[7][5]

['wɜ˞:k] , ['vɑ:l] .
Werke , vol .
工厂 , 卷 .

Werke，卷。

[eɪt] , [pi:'pi:] .
8 , pp .
8 , pp .

8，第 10 页

- [ænd; ənd] - . [[sɪks]]
241 and 244 . [6]
- 和 - . [6]

241 和 244.[6]

[,si:'ef] . , [bɪ'saɪd] ['ɜ:rliər] ['lɪtərətʃʊr; 'lɪtrətʃər; 'lɪtrətʃʊr] , ['hɪlbɜ˞t] , ['grʊnt,lɑ:gən] ['dɜ˞:][,dʒi:ə'metrɪk] , ['laɪpsɪg]
Cf . , beside earlier literature , Hilbert , Grundlagen der Geometric , Leipzig
cf . , 旁 早些时候 文学 , 希尔伯特 , grundlagen 德尔 几何的 , 莱比锡
, - , [tʃeɪtʃ] . [fɔ:r] .
, 1899 , ch . 4 .
, - , ch . 4 .

参见早期文献，Hilbert, Grundlagen der Geometric, Leipzig, 1899, ch.4。

[[trænz'leɪʃ(ə)n][baɪ] ['taʊnzənd] , [ʃɪ'kɑ:goʊ] , - .] [['sɛvən]]
[Translation by Townsend , Chicago , 1902 .] [7]
[翻译 经过 汤森德 , 芝加哥 , - .] [7]

[汤森德译，芝加哥，1902 年。][7]

[sɪns] [ðɪs] [wʌz; wəz] ['rɪt(ə)n] [hɛə] ['dɛn] [hæz; həz][sək'si:dəd, sək'si:dɪd][ɪn]['pru:vɪŋ] [ðɪs] [ɪm,pɑ:sə'bɪləti] .
Since this was written Herr Dehn has succeeded in proving this impossibility .
自从 这 曾是 书面 先生 德恩 有 成功了 在 证明 这 不可能 .

自此之后，德恩先生已经成功证明了这种不可能。

[si:] [hɪz; ɪz][noʊt] : " ['u:bər] - - , " [ɪn] ['nɑ:x,rɪxtən] [di:] . [keɪ] . - .
See his note : " Ueber raumgleiche Polyeder , " in Nachrichten d . K . Gesellsch .
看 他的 笔记 : " ueber - - , " 在 新闻 d . K . - .

请参阅他的注释：“Ueber raumgleiche Polyeder”，《Nachrichten d》。 K.格塞尔施。

[di:] . ['wɪs] .
d . Wiss .
d . 维斯 .

d. Wiss。

[zu:] ['gɜ:tɪŋən] , - , [ænd; ənd][ə; eɪ]['peɪpər] [su:n] [tu:; tə] [ə'pɪr] [ɪn][ðə; ði] [mæθ] .
zu Göttingen , 1900 , and a paper soon to appear in the Math .
祖 哥廷根 , - , 和 一个 纸 很快 到 出现 在 这 数学 .

zu Göttingen，1900 年，一篇论文即将发表在《数学》杂志上。

['ænələn] [['vɑ:l] .
Annalen [vol .
安娜伦 [卷 .

Annalen [卷.

- , [pi:'pi:] . - - -] . [fɔ:r] .
55 , pp . 405 - 478] . 4 .
- , pp . - - -] . 4 .

55，第405-478页]。4.

['prɑ:bləm] [ʌv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn]
PROBLEM OF THE STRAIGHT LINE
问题 的 这 直的 线

直线问题

[æz; əz][ðə; ði] ['ʃɔːrtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twiːn] [tuː] [pɔɪnts] .

AS	**THE**	**SHORTEST**	**DISTANCE**	**BETWEEN**	**TWO**	**POINTS**	**.**
作为	这	最短	距离	之间	二	积分	.

两点之间的最短距离。

[ə'nʌðər] ['prɑːbləm][rɪ'leɪtɪŋ, riː'leɪtɪŋ][tuː; tə][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][dʒi'ɑːmətri][ɪz] [ðɪs] :

Another	**problem**	**relating**	**to**	**the**	**foundations**	**of**	**geometry**	**is**	**this**	**:**
其他	问题	相关	到	这	基础	的	几何学	是	这	:

与几何基础相关的另一个问题是:

[ɪf] [frʌm; frəm] [ə'mʌŋ] [ðə; ði]['æksiːəmz] ['nesəseri] [tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] ['ɔːrd(ə)neri][juː'klɪdiən; 'juːklɪdiən]

If	**from**	**among**	**the**	**axioms**	**necessary**	**to**	**establish**	**ordinary**	**euclidean**
如果	从	之中	这	公理	必要的	到	建立	普通的	欧几里得

[dʒi'ɑːmətri] , [wiː; wi] [ɪk'skluːd][ðə; ði]['æksiəm][ʌv; əv] ['pærəlelz] ,

geometry	**,**	**we**	**exclude**	**the**	**axiom**	**of**	**parallels**	**,**
几何学	,	我们	排除	这	公理	的	平行线	,

如果从建立普通欧几里得几何所必需的公理中，我们排除平行线公理，

[ɔːr] [ə'suːm] [ˌaɪ 'tiː][æz; əz][nɑːt]['sætɪsfaɪd] , [bʌt; bət] [rɪ'teɪn] [ɔːl] ['ʌðər] ['æksiːəmz] , [wiː; wi][əb'teɪn] ,

or	**assume**	**it**	**as**	**not**	**satisfied**	**,**	**but**	**retain**	**all**	**other**	**axioms**	**,**	**we**	**obtain**	**,**
或者	认为	它	作为	不是	使满意	,	但	保持	全部	其他	公理	,	我们	获得	,

或者假设它不成立，但保留所有其他公理，我们得到:

[æz; əz][ɪz] [wel] [noʊn] , [ðə; ði][dʒi'ɑːmətri][ʌv; əv] [ˌlɑːbə'tʃɛfski] ([ˌhaɪpər'bɑːlɪk][dʒi'ɑːmətri]) .

as	**is**	**well**	**known**	**,**	**the**	**geometry**	**of**	**Lobachevsky**	**(**	**hyperbolic**	**geometry**	**)**	**.**
作为	是	出色地	已知	,	这	几何学	的	罗巴切夫斯基	(	双曲	几何学	)	.

众所周知，罗巴切夫斯基几何（双曲几何）。

[wiː; wi] [meɪ] ['ðerfɔːr] [seɪ] [ðæt] [ðɪs] [ɪz][ə; eɪ][dʒi'ɑːmətri] ['stændɪŋ] [nekst][tuː; tə][juː'klɪdiən; 'juːklɪdiən]

We	**may**	**therefore**	**say**	**that**	**this**	**is**	**a**	**geometry**	**standing**	**next**	**to**	**euclidean**
我们	可能	所以	说	那	这	是	一个	几何学	常设	下一个	到	欧几里得

[dʒi'ɑːmətri] .

geometry	**.**
几何学	.

因此我们可以说，这是与欧几里得几何并驾齐驱的一种几何。

[ɪf]

If

如果

如果

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	**Pg**	**14**	**]**
[	页	-	]

[第14页]

[wiː; wi][rɪ'kwaɪər] ['fɜːrðər] [ðæt] [ðæt] ['æksiəm][biː; bi][nɑːt]['sætɪsfaɪd] [wer'baɪ] , [ʌv; əv] [θriː] [pɔɪnts] [ʌv; əv]

we	**require**	**further**	**that**	**that**	**axiom**	**be**	**not**	**satisfied**	**whereby**	**,**	**of**	**three**	**points**	**of**
我们	要求	更远	那	那	公理	是	不是	使满意	由此	,	的	三	积分	的

[ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] ,

a	**straight**	**line**	**,**
一个	直的	线	,

我们进一步要求该公理不成立，即对于一条直线上的三个点，

[wʌn][ænd; ənd]['oʊnli][wʌn][laɪz] [bɪ'twiːn] [ðə; ði] ['ʌðər] [tuː] , [wiː; wi][əb'teɪn] ['riːmɑːnz] ([ɪ'lɪptɪk])

one	**and**	**only**	**one**	**lies**	**between**	**the**	**other**	**two**	**,**	**we**	**obtain**	**Riemann's**	**(**	**elliptic**	**)**
一	和	仅有的	一	谎言	之间	这	其他	二	,	我们	获得	黎曼的	(	椭圆	)

[dʒi'ɑːmətri] ,

geometry	**,**
几何学	,

当且仅当一个点位于另外两个点之间时，我们就得到了黎曼（椭圆）几何。

[soʊ] [ðæt] [ðɪs] [dʒi'ɑ:mətri] [ə'pɪrz] [tu:; tə][bi:; bi][ðə; ði][nekst]['æftər] - .

so	that	this	geometry	appears	to	be	the	next	after	Lobachevsky's	.
所以	那	这	几何学	出现	到	是	这	下一个	后	-	.

因此，这种几何学似乎是继罗巴切夫斯基几何学之后的下一个几何学。

[ɪf] [wi:; wi] [wɪʃ] [tu:; tə] ['kæri] [aʊt] [ə; eɪ]['sɪmələr][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][wɪð; wɪθ] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði]['æksiəm]

If	we	wish	to	carry	out	a	similar	investigation	with	respect	to	the	axiom
如果	我们	希望	到	携带	出去	一个	相似的	调查	和	尊重	到	这	公理

[ʌv; əv] [ˌɑ:rkə'mi:diz] ,

of	Archimedes	,
的	阿基米德	,

如果我们想对阿基米德公理进行类似的调查，

[wi:; wi][mʌst; məst] [lʊk] [ə'pɑ:n] [ðɪs] [æz; əz][nɑ:t]['sætɪsfaɪd] ,

we	must	look	upon	this	as	not	satisfied	,
我们	必须	看	之上	这	作为	不是	使满意	,

我们必须将此视为不满足，

[ænd; ənd][wi:; wi] [ə'raɪv] [ˌðer'baɪ] [æt; ət][ðə; ði][nɑ:n] - [.ɑ:ki'mi:diən] [dʒi'ɔmitriz] [wɪtʃ] [hæv; həv] [bɪn]

and	we	arrive	thereby	at	the	non	-	archimedean	geometries	which	have	been
和	我们	到达	从而	在	这	非	-	阿基米德	几何形状	哪个	有	到过

[ɪn'vestɪgeɪtɪd] [baɪ] [,verə'ni:z] [ænd; ənd][maɪ'self] .

investigated	by	Veronese	and	myself	.
调查	经过	维罗纳	和	我	.

由此，我们得到了维罗内塞和我研究过的非阿基米德几何。

[ðə; ði] [mɔ:r] ['dʒen(ə)rəl] ['kwestʃən] [naʊ] [ɜ'aɪzɪz] : ['weðər] [frʌm; frəm] ['ʌðər] [sə'dʒestɪv] [s'tændpɔɪnts]

The	more	general	question	now	arises	:	Whether	from	other	suggestive	standpoints
这	更多的	一般的	问题	现在	出现	:	无论	从	其他	暗示性的	立场

[dʒi'ɔmitriz] [meɪ] [nɑ:t][bi:; bi] [dɪ'vaɪzd] [wɪtʃ] ,

geometries	may	not	be	devised	which	,
几何形状	可能	不是	是	设计	哪个	,

现在出现了一个更普遍的问题：从其他启发性的角度是否可以设计出几何形状，而这些几何形状又如何呢?

[wɪð; wɪθ]['i:kwəl] [raɪt] , [stænd][nekst][tu:; tə][ju:'klɪdiən; 'ju:klɪdiən][dʒi'ɑ:mətri] .

with	equal	right	,	stand	next	to	euclidean	geometry	.
和	平等的	正确的	,	站立	下一个	到	欧几里得	几何学	.

与欧几里得几何享有同等的权利。

[hɪr] [aɪ][ʃʊd; ʃəd] [laɪk] [tu:; tə][də'rekt][jʊr; jər] [ə'tenʃ(ə)n] [tu:; tə][ə; eɪ] ['θi:ərəm] [wɪtʃ] [hæz; həz] ,

Here	I	should	like	to	direct	your	attention	to	a	theorem	which	has	,
这里	我	应该	喜欢	到	直接的	你的	注意力	到	一个	定理	哪个	有	,

在此，我想提请大家注意一个定理，该定理具有以下特点：

[ɪn'di:d] , [bɪn] [ɪm'plɔɪd] [baɪ] ['meni] ['ɔ:θəz] [æz; əz][ə; eɪ] [ˌdefɪ'nɪʃn] [ʌv; əv][ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] ,

indeed	,	been	employed	by	many	authors	as	a	definition	of	a	straight	line	,
的确	,	到过	受雇	经过	许多	作者	作为	一个	定义	的	一个	直的	线	,

事实上，许多作者都曾用这个词来定义直线。

[vɪz] . , [ðæt] [ðə; ði] [streɪt] [laɪn][ɪz][ðə; ði] ['ʃɔ:rtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twi:n] [tu:] [pɔɪnts] .

viz	.	,	that	the	straight	line	is	the	shortest	distance	between	two	points	.
即	.	,	那	这	直的	线	是	这	最短	距离	之间	二	积分	.

也就是说，直线是两点之间最短的距离。

[ðə; ði] [ɪ'senʃ(ə)l] ['kɑ:ntent][ʌv; əv] [ðɪs] ['steɪtmənt] [rɪ'du:sɪz, ri:'du:sɪz][tu:; tə][ðə; ði] ['θi:ərəm] [ʌv; əv]['ju:klɪd]

The	essential	content	of	this	statement	reduces	to	the	theorem	of	Euclid
这	基本的	内容	的	这	陈述	减少	到	这	定理	的	欧几里得

[ðæt] [ɪn][ə; eɪ]['traɪæŋg(ə)l][ðə; ði][sʌm; səm][ʌv; əv] [tu:] [saɪdz][ɪz]['ɔ:lweɪz] ['greɪtər] [ðæn; ðən][ðə; ði][θɜ:rd]

that	in	a	triangle	the	sum	of	two	sides	is	always	greater	than	the	third
那	在	一个	三角形	这	和	的	二	侧面	是	总是	更大的	比	这	第三

[saɪd] — [ə; eɪ] ['θi:ərəm] [wɪtʃ] ,

side	—	a	theorem	which	,
边	—	一个	定理	哪个	,

这段话的本质内容可以简化为欧几里得定理，即在三角形中，两边之和总是大于第三边——这一定理，

[æz; əz][ɪz] ['i:zəli] [si:n] , [di:lz] ['soʊlli] [wɪð; wɪθ] [ˌelɪ'mentri] ['kɑ:nsɛpts, 'kɑ:nsɛps] , [aɪ] . [i:] . ,

as	is	easily	seen	,	deals	solely	with	elementary	concepts	,	i	.	e	.	,
作为	是	容易地	已见	,	交易	仅	和	初级	概念	,	我	.	e	.	,

显而易见，它只涉及基本概念，即：

[wɪð; wɪθ] [sʌtʃ] [æz; əz][ɑ:r; ər] [dɪ'raɪvd] [də'rektli; daɪ'rektli][frʌm; frəm][ðə; ði]['æksi:əmz] , [ænd; ənd][ɪz]

with	such	as	are	derived	directly	from	the	axioms	,	and	is
和	这样的	作为	是	衍生的	直接地	从	这	公理	,	和	是

['ðerfɔ:r] [mɔ:r] [ək'sesəb(ə)l][tu:; tə]['lɑ:dʒɪk(ə)l][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] .

therefore	more	accessible	to	logical	investigation	.
所以	更多的	可访问	到	逻辑	调查	.

诸如此类的表达式直接来源于公理，因此更容易进行逻辑研究。

['ju:klɪd] [pru:vd] [ðɪs] ['θi:ərəm] , [wɪð; wɪθ][ðə; ði][help][ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:ərəm] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪk'stɪrɪər]

Euclid	proved	this	theorem	,	with	the	help	of	the	theorem	of	the	exterior
欧几里得	已证实	这	定理	,	和	这	帮助	的	这	定理	的	这	外部的

['æŋg(ə)l] ,

angle	,
角度	,

欧几里得借助外角定理证明了这个定理。

[ɑ:n][ðə; ði]['beɪsɪs][ʌv; əv][ðə; ði] ['kɑ:ŋgruəns] ['θi:ərəmz] .

on	the	basis	of	the	congruence	theorems	.
在	这	基础	的	这	全等	定理	.

基于全等定理。

[naʊ] [ˌaɪ 'ti:][ɪz] ['redɪli] [ʃoʊn] [ðæt] [ðɪs] ['θi:ərəm] [ʌv; əv]['ju:klɪd]['kænɑ:t][bi:; bi] [pru:vd] ['soʊlli] [ɑ:n]

Now	it	is	readily	shown	that	this	theorem	of	Euclid	cannot	be	proved	solely	on
现在	它	是	容易	所示	那	这	定理	的	欧几里得	不能	是	已证实	仅	在

[ðə; ði]['beɪsɪs][ʌv; əv] [ðoʊz] ['kɑ:ŋgruəns] ['θi:ərəmz] [wɪtʃ] [rɪ'leɪt] [tu:; tə][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv]

the	basis	of	those	congruence	theorems	which	relate	to	the	application	of
这	基础	的	那些	全等	定理	哪个	涉及	到	这	应用	的

['sɛgmənts, ˌsɛg'mɛnts][ænd; ənd] ['æŋglz] ,

segments	and	angles	,
片段	和	角度	,

现在很容易证明，欧几里得的这个定理不能仅仅根据与线段和角的应用相关的全等定理来证明。

[bʌt; bət] [ðæt] [wʌn][ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:ərəmz] [ɑ:n][ðə; ði] ['kɑ:ŋgruəns] [ʌv; əv][t'raɪæŋglz][ɪz] ['nesəseri] .

but	that	one	of	the	theorems	on	the	congruence	of	triangles	is	necessary	.
但	那	一	的	这	定理	在	这	全等	的	三角形	是	必要的	.

但其中一个关于三角形全等的定理是必要的。

[wi:; wi][ɑ:r; ər] ['æskɪŋ] , [ðen] , [fɔ:r; fər][ə; eɪ][dʒi'ɑ:mətri][ɪn] [wɪtʃ] [ɔ:l][ðə; ði]['æksi:əmz][ʌv; əv]['ɔ:rd(ə)neri]

We	are	asking	,	then	,	for	a	geometry	in	which	all	the	axioms	of	ordinary
我们	是	问	,	然后	,	为了	一个	几何学	在	哪个	全部	这	公理	的	普通的

[ju:'klɪdiən; 'ju:klɪdiən][dʒi'ɑ:mətri][hoʊld] ,

euclidean	geometry	hold	,
欧几里得	几何学	抓住	,

因此，我们所要求的几何学，是使得普通欧几里得几何的所有公理都成立。

[ænd; ənd][ɪn][pər'tɪkjələr][ɔ:l][ðə; ði]['kɑ:ŋgruəns]['æksi:əmz][ɪk'sept][ðə; ði][wʌn][ʌv; əv][ðə; ði]['kɑ:ŋgruəns]

and	in	particular	all	the	congruence	axioms	except	the	one	of	the	congruence
和	在	特别的	全部	这	全等	公理	除了	这	一	的	这	全等

[ʌv; əv][t'raɪæŋglz] ([ɔ:r][ɔ:l] [ɪk'sept][ðə; ði] ['θi:ərəm] [ʌv; əv][ðə; ði][i'kwɑ:ləti][ʌv; əv][ðə; ði] [beɪs] ['æŋglz] [ɪn]

of	triangles	(	or	all	except	the	theorem	of	the	equality	of	the	base	angles	in
的	三角形	(	或者	全部	除了	这	定理	的	这	平等	的	这	根据	角度	在

[ðə; ði][aɪˌsɑ:səli:z]['traɪæŋg(ə)l]) ,

the	isosceles	triangle	)	,
这	等腰三角形	三角形	)	,

特别是除了三角形全等定理（或除了等腰三角形底角相等定理）之外的所有全等公理。

[ænd; ənd][ɪn] [wɪtʃ] , [bɪ'saɪdz] ,

and	in	which	,	besides	,
和	在	哪个	,	除了	,

此外，

[ðə; ði][ˌprɑ:pə'zɪʃ(ə)n][ðæt][ɪn] ['evri] ['traɪæŋg(ə)l][ðə; ði][sʌm; səm][ʌv; əv] [tu:] [saɪdz][ɪz]['greɪtər] [ðæn; ðən]

the	proposition	that	in	every	triangle	the	sum	of	two	sides	is	greater	than
这	主张	那	在	每一个	三角形	这	和	的	二	侧面	是	更大的	比

[ðə; ði][θɜ:rd][ɪz] [ə'su:md] [æz; əz][ə; eɪ][pər'tɪkjələr]['æksiəm] .

the	third	is	assumed	as	a	particular	axiom	.
这	第三	是	假定	作为	一个	特别的	公理	.

在任何三角形中，两边之和大于第三边这一命题被视为一个特定的公理。

[wʌn][faindz][ðæt] [sʌtʃ] [ə; eɪ][dʒi'ɑ:mətri] ['ri:əli] [ɪg'zɪsts][ænd; ənd][ɪz][noʊ] ['ʌðər] [ðæn; ðən][ðæt] [wɪtʃ]

One	finds	that	such	a	geometry	really	exists	and	is	no	other	than	that	which
一	发现	那	这样的	一个	几何学	真的	存在	和	是	不	其他	比	那	哪个

[mɪŋ'kɔ:fski] [kən'strʌktɪd] [ɪn][hɪz; ɪz] [bʊk] ,

Minkowski	constructed	in	his	book	,
明科夫斯基	建造	在	他的	书	,

人们发现，这种几何学确实存在，而且正是闵可夫斯基在他的书中构建的那种几何学。

[ˌdʒi:ə'metrɪk]['dɜ:] ['zɑ:lən] , [[eɪt]] [ænd; ənd] [meɪd] [ðə; ði]['beɪsɪs][ʌv; əv][hɪz; ɪz] [ˌærɪθ'metɪkl]

Geometric	der	Zahlen	,	[	8	]	and	made	the	basis	of	his	arithmetical
几何的	德尔	扎伦	,	[	8	]	和	制成	这	基础	的	他的	算术

[ɪnvestɪ'geɪʃnz] .

investigations	.
调查	.

Geometric der Zahlen, [8] 并以此为基础展开了他的算术研究。

[mɪŋkɔfskɪɪs] [ɪz] ['ðerfɔ:r] ['ɔ:lsoʊ][ə; eɪ][dʒi'ɑ:mətri] ['stændɪŋ] [nekst][tu:; tə][ðə; ði]['ɔ:rd(ə)neri]

Minkowski's	is	therefore	also	a	geometry	standing	next	to	the	ordinary
明科夫斯基的	是	所以	还	一个	几何学	常设	下一个	到	这	普通的

[ju:'klɪdiən; 'ju:klɪdiən][dʒi'ɑ:mətri] ;

euclidean	geometry	;
欧几里得	几何学	;

因此，闵可夫斯基几何也是与普通欧几里得几何并驾齐驱的一种几何；

[ˌaɪ 'ti:][ɪz] [ɪ'senʃəli] ['kærəktəraɪzd] [baɪ][ðə; ði] ['fɑ:loʊɪŋ] [ˌstɪpjə'leɪʃənz] : [wʌn] .

it	is	essentially	characterized	by	the	following	stipulations	:	1	.
它	是	本质上	特征化的	经过	这	下列的	规定	:	1	.

它主要具有以下特点：1.

[ðə; ði] [pɔɪnts] [wɪtʃ] [ɑ:r; ər][æt; ət]['i:kwəl] ['distənsiz] [frʌm; frəm][ə; eɪ] [fɪkst] [pɔɪnt] [laɪ][ɑ:n][ə; eɪ]['kɑ:nveks]

The	points	which	are	at	equal	distances	from	a	fixed	point	lie	on	a	convex
这	积分	哪个	是	在	平等的	距离	从	一个	固定的	观点	说谎	在	一个	凸面

[kloʊzd] ['sɜ:rfɪs] [ʌv; əv][ðə; ði]['ɔ:rd(ə)neri][ju:'klɪdiən; 'ju:klɪdiən] [speɪs] [wɪð; wɪθ][æz; əz][ə; eɪ]['sentər] .

closed	surface	of	the	ordinary	euclidean	space	with	as	a	center	.
关闭	表面	的	这	普通的	欧几里得	空间	和	作为	一个	中心	.

到固定点距离相等的点位于以该固定点为中心的普通欧几里得空间的凸闭曲面上。

[[ˌpiː 'dʒiː] -] [ˌtuː'tuː] .
[Pg 15] 2 .
[页 -] 2 .

[第15页]2.

[tuː] ['sɛgmənts, ˌsɛg'mɛnts][ɑːr; ər] [sed] [tuː; tə][biː; bi]['iːkwəl] [wen] [wʌn][kæn; kən][biː; bi] ['kærid] ['ɪntuː]
Two segments are said to be equal when one can be carried into
二 片段 是 说 到 是 平等的 什么时候 一 能 是 携带 进入
[ðə; ði] ['ʌðər] [baɪ][ə; eɪ][trænz'leɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['ɔːrd(ə)neri][juː'klɪdiən; 'juːklɪdiən] [speɪs] .
the other by a translation of the ordinary euclidean space .
这 其他 经过 一个 翻译 的 这 普通的 欧几里得 空间 .

如果通过在普通欧几里得空间中进行平移，可以将一个线段转换到另一个线段，则称这两个线段相等。

[ɪn] [mɪŋkɔfskiɪs] [dʒi'ɑːmətri][ðə; ði]['æksiəm][ʌv; əv] ['pærəlelz] ['ɔːlsoʊ][hoʊldz] .
In Minkowski's geometry the axiom of parallels also holds .
在 明科夫斯基的 几何学 这 公理 的 平行线 还 持有 .

在闵可夫斯基几何中，平行公理也成立。

[baɪ] ['stʌdiɪŋ] [ðə; ði] ['θiːərəm] [ʌv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn][æz; əz][ðə; ði] ['ʃɔːrtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twiːn]
By studying the theorem of the straight line as the shortest distance between
经过 学习 这 定理 的 这 直的 线 作为 这 最短 距离 之间
[tuː] [pɔɪnts] ,
two points ,
二 积分 ,

通过研究直线是两点间最短距离的定理，

[aɪ] [ə'raɪvd] [[naɪn]] [æt; ət][ə; eɪ][dʒi'ɑːmətri][ɪn] [wɪtʃ] [ðə; ði]['pærəlel]['æksiəm] [dʌz] [nɑːt][hoʊld] ,
I arrived [9] at a geometry in which the parallel axiom does not hold ,
我 到达的 [9] 在 一个 几何学 在 哪个 这 平行线 公理 做 不是 抓住 ,

我最终得到了[9]一个平行公理不成立的几何学，

[waɪl] [ɔːl] ['ʌðər] ['æksiːəmz][ʌv; əv] [mɪŋkɔfskiɪs] [dʒi'ɑːmətri][ɑːr; ər]['sætɪsfaɪd] .
while all other axioms of Minkowski's geometry are satisfied .
尽管 全部 其他 公理 的 明科夫斯基的 几何学 是 使满意 .

而闵可夫斯基几何的所有其他公理都得到满足。

[ðə; ði] ['θiːərəm] [ʌv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn][æz; əz][ðə; ði] ['ʃɔːrtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twiːn] [tuː] [pɔɪnts]
The theorem of the straight line as the shortest distance between two points
这 定理 的 这 直的 线 作为 这 最短 距离 之间 二 积分
[ænd; ənd][ðə; ði] [ɪ'senʃəli] [ɪ'kwɪvələnt] ['θiːərəm] [ʌv; əv]['juːklɪd][ə'baʊt][ðə; ði][saɪdz][ʌv; əv][ə; eɪ]
and the essentially equivalent theorem of Euclid about the sides of a
和 这 本质上 相等的 定理 的 欧几里得 关于 这 侧面 的 一个
['traɪæŋg(ə)l] ,
triangle ,
三角形 ,

直线定理（即两点间直线最短距离定理）与欧几里得关于三角形边长的定理本质上是等价的。

[pleɪ] [æn; ən][ɪm'pɔːrt(ə)nt][pɑːrt][nɑːt]['oʊnli][ɪn] ['nʌmbər] ['θiːəri] [bʌt; bət]['ɔːlsoʊ][ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv]
play an important part not only in number theory but also in the theory of
玩 一个 重要的 部分 不是 仅有的 在 数字 理论 但 还 在 这 理论 的
['sɜːfəsəz, 'sɜːfəsɪz][ænd; ənd][ɪn][ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][ˌveəri:'eiʃənz] .
surfaces and in the calculus of variations .
表面 和 在 这 结石 的 变体 .

不仅在数论中发挥重要作用，而且在曲面论和变分法中也发挥重要作用。

[fɔːr; fər] [ðɪs] ['riːz(ə)n] ,
For this reason ,
为了 这 原因 ,

为此原因，

[ænd; ənd][bɪ'kəz, bɪ'kɔːz][aɪ] [bɪ'liːv] [ðæt] [ðə; ði] ['θɜːroʊ] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][kən'dɪʃ(ə)nz][fɔːr; fər]

and	because	I	believe	that	the	thorough	investigation	of	the	conditions	for
和	因为	我	相信	那	这	彻底	调查	的	这	状况	为了

[ðə; ði][və'lɪdəti][ʌv; əv] [ðɪs] ['θiːərəm] [wɪl] [θroʊ] [ə; eɪ] [nuː] [laɪt] [ə'pɑːn][ðə; ði][aɪ'diːə][ʌv; əv] ['dɪstəns] ,

the	validity	of	this	theorem	will	throw	a	new	light	upon	the	idea	of	distance	,
这	有效性	的	这	定理	将要	扔	一个	新的	光	之上	这	主意	的	距离	,

因为我相信，对该定理成立条件的彻底研究将为距离的概念带来新的启示，

[æz; əz] [wel] [æz; əz][ə'pɑːn] ['ʌðər] [ˌelɪ'mentri] [aɪ'diːəz] , [iː] . [dʒiː] . , [ə'pɑːn][ðə; ði][aɪ'diːə][ʌv; əv][ðə; ði]

as	well	as	upon	other	elementary	ideas	,	e	.	g	.	,	upon	the	idea	of	the
作为	出色地	作为	之上	其他	初级	想法	,	e	.	克	.	,	之上	这	主意	的	这

[pleɪn] ,

plane	,
飞机	,

以及其他基本概念，例如平面的概念，

[ænd; ənd][ðə; ði][ˌpɑːsə'bɪlətɪ][ʌv; əv][ɪts] [ˌdefɪ'nɪʃn] [baɪ] [miːnz] [ʌv; əv][ðə; ði][aɪ'diːə][ʌv; əv][ðə; ði] [streɪt]

and	the	possibility	of	its	definition	by	means	of	the	idea	of	the	straight
和	这	可能性	的	它是	定义	经过	方法	的	这	主意	的	这	直的

[laɪn] ,

line	,
线	,

以及通过直线概念来定义它的可能性，

[ðə; ði] [kən'strʌkʃ(ə)n] [ænd; ənd] [ˌsɪstə'mætɪk] ['triːtmənt] [ʌv; əv][ðə; ði] [dʒi'ɔmitriz] [hɪr] ['pɑːsəb(ə)l] [siːm]

the	construction	and	systematic	treatment	of	the	geometries	here	possible	seem
这	建造	和	系统	治疗	的	这	几何形状	这里	可能的	似乎

[tuː; tə][ˌem 'iː][dɪ'zaɪərəb(ə)l] . [[eɪt]]

to	me	desirable	.	[	8	]
到	我	理想	.	[	8	]

在我看来，这里几何形状的构造和系统处理是可取的。[8]

['laɪpsɪg] , - . [[naɪn]]

Leipzig	,	1896	.	[	9	]
莱比锡	,	-	.	[	9	]

莱比锡，1896 年。[9]

[mæθ] .

Math	.
数学	.

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] .

Annalen	,	vol	.
安娜伦	,	卷	.

Annalen，卷。

- , [piː] . - . [faɪv] .

46	,	p	.	91	.	5	.
-	,	p	.	-	.	5	.

46，第 91.5 页。

[laɪz] ['kɑːnsept] [ʌv; əv][ə; eɪ] [kən'tɪnjuəs] [gruːp] [ʌv; əv] [ˌtrænsfɝ'meɪʃənz] [wɪ'ðaʊt] [ðə; ði]

LIE'S	CONCEPT	OF	A	CONTINUOUS	GROUP	OF	TRANSFORMATIONS	WITHOUT	THE
谎言	概念	的	一个	连续的	团体	的	转变	没有	这

[ə'sʌmpʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] ['difə,renʃiə'biləti] [ʌv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ði] [gruːp] .

ASSUMPTION	OF	THE	DIFFERENTIABILITY	OF	THE	FUNCTIONS	DEFINING	THE	GROUP	.
假设	的	这	可微性	的	这	函数	定义	这	团体	.

李氏连续变换群的概念，无需假设定义该群的函数是可微的。

[[ˌpiː ˈdʒiː] -]
[Pg 16]
[页 -]

[第16页]

[ˌaɪ ˈtiː][ɪz] [wel] [noʊn] [ðæt] [laɪ] , [wɪð; wɪθ][ðə; ði][eɪd][ʌv; əv][ðə; ði]['kɑːnsept][ʌv; əv] [kənˈtɪnjuəs] [gruːps]
It 它 is 是 well 出色地 known 已知 that 那 Lie 说谎 , , with 和 the 这 aid 援助 of 的 the 这 concept 概念 of 的 continuous 连续的 groups 团体
[ʌv; əv] [ˌtrænsfɝˈmeɪʃənz] ,
of 的 transformations 转变 , ,

众所周知，李利用连续变换群的概念，

[hæz; həz][set][ʌp][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv] [ˌdʒiːəˈmetrɪkl] ['æksiːəmz][ænd; ənd] , [frʌm; frəm][ðə; ði] ['stændpɔɪnt]
has 有 set 放 up 向上 a 一个 system 系统 of 的 geometrical 几何 axioms 公理 and 和 , , from 从 the 这 standpoint 立场
[ʌv; əv][hɪz; ɪz] ['θiːəri] [ʌv; əv] [gruːps] ,
of 的 his 他的 theory 理论 of 的 groups 团体 , ,

他建立了一套几何公理体系，并且从他的群论角度来看，

[hæz; həz] [pruːvd] [ðæt] [ðɪs] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['æksiːəmz] [səˈfaisiz] [fɔːr; fər] [dʒiˈɑːmətri] .
has 有 proved 已证实 that 那 this 这 system 系统 of 的 axioms 公理 suffices 足够了 for 为了 geometry 几何学 . .

已经证明这套公理体系足以满足几何学的需求。

[bʌt; bət] [sɪns] [laɪ] [əˈsjuːmz] , [ɪn][ðə; ði] ['veri] [faʊnˈdeɪʃ(ə)n][ʌv; əv][hɪz; ɪz] ['θiːəri] ,
But 但 since 自从 Lie 说谎 assumes 假设 , , in 在 the 这 very 非常 foundation 基础 of 的 his 他的 theory 理论 , ,

但是，由于李在其理论的基础中就假定了这一点，

[ðæt] [ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [dɪˈfaɪnɪŋ] [hɪz; ɪz] [gruːp] [kæn; kən][biː; bi] [ˌdɪfəˈrenʃieɪtɪd] , [ˌaɪ ˈtiː] [rɪˈmeɪnz]
that 那 the 这 functions 函数 defining 定义 his 他的 group 团体 can 能 be 是 differentiated 差异化的 , , it 它 remains 遗迹
[ˌʌndɪˈsaɪdɪd] [ɪn] [laɪz] [dɪˈveləpmənt] ,
undecided 未决定 in 在 Lie's 谎言 development 发展 , ,

尽管定义他所在群体的功能可以区分，但在李的理论发展中，这一点仍未确定。

['weðər] [ðə; ði] [əˈsʌmpʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] ['difə,renʃiəˈbiləti] [ɪn] [kəˈnekʃ(ə)n] [wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['kwestʃən]
whether 无论 the 这 assumption 假设 of 的 the 这 differentiability 可微性 in 在 connection 联系 with 和 the 这 question 问题
[æz; əz][tuː; tə][ðə; ði]['æksiːəmz][ʌv; əv][dʒiˈɑːmətri] [ɪz] ['æktʃuəli] [ˌʌnəˈvɔɪdəb(ə)l] ,
as 作为 to 到 the 这 axioms 公理 of 的 geometry 几何学 is 是 actually 实际上 unavoidable 不可避免的 , ,

关于几何公理问题，可微性假设是否真的不可避免？

[ɔːr] ['weðər] [ˌaɪ 'tiː] [meɪ] [nɑːt] [əˈpɪr] ['ræðər] [æz; əz][ə; eɪ] ['kɑːnsɪkwens] [ʌv; əv][ðə; ði] [gruːp] ['kɑːnsept]
or 或者 whether 无论 it 它 may 可能 not 不是 appear 出现 rather 相当 as 作为 a 一个 consequence 结果 of 的 the 这 group 团体 concept 概念
[ænd; ənd][ðə; ði] ['ʌðər] [ˌdʒiːəˈmetrɪkl] ['æksiːəmz] .
and 和 the 这 other 其他 geometrical 几何 axioms 公理 . .

或者，它可能并非表现形式，而是群概念和其他几何公理的结果。

[ðɪs] [kənˌsɪdəˈreɪʃ(ə)n] , [æz; əz] [wel] [æz; əz]['sɜːrt(ə)n] ['ʌðər] ['prɔːbləms][ɪn] [kəˈnekʃ(ə)n] [wɪð; wɪθ][ðə; ði]
This 这 consideration 考虑 , , as 作为 well 出色地 as 作为 certain 肯定 other 其他 problems 问题 in 在 connection 联系 with 和 the 这
[ˌærɪθˈmetɪkl] ['æksiːəmz] ,
arithmetical 算术 axioms 公理 , ,

这一考虑，以及与算术公理相关的其他一些问题，

[brɪŋz] [bɪˈfɔːr] [ˌjuː ˈes][ðə; ði] [mɔːr] [ˈdʒen(ə)rəl] [ˈkwestʃən] :

brings	before	us	the	more	general	question	:
带来	前	我们	这	更多的	一般的	问题	:

这引出了一个更普遍的问题：

[haʊ] [fɑːr] [laɪz] [ˈkɑːnsept][ʌv; əv] [kənˈtɪnjuəs] [gruːps] [ʌv; əv] [ˌtrænsfɝˈmeɪʃənz] [ɪz] [əˈproʊtʃəbl] [ɪn]

How	far	Lie's	concept	of	continuous	groups	of	transformations	is	approachable	in
如何	远的	谎言	概念	的	连续的	团体	的	转变	是	平易近人	在

['aʊər; ɑːr] [ɪnvestɪˈgeɪʃnz] [wɪˈðaʊt] [ðə; ði] [əˈsʌmpʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] ['difə,renʃiəˈbiləti] [ʌv; əv][ðə; ði]

our	investigations	without	the	assumption	of	the	differentiability	of	the
我们的	调查	没有	这	假设	的	这	可微性	的	这

['fʌŋkʃnz] .

functions	.
函数	.

在不假设函数可微的情况下，李的连续变换群概念在我们的研究中能达到什么程度？

[laɪ] [diˈfainz][ə; eɪ]['faɪnaɪt] [kənˈtɪnjuəs] [gruːp] [ʌv; əv] [ˌtrænsfɝˈmeɪʃənz] [æz; əz][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv]

Lie	defines	a	finite	continuous	group	of	transformations	as	a	system	of
说谎	定义	一个	有限	连续的	团体	的	转变	作为	一个	系统	的

[ˌtrænsfɝˈmeɪʃənz]

transformations
转变

李将有限连续变换群定义为变换系统。

['hævɪŋ] [ðə; ði] ['prɑːpərti] [ðæt] ['eni] [tuː] [ˌɑːrbɪ'trerəli] ['tʃoʊzn] [ˌtrænsfɝˈmeɪʃənz] [ʌv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] ,

having	the	property	that	any	two	arbitrarily	chosen	transformations	of	the	system	,
拥有	这	财产	那	任何	二	任意地	选定	转变	的	这	系统	,

[æz; əz]

as
作为

具有这样的性质：系统的任意两个任意选择的变换，作为

[əˈplaɪd] [səkˈsesɪvli] [rɪˈzʌlt] [ɪn][ə; eɪ][ˌtrænsfərˈmeɪʃ(ə)n] [wɪtʃ] ['ɔːlsoʊ] [biˈlɔŋz] [tuː; tə][ðə; ði] ['sɪstəm] ,

applied	successively	result	in	a	transformation	which	also	belongs	to	the	system	,
应用	依次	结果	在	一个	转型	哪个	还	属于	到	这	系统	,

连续应用这些变换会产生一个也属于该系统的变换。

[ænd; ənd] [wɪtʃ] [ɪz] ['ðerfɔːr] [ɪkˈspresəbl] [ɪn][ðə; ði][fɔːrm]

and	which	is	therefore	expressible	in	the	form
和	哪个	是	所以	可表达的	在	这	形式

因此，它可以表示为以下形式：

[wer] [ɑːr; ər]['sɜːrt(ə)n] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ænd; ənd] .

where	are	certain	functions	of	and	.
在哪里	是	肯定	函数	的	和	.

其中某些函数是 和 。

[ðə; ði] [gruːp] ['prɑːpərti] [ðʌs] [faindz][ɪts] [fʊl] [ɪkˈspreʃ(ə)n] [ɪn][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz]

The	group	property	thus	finds	its	full	expression	in	a	system	of	functional	equations
这	团体	财产	因此	发现	它是	满的	表达	在	一个	系统	的	功能性	方程式

[ænd; ənd][ʌv; əv][ɪtˈself][imˈpəuziz][noʊ] [əˈdɪʃən(ə)l] [rɪˈstrɪkʃ(ə)nz] [əˈpɑːn][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] .

and	of	itself	imposes	no	additional	restrictions	upon	the	functions	.
和	的	本身	强加	不	额外的	限制	之上	这	函数	.

因此，群性质在函数方程组中得到了充分体现，并且其本身对函数没有施加任何额外的限制。

[jet] [laɪz] ['fɜːrðər] ['triːtmənt] [ʌv; əv] [ðiːz] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] , [vɪz] . , [ðə; ði] [ˌderɪ'veɪʃn] [ʌv; əv]

Yet	Lie's	further	treatment	of	these	functional	equations	,	viz	.	,	the	derivation	of
然而	谎言	更远	治疗	的	这些	功能性	方程式	,	即	.	,	这	推导	的

[ðə; ði] [wel] - [noʊn] [ˌfʌndə'ment(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ,

the	well	-	known	fundamental	differential	equations	,
这	出色地	-	已知	基本的	微分	方程式	,

然而，李对这些函数方程的进一步处理，即推导出著名的基本微分方程，

[ə'sju:mz] [ˌnesə'serəli] [ðə; ði][ˌkɑ:ntɪ'nu:əti][ænd; ənd] ['difə,renʃiə'biləti] [ʌv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [dɪ'faɪnɪŋ]
assumes **necessarily** **the** **continuity** **and** **differentiability** **of** **the** **functions** **defining**
假设 一定 这 连续性 和 可微性 的 这 函数 定义
[ðə; ði] [gru:p] .
the **group** **.**
这 团体 .

必然假定定义群的函数是连续的和可微的。

[æz; əz][rɪ'gɑ:rdz][ˌkɑ:ntɪ'nu:əti] :
As **regards** **continuity** **:**
作为 问候 连续性 :

关于连续性:

[ðɪs] ['pɑ:stʃəleɪt] [wɪl] ['sɜ:rt(ə)nli][bi:; bi] [ri'teind] [fɔ:r; fər][ðə; ði]['prez(ə)nt] — [ɪf] ['oʊnli][wɪð; wɪθ][ə; eɪ] [vju:]
this **postulate** **will** **certainly** **be** **retained** **for** **the** **present** **—** **if** **only** **with** **a** **view**
这 假定 将要 当然 是 保留 为了 这 展示 — 如果 仅有的 和 一个 看法
[tu:; tə][ðə; ði] [ˌdʒi:ə'metrɪkl] [ænd; ənd] [ˌærɪθ'metɪkl] [ˌæplə'keiʃ(ə)nz] ,
to **the** **geometrical** **and** **arithmetical** **applications** **,**
到 这 几何 和 算术 应用程序 ,

就目前而言，这一假设肯定会被保留——即使仅仅是为了其在几何和算术方面的应用。

[ɪn] [wɪtʃ] [ðə; ði][ˌkɑ:ntɪ'nu:əti][ʌv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [ɪn] ['kwestʃən] [ə'pɪrz] [æz; əz][ə; eɪ] ['kɑ:nsɪkwens]
in **which** **the** **continuity** **of** **the** **functions** **in** **question** **appears** **as** **a** **consequence**
在 哪个 这 连续性 的 这 函数 在 问题 出现 作为 一个 结果
[ʌv; əv][ðə; ði]['æksiəm][ʌv; əv][ˌkɑ:ntɪ'nu:əti] .
of **the** **axiom** **of** **continuity** **.**
的 这 公理 的 连续性 .

其中，所讨论函数的连续性是连续性公理的结果。

[ɑ:n][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd][ðə; ði] ['difə,renʃiə'biləti] [ʌv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ði] [gru:p] [kən'teɪnz]
On **the** **other** **hand** **the** **differentiability** **of** **the** **functions** **defining** **the** **group** **contains**
在 这 其他 手 这 可微性 的 这 函数 定义 这 团体 包含
[ə; eɪ]['pɑ:stʃəleɪt] [wɪtʃ] ,
a **postulate** **which** **,**
一个 假定 哪个 ,

另一方面，定义该群的函数的可微性包含一个公理，即:

[ɪn][ðə; ði] [ˌdʒi:ə'metrɪkl] ['æksi:əmz] , [kæn; kən][bi:; bi] [ɪk'sprest] ['oʊnli][ɪn][ə; eɪ] ['ræðər] [fɔ:rst] [ænd; ənd]
in **the** **geometrical** **axioms** **,** **can** **be** **expressed** **only** **in** **a** **rather** **forced** **and**
在 这 几何 公理 , 能 是 表达 仅有的 在 一个 相当 强制 和
['kɑ:mplɪkeɪtɪd] ['mænər] .
complicated **manner** **.**
复杂的 方式 .

在几何公理中，只能以一种相当牵强和复杂的方式表达。

[hens] [ðer; ðər][ɜ'aɪzɪz][ðə; ði] ['kwestʃən] ['weðər] , [θru:] [ðə; ði] [ˌɪntrə'dʌkʃ(ə)n] [ʌv; əv]['su:təb(ə)l] [nu:]
Hence **there** **arises** **the** **question** **whether** **,** **through** **the** **introduction** **of** **suitable** **new**
因此 那里 出现 这 问题 无论 , 通过 这 介绍 的 合适的 新的
['vɛri:əbəlz][ænd; ənd] [pə'ræmɪtərz] ,
variables **and** **parameters** **,**
变量 和 参数 ,

因此，问题就变成了：通过引入合适的新变量和参数，是否

[ðə; ði] [gru:p] [kæn; kən]['ɔ:lweɪz][bi:; bi] [træns'fɔ:md] ['ɪntu:][wʌn] [hu:z] [dɪ'faɪnɪŋ] ['fʌŋkʃnz] [ɑ:r; ər]
the **group** **can** **always** **be** **transformed** **into** **one** **whose** **defining** **functions** **are**
这 团体 能 总是 是 转变 进入 一 谁 定义 函数 是
[ˌdɪfə'renʃəbəl; ˌdɪfə'renʃiəbəl] ;
differentiable **;**
可微分的 ;

该群体总是可以转化为其定义函数可微的群体;

[ɔːr] ['weðər] , [æt; ət] [liːst] [wɪð; wɪθ][ðə; ði][help][ʌv; əv]['sɜːrt(ə)n]['sɪmp(ə)l] [ə'sʌmpʃnz] ,

or	whether	,	at	least	with	the	help	of	certain	simple	assumptions	,
或者	无论	,	在	至少	和	这	帮助	的	肯定	简单的	假设	,

或者，至少借助某些简单的假设，

[ə; eɪ][ˌtrænsfər'meɪʃ(ə)n][ɪz]['pɑːsəb(ə)l]['ɪntuː] [gruːps] [æd'mɪtɪŋ, əd'mɪtɪŋ] [laɪz] ['meθədz] .

a	transformation	is	possible	into	groups	admitting	Lie's	methods	.
一个	转型	是	可能的	进入	团体	承认	谎言	方法	.

有可能转变为接受李氏方法的群体。

[ə; eɪ] [rɪ'dʌkʃ(ə)n] [tuː; tə][ˌænə'lɪtɪk] [gruːps] [ɪz] ,

A	reduction	to	analytic	groups	is	,
一个	减少	到	分析	团体	是	,

简化为分析群是：

[ə'kɔːrdɪŋ] [tuː; tə][ə; eɪ] ['θiːərəm] [ə'naʊnst] [baɪ] [laɪ] [-] [bʌt; bət][fɜːrst] [pruːvd] [baɪ] ['ʃɝː] ,

according	to	a	theorem	announced	by	Lie	[	10	]	but	first	proved	by	Schur	,
根据	到	一个	定理	宣布	经过	说谎	[	-	]	但	第一的	已证实	经过	舒尔	,

根据李[10]提出的定理，但该定理首先由舒尔证明，

©叶兴阳双语音标有声读物.本网站点所有英文书籍内容均来自公共领域资源。

经叶兴阳老师独家注音、翻译与重新排版，享有完整版权。未经授权禁止转载或商用。

数学问题(Mathematical Problems)
第2/3页

[-] ['ɔ:lweɪz] ['pɑ:səb(ə)l] [wen] [ðə; ði] [gru:p] [ɪz] ['trænzətɪv,'trænsətɪv] [ænd; ənd] [ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv]
[11] always possible when the group is transitive and the existence of
[-] 总是 可能的 什么时候 这 团体 是 及物动词 和 这 存在 的
[ðə; ði] [fɜ:rst] [ænd; ənd] ['sɜ:rt(ə)n] ['sekənd] [də'revətɪvz] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ði] [gru:p] [ɪz]
the first and certain second derivatives of the functions defining the group is
这 第一的 和 肯定 第二 衍生物 的 这 函数 定义 这 团体 是
[ə'su:md] .
assumed .
假定 .

[11] 当群是传递的，并且假定定义群的函数的一阶导数和某些二阶导数存在时，总是可能的。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[Pg 17]
[页 -]

[第17页]

[fɔ:r; fər] ['ɪnfɪnət] [gru:ps] [ðə; ði] [ɪn,vestɪ'geɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ˌkɔ:rə'spɑ:ndɪŋ] ['kwestʃən] [ɪz] , [aɪ] [bɪ'li:v] ,
For infinite groups the investigation of the corresponding question is , I believe ,
为了 无限 团体 这 调查 的 这 相应的 问题 是 , 我 相信 ,
['ɔ:lsoʊ] [ʌv; əv] ['ɪntrəst] .
also of interest .
还 的 兴趣 .

我认为，对于无限群而言，研究相应的问题也是很有意义的。

[mɔ:r'oʊvər] [wi:; wi] [ɑ:r; ər] [ðʌs] [led] [tu:; tə] [ðə; ði] [waɪd] [ænd; ənd] ['ɪntrəstɪŋ] [fi:ld] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃən(ə)l]
Moreover we are thus led to the wide and interesting field of functional
而且 我们 是 因此 引领 到 这 宽的 和 有趣的 场地 的 功能性
[ɪ'kweɪʒənz] [wɪtʃ] [hæv; həv] [bɪn] [ˌhɪrtu'fɔ:r] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] ['ju:ʒuəli; 'ju:ʒəli] ['oʊnli] ['ʌndər] [ðə; ði]
equations which have been heretofore investigated usually only under the
方程式 哪个 有 到过 此前 调查 通常 仅有的 在下面 这
[ə'sʌmpʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['difə,renʃiə'biləti] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [ɪn'vɑ:lvd] .
assumption of the differentiability of the functions involved .
假设 的 这 可微性 的 这 函数 涉及 .

此外，由此我们进入了函数方程这一广阔而有趣的领域，而此前对该领域的研究通常仅限于所涉及函数的可微性假设。

[ɪn] [pər'tɪkjələr] [ðə; ði] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ['trɪ:tɪd] [baɪ] ['eɪbəl] [-] [wɪð; wɪθ] [soʊ] [mʌtʃ] [ˌɪndʒə'nu:əti] ,
In particular the functional equations treated by Abel [12] with so much ingenuity ,
在 特别的 这 功能性 方程式 治疗 经过 亚伯 [-] 和 所以 很多 独创性 ,
[ðə; ði] ['dɪfrəns] [ɪ'kweɪʒənz] ,
the difference equations ,
这 不同之处 方程式 ,

特别是Abel[12]以其极富创造性的方式处理的函数方程，以及差分方程，

[ænd; ənd] ['ʌðər] [ɪ'kweɪʒənz] [ə'kɜ:rɪŋ] [ɪn] [ðə; ði] ['lɪtərətʃʊr; 'lɪtrətʃʊr] [ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,
and other equations occurring in the literature of mathematics ,
和 其他 方程式 发生 在 这 文学 的 数学 ,

以及数学文献中出现的其他方程式，

[du:] [nɑ:t] [də'rektli; daɪ'rektli] [ɪn'vɑ:lv] ['eniθɪŋ] [wɪtʃ] [ni'sesiteits] [ðə; ði] [rɪ'kwaɪərmənt] [ʌv; əv] [ðə; ði]
do not directly involve anything which necessitates the requirement of the
做 不是 直接地 涉及 任何事物 哪个 需要 这 要求 的 这
['difə,renʃiə'biləti] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ə'kʌmpənɪɪŋ] ['fʌŋkʃnz] .
differentiability of the accompanying functions .
可微性 的 这 随同 函数 .

不直接涉及任何需要伴随函数可微性的事项。

[ɪn][ðə; ði] [sɜːrtʃ] [fɔːr; fər]['sɜːrt(ə)n] [ɪg'zɪstəns] [pruːfs] [ɪn][ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][,veəri:'eiʃənz][aɪ] [keɪm]

In	the	search	for	certain	existence	proofs	in	the	calculus	of	variations	I	came
在	这	搜索	为了	肯定	存在	证明	在	这	结石	的	变体	我	来了

[də'rektli; daɪ'rektli][ə'pɑːn][ðə; ði]['prɑːbləm] :

directly	upon	the	problem	:
直接地	之上	这	问题	:

在寻求变分法中某些存在性证明的过程中，我直接遇到了这个问题：

[tuː; tə] [pruːv] [ðə; ði] ['difə,renʃiə'biləti] [ʌv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] ['ʌndər] [kən,sɪdə'reɪʃ(ə)n][frʌm; frəm][ðə; ði]

To	prove	the	differentiability	of	the	function	under	consideration	from	the
到	证明	这	可微性	的	这	功能	在下面	考虑	从	这

[ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['dɪfrəns] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .

existence	of	a	difference	equation	.
存在	的	一个	不同之处	方程	.

通过差分方程的存在性证明所考虑函数的可微性。

[ɪn][ɔːl] [ðiːz] ['keɪsɪz] , [ðen] , [ðə; ði]['prɑːbləm][ɝ'aɪzɪz] :

In	all	these	cases	,	then	,	the	problem	arises	:
在	全部	这些	案例	,	然后	,	这	问题	出现	:

因此，在所有这些情况下，都会出现以下问题：

[ɪn] [haʊ] [fɑːr][ɑːr; ər][ðə; ði] [ə'sɜːʃnz] [wɪtʃ] [wiː; wi][kæn; kən] [meɪk] [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv]

In	how	far	are	the	assertions	which	we	can	make	in	the	case	of
在	如何	远的	是	这	断言	哪个	我们	能	制作	在	这	案件	的

[ˌdɪfə'renʃəbəl; ˌdɪfə'renʃiəbəl] ['fʌŋkʃnz] [truː] ['ʌndər] ['prɑːpər] [ˌmɔdəfɪ'keɪʃənz] [wɪ'ðaʊt] [ðɪs] [ə'sʌmpʃ(ə)n] ?

differentiable	functions	true	under	proper	modifications	without	this	assumption	?
可微分的	函数	真的	在下面	恰当的	修改	没有	这	假设	?

在没有此假设的情况下，对于可微函数我们所能做出的断言，在经过适当修改后，在多大程度上是正确的?

[ˌaɪ 'tiː] [meɪ] [biː; bi] ['fɜːrðər] [riˈmɑːkt] [ðæt] [eɪtʃ] . [mɪŋ'kɔːfski] [ɪn][hɪz; ɪz] [ə'bʌv] - ['menʃ(ə)nd]

It	may	be	further	remarked	that	H	.	Minkowski	in	his	above	-	mentioned
它	可能	是	更远	评论	那	H	.	明科夫斯基	在	他的	多于	-	提及

- ['zɑːlən] ['stɑːrts][wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

Geometrieder	Zahlen	starts	with	the	functional	equation
-	扎伦	开始	和	这	功能性	方程

此外，值得注意的是，H. Minkowski 在他上述的《几何数字》中从函数方程开始。

[ænd; ənd][frʌm; frəm] [ðɪs] ['æktʃuəli] [sək'siːdz] [ɪn]['pruːviŋ][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv]['sɜːrt(ə)n] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

and	from	this	actually	succeeds	in	proving	the	existence	of	certain	differential
和	从	这	实际上	成功	在	证明	这	存在	的	肯定	微分

['kwoʊʃənts][fɔːr; fər][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ɪn]['kwestʃən] .

quotients	for	the	function	in	question	.
商	为了	这	功能	在	问题	.

由此，实际上成功地证明了所讨论的函数的某些微分商的存在性。

[ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd][aɪ] [wɪʃ] [tuː; tə] ['emfəsaɪz] [ðə; ði][fækt] [ðæt] [ðer; ðər]['sɜːrt(ə)nli][ɪg'zɪst]

On	the	other	hand	I	wish	to	emphasize	the	fact	that	there	certainly	exist
在	这	其他	手	我	希望	到	强调	这	事实	那	那里	当然	存在

[ˌænə'lɪtɪk(ə)l] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [huːz] [soʊl] [sə'luːʃənz] [ɑːr; ər][nɑːn] - [ˌdɪfə'renʃəbəl; ˌdɪfə'renʃiəbəl]

analytical	functional	equations	whose	sole	solutions	are	non	-	differentiable
分析	功能性	方程式	谁	唯一	解决方案	是	非	-	可微分的

['fʌŋkʃnz] .

functions	.
函数	.

另一方面，我想强调的是，确实存在一些解析函数方程，它们的唯一解是不可微函数。

[fɔːr; fər][ɪgˈzæmp(ə)l][ə; eɪ][ˈjuːnɪfɔːrm] [kənˈtɪnjuəs] [nɑːn] - [ˌdɪfəˈrenʃəbəl; ˌdɪfəˈrenʃiəbəl][ˈfʌŋkʃ(ə)n][kæn; kən]

For	example	a	uniform	continuous	non	-	differentiable	function	can
为了	例子	一个	制服	连续的	非	-	可微分的	功能	能

[biː; bi] [kənˈstrʌktɪd] [wɪtʃ] [ˌreprɪˈzents] [ðə; ði][ˈoʊnli][səˈluːʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [tuː] [ˈfʌŋkʃən(ə)l] [ɪˈkweɪʒənz]

be	constructed	which	represents	the	only	solution	of	the	two	functional	equations
是	建造	哪个	代表	这	仅有的	解决方案	的	这	二	功能性	方程式

例如，可以构造一个均匀连续不可微函数，该函数表示这两个函数方程的唯一解。

[wer] [ænd; ənd][ɑːr; ər] [tuː] [ˈriːəl] [ˈnʌmbərz] , [ænd; ənd] [diˈnəʊts] , [fɔːr; fər][ɔːl][ðə; ði][ˈriːəl][ˈvæljuːz][ʌv; əv]

where	and	are	two	real	numbers	,	and	denotes	,	for	all	the	real	values	of
在哪里	和	是	二	真实的	数字	,	和	表示	,	为了	全部	这	真实的	值	的

,

,

,

其中 和 是两个实数， 表示对于所有实数 ，

[ə; eɪ][ˈregjələr][ˌænəˈlɪtɪk][ˈjuːnɪfɔːrm][ˈfʌŋkʃ(ə)n] .

a	regular	analytic	uniform	function	.
一个	常规的	分析	制服	功能	.

一个正则解析一致函数。

[sʌtʃ] [ˈfʌŋkʃnz] [ɑːr; ər] [əbˈteɪnd] [ɪn][ðə; ði] [ˈsɪmplɪst] [ˈmænər] [baɪ] [miːnz] [ʌv; əv] [ˌtrɪgənəˈmetrɪkl]

Such	functions	are	obtained	in	the	simplest	manner	by	means	of	trigonometrical
这样的	函数	是	获得	在	这	最简单的	方式	经过	方法	的	三角函数

[ˈsɪriːz] [baɪ][ə; eɪ] [ˈprɑːses] [ˈsɪmələr][tuː; tə] [ðæt] [juːst] [baɪ][ˈbɔrəl] ([əˈkɔːrdɪŋ] [tuː; tə][ə; eɪ][ˈriːs(ə)nt]

series	by	a	process	similar	to	that	used	by	Borel	(	according	to	a	recent
系列	经过	一个	过程	相似的	到	那	用过的	经过	博雷尔	(	根据	到	一个	最近的

[əˈnaʊnsmənt] [ʌv; əv][pɪˈkɑːrd]) [-] [fɔːr; fər][ðə; ði] [kənˈstrʌkʃ(ə)n] [ʌv; əv][ə; eɪ] [ˈdʌbli] [ˌpɪriˈɑːdɪk] ,

announcement	of	Picard	)	[	13	]	for	the	construction	of	a	doubly	periodic	,
公告	的	皮卡德	)	[	-	]	为了	这	建造	的	一个	双倍	周期性	,

此类函数可以通过三角级数以最简单的方式获得，其过程类似于 Borel（根据 Picard 最近的公告）[13] 用于构造双周期函数的过程，

[nɑːn] - [ˌænəˈlɪtɪk][səˈluːʃ(ə)n][ʌv; əv][ə; eɪ]['sɜːrt(ə)n][ˌænəˈlɪtɪk]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfəˈrenʃ(ə)l] [ɪˈkweɪʒ(ə)n] .

non	-	analytic	solution	of	a	certain	analytic	partial	differential	equation	.
非	-	分析	解决方案	的	一个	肯定	分析	部分的	微分	方程	.

某个解析偏微分方程的非解析解。

[[ˌpiː ˈdʒiː] -] [-]

[	Pg	18	]	[	10	]
[	页	-	]	[	-	]

[第18页][10]

[laɪ] - [ˈɛngəl] , [ˌteɪəˈriː] [ˈdɜː] - , [ˈvɑːl] .

Lie	-	Engel	,	Theorie	der	Transformationsgruppen	,	vol	.
说谎	-	恩格尔	,	理论	德尔	-	,	卷	.

李-恩格尔，《转型集团理论》，卷。

[θriː] , [ˈlaɪpsɪg] , - , § § - , - . [-]

3	,	Leipzig	,	1893	,	§	§	82	,	144	.	[	11	]
3	,	莱比锡	,	-	,	§	§	-	,	-	.	[	-	]

3，莱比锡，1893 年，第 82、144 节。[11]

" [ˈuːbər] [den] - [ˈkærəktər] [ˈdɜː][iː aɪˈɛn iː] [ɛndlɪk] -

"	Ueber	den	analytischen	Charakter	der	eine	endliche	Kontinuierliche
"	ueber	丹	-	角色	德尔	一个	结束	-

- - [fʊŋkˈt͡sɪoːnən] , " [mæθ] .

Transformationsgruppen	darstellenden	Funktionen	,	"	Math	.
-	-	功能	,	"	数学	.

“Ueber den analytischen Charakter der eine endliche Kontinuierliche Transformationsgruppen darstellenden Funktionen”，“数学。

['ænələn] , ['vɑ:l] . - . [-]
Annalen , vol . 41 . [12]
安娜伦 , 卷 . - . [-]

Annalen，第 41 卷。[12]

['wɜ˞:k] , ['vɑ:l] .
Werke , vol .
工厂 , 卷 .

Werke，卷。

[wʌn] , [pi:'pi:] . [wʌn] , - , - . [-]
1 , pp . 1 , 61 , 389 . [13]
1 , pp . 1 , - , - . [-]

1，第 1、61、389 页。[13]

" [kɛlks] - [fɑ:ndəmɛntəlz] [dænz] [lænəlaɪs] - , " - [feɪts] -
" Quelques théories fondamentales dans l'analyse mathématique , " Conférences faites à
" quelques - 基本 丹斯 分析 - , " - 法伊特斯 -
[klɑ:k][ˌju:nɪ'vɜ:rsəti] , [rɪ'vju:] [ˌʒɛnɛ'ʁal] ['di'i'es]['saɪənsəz, 'saɪənsɪz] ,
Clark University , Revue générale des Sciences ,
克拉克 大学 , 评论 将军 德斯 科学 ,

“Quelques théories foldamentales dans l'analysis mathématique”，克拉克大学会议，Revue générale des Sciences，

- , [pi:] . - . [sɪks] .
1900 , p . 22 . 6 .
- , p . - . 6 .

1900 年，第 22.6 页。

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['tri:tmənt] [ʌv; əv][ðə; ði]['æksi:əmz][ʌv; əv] ['fɪzɪks] .
MATHEMATICAL TREATMENT OF THE AXIOMS OF PHYSICS .
数学 治疗 的 这 公理 的 物理 .

物理学公理的数学处理。

[ðə; ði] [ɪnvestɪ'geɪʃnz] [ɑ:n][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][dʒi'ɑ:mətri] [sə'dʒest] [ðə; ði]['prɑ:bləm] : [tu:; tə] [tri:t]
The investigations on the foundations of geometry suggest the problem : To treat
这 调查 在 这 基础 的 几何学 建议 这 问题 : 到 对待
[ɪn][ðə; ði] [teɪm] ['mænər] ,
in the tame manner ,
在 这 驯服 方式 ,

对几何学基础的研究揭示了这样一个问题：以温和的方式处理，

[baɪ] [mi:nz] [ʌv; əv]['æksi:əmz] , [ðoʊz] ['fɪzɪk(ə)l] ['saɪənsəz, 'saɪənsɪz][ɪn] [wɪtʃ] [ˌmæθə'mætɪks] [pleɪz] [æn; ən]
by means of axioms , those physical sciences in which mathematics plays an
经过 方法 的 公理 , 那些 身体的 科学 在 哪个 数学 演出 一个
[ɪm'pɔ:rt(ə)nt][pɑ:rt] ;
important part ;
重要的 部分 ;

通过公理，数学在其中发挥重要作用的物理科学；

[ɪn][ðə; ði][fɜ:rst][ræŋk][ɑ:r; ər][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] [ˌprɔbə'bilitiz] [ænd; ənd] [mə'kænɪks] .
in the first rank are the theory of probabilities and mechanics .
在 这 第一的 秩 是 这 理论 的 概率 和 机械学 .

概率论和力学位列第一。

[æz; əz][tu:; tə][ðə; ði]['æksi:əmz][ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] [ˌprɔbə'bilitiz] ,
As to the axioms of the theory of probabilities ,
作为 到 这 公理 的 这 理论 的 概率 ,

至于概率论的公理，

[-] [ˌaɪ 'tiː] [siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː][dɪ'zaɪərəb(ə)l] [ðæt] [ðer; ðər]['lɑːdʒɪk(ə)l][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ʃʊd; ʃəd][biː; bi]

[	14	]	it	seems	to	me	desirable	that	their	logical	investigation	should	be
[	-	]	它	似乎	到	我	理想	那	他们的	逻辑	调查	应该	是

[ə'kʌmpənid] [baɪ][ə; eɪ] ['rɪgərəs] [ænd; ənd][ˌsætɪs'fæktəri] [dɪ'veləpmənt] [ʌv; əv][ðə; ði] ['meθəd] [ʌv; əv]

accompanied	by	a	rigorous	and	satisfactory	development	of	the	method	of
伴随	经过	一个	严格的	和	令人满意的	发展	的	这	方法	的

[miːn] ['vælјuːz][ɪn][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['fɪzɪks] ,

mean	values	in	mathematical	physics	,
意思是	值	在	数学	物理	,

[14] 我认为，对他们的逻辑研究应该伴随着数学物理中平均值方法的严格和令人满意的发展，

[ænd; ənd][ɪn][pər'tɪkjələr][ɪn][ðə; ði][kɪ'netɪk] ['θiːəri] [ʌv; əv]['gæsɪz] .

and	in	particular	in	the	kinetic	theory	of	gases	.
和	在	特别的	在	这	动力学	理论	的	气体	.

尤其是在气体动力学理论中。

[ɪm'pɔːrt(ə)nt] [ɪnvestɪ'geɪʃnz] [baɪ] ['fɪzɪsɪsts] [ɑːn][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv] [mə'kænɪks] [ɑːr; ər][æt; ət]

Important	investigations	by	physicists	on	the	foundations	of	mechanics	are	at
重要的	调查	经过	物理学家	在	这	基础	的	机械学	是	在

[hænd] ;

hand	;
手	;

物理学家们正在进行力学基础方面的重要研究；

[aɪ][rɪ'fɜːr][tuː; tə][ðə; ði] ['raɪtɪŋz] [ʌv; əv][mɑːkˌmæk] , [-]

I	refer	to	the	writings	of	Mach	,	[	15	]
我	参考	到	这	著作	的	马赫	,	[	-	]

我参考了马赫的著作[15]

[hɜːrts] , [-]

Hertz	,	[	16	]
赫兹	,	[	-	]

赫兹，[16]

['bɔːltsmɑːn] [-] [ænd; ənd] ['voʊlkmən] . [-]

Boltzmann	[	17	]	and	Volkmann	.	[	18	]
玻尔兹曼	[	-	]	和	沃尔克曼	.	[	-	]

玻尔兹曼[17]和福尔克曼。[18]

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] ['ðerfɔːr] ['veri] [dɪ'zaɪərəb(ə)l] [ðæt] [ðə; ði] [dɪ'skʌʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv]

It	is	therefore	very	desirable	that	the	discussion	of	the	foundations	of
它	是	所以	非常	理想	那	这	讨论	的	这	基础	的

[mə'kænɪks] [biː; bi]['teɪkən][ʌp][baɪ] [mæθə'mətɪʃnz] ['ɔːlsoʊ] .

mechanics	be	taken	up	by	mathematicians	also	.
机械学	是	已采取	向上	经过	数学家	还	.

因此，数学家们也参与到力学基础的讨论中来是非常可取的。

[ðʌs] ['boʊltsmənz] [wɜːrk][ɑːn][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)lz][ʌv; əv] [mə'kænɪks] [sə'dʒests; səg'dʒests][ðə; ði]['prɑːbləm]

Thus	Boltzmann's	work	on	the	principles	of	mechanics	suggests	the	problem
因此	玻尔兹曼的	工作	在	这	原则	的	机械学	建议	这	问题

[ʌv; əv] [dɪ'veləpɪŋ] [ˌmæθə'mætɪkli] [ðə; ði] ['lɪmɪtɪŋ] ['prɑːsesɪz] ,

of	developing	mathematically	the	limiting	processes	,
的	发展	数学上	这	限制	流程	,

因此，玻尔兹曼关于力学原理的工作引出了用数学方法推导极限过程的问题。

[ðer; ðər] ['mɪrli] ['ɪndɪkeɪtɪd] , [wɪtʃ] [liːd] [frʌm; frəm][ðə; ði][ˌætə'mɪstɪk] [vjuː] [tuː; tə][ðə; ði] [lɔːz] [ʌv; əv]

there	merely	indicated	,	which	lead	from	the	atomistic	view	to	the	laws	of
那里	仅仅	表明的	,	哪个	带领	从	这	原子	看法	到	这	法律	的

['moʊʃ(ə)n][ʌv; əv][kən'tɪnjʊə] .

motion	of	continua	.
运动	的	连续体	.

那里只是指明了从原子论观点到连续体运动规律的路径。

['kɑ:nvɜ:rsli] [wʌn] [maɪt] [traɪ][tu:; tə] [dɪ'raɪv] [ðə; ði] [lɔ:z] [ʌv; əv][ðə; ði]['moʊʃ(ə)n][ʌv; əv]['rɪdʒɪd] ['bɑ:dɪz] [baɪ]

Conversely	**one**	**might**	**try**	**to**	**derive**	**the**	**laws**	**of**	**the**	**motion**	**of**	**rigid**	**bodies**	**by**
反过来	一	可能	尝试	到	派生	这	法律	的	这	运动	的	死板的	身体	经过

[ə; eɪ] ['lɪmɪtɪŋ] ['prɑ:ses] [frʌm; frəm][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['æksi:əmz] [di'pendiŋ] [ə'pɑ:n][ðə; ði][aɪ'di:ə][ʌv; əv]

a	**limiting**	**process**	**from**	**a**	**system**	**of**	**axioms**	**depending**	**upon**	**the**	**idea**	**of**
一个	限制	过程	从	一个	系统	的	公理	取决于	之上	这	主意	的

[kən'tɪnjuəsli] ['veriɪŋ; 'væriɪŋ][kən'dɪʃ(ə)nz][ʌv; əv][ə; eɪ] [mə'tɪriəl] ['fɪlɪŋ] [ɔ:l] [speɪs] [kən'tɪnjuəsli] ,

continuously	**varying**	**conditions**	**of**	**a**	**material**	**filling**	**all**	**space**	**continuously**	**,**
持续	变化	状况	的	一个	材料	填充	全部	空间	持续	,

反之，人们可能会尝试通过极限过程，从依赖于物质连续变化条件充满整个空间这一思想的公理体系中推导出刚体运动规律。

[ði:z] [kən'dɪʃ(ə)nz] ['bi:ɪŋ] [dɪ'faɪnd] [baɪ] [pə'ræmɪtərz] .

these	**conditions**	**being**	**defined**	**by**	**parameters**	**.**
这些	状况	存在	定义	经过	参数	.

这些条件由参数定义。

[fɔ:r; fər][ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði] [ɪ'kwɪvələns] [ʌv; əv] ['dɪfrənt] ['sɪstəmz] [ʌv; əv]['æksi:əmz][ɪz]

For	**the**	**question**	**as**	**to**	**the**	**equivalence**	**of**	**different**	**systems**	**of**	**axioms**	**is**
为了	这	问题	作为	到	这	等价	的	不同的	系统	的	公理	是

['ɔ:lweɪz] [ʌv; əv] [greɪt] [ˌθi:ə'retɪk(ə)l] ['ɪntrəst] .

always	**of**	**great**	**theoretical**	**interest**	**.**
总是	的	伟大的	理论	兴趣	.

不同公理系统是否等价的问题一直具有重要的理论意义。

[ɪf] [dʒi'ɑ:mətri][ɪz][tu:; tə] [sɜ:rv] [æz; əz][ə; eɪ]['mɑ:d(ə)l][fɔ:r; fər][ðə; ði] ['tri:tmənt] [ʌv; əv] ['fɪzɪk(ə)l] ['æksi:əmz]

If	**geometry**	**is**	**to**	**serve**	**as**	**a**	**model**	**for**	**the**	**treatment**	**of**	**physical**	**axioms**
如果	几何学	是	到	服务	作为	一个	模型	为了	这	治疗	的	身体的	公理

,

,

,

如果几何学要作为处理物理公理的模型，

[wi:; wi][ʃæl; ʃəl][traɪ][fɜ:rst][baɪ][ə; eɪ] [smɔ:l] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['æksi:əmz][tu:; tə] [ɪn'klu:d] [æz; əz][lɑ:rdʒ][ə; eɪ]

we	**shall**	**try**	**first**	**by**	**a**	**small**	**number**	**of**	**axioms**	**to**	**include**	**as**	**large**	**a**
我们	将	尝试	第一的	经过	一个	小的	数字	的	公理	到	包括	作为	大的	一个

[klæs] [æz; əz]['pɑ:səb(ə)l][ʌv; əv] ['fɪzɪk(ə)l] [fə'nɑ:mɪnə] ,

class	**as**	**possible**	**of**	**physical**	**phenomena**	**,**
班级	作为	可能的	的	身体的	现象	,

我们将首先尝试通过少量的公理来涵盖尽可能多的物理现象，

[ænd; ənd] [ðen] [baɪ] [ə'dʒɔɪnɪŋ] [nu:] ['æksi:əmz][tu:; tə] [ə'raɪv] ['grædʒuəli][æt; ət][ðə; ði] [mɔ:r] ['speʃ(ə)l]

and	**then**	**by**	**adjoining**	**new**	**axioms**	**to**	**arrive**	**gradually**	**at**	**the**	**more**	**special**
和	然后	经过	相邻的	新的	公理	到	到达	逐步地	在	这	更多的	特别的

['θɪərɪz] .

theories	**.**
理论	.

然后通过引入新的公理，逐步推导出更特殊的理论。

[æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [laɪz] [ə; eɪ]['prɪnsəp(ə)l][ʌv; əv]['sʌbdɪvɪʒn; ˌsʌbdɪ'vɪʒn][kæn; kən][pər'hæps][bi:; bi]

At	**the**	**same**	**time**	**Lie's**	**a**	**principle**	**of**	**subdivision**	**can**	**perhaps**	**be**
在	这	相同的	时间	谎言	一个	原则	的	细分	能	也许	是

[dɪ'raɪvd] [frʌm; frəm] [prə'faʊnd] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['ɪnfɪnət] [ˌtrænsfər'meɪʃ(ə)n] [gru:ps] .

derived	**from**	**profound**	**theory**	**of**	**infinite**	**transformation**	**groups**	**.**
衍生的	从	深刻的	理论	的	无限	转型	团体	.

与此同时，李的细分原理或许可以从无限变换群的深刻理论中推导出来。

[ðə; ði] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [wɪl] [hæv; həv]['ɔ:lsoʊ][tu:; tə] [teɪk] [ə'kaʊnt] [nɑ:t]['oʊnli][ʌv; əv] [ðoʊz] ['θɪərɪz]

The	mathematician	will	have	also	to	take	account	not	only	of	those	theories
这	数学家	将要	有	还	到	拿	帐户	不是	仅有的	的	那些	理论

['kʌmɪŋ] [nɪr] [tu:; tə][ri'æləti] ,

coming	near	to	reality	,
未来	靠近	到	现实	,

数学家不仅要考虑那些接近现实的理论，还要考虑其他所有理论。

[bʌt; bət]['ɔ:lsoʊ] , [æz; əz][ɪn][dʒi'ɑ:mətri] , [ʌv; əv][ɔ:l] ['lɑ:dʒɪkli] ['pɑ:səb(ə)l] ['θɪərɪz] .

but	also	,	as	in	geometry	,	of	all	logically	possible	theories	.
但	还	,	作为	在	几何学	,	的	全部	逻辑上	可能的	理论	.

但正如在几何学中一样，它也包含了所有逻辑上可能的理论。

[hi:; hi][mʌst; məst][bi:; bi]['ɔ:lweɪz][ə'lɜ:rt][tu:; tə][əb'teɪn][ə; eɪ] [kəm'pli:t] ['sɜ:rveɪ][ʌv; əv][ɔ:l] [kən'klʊʒənz]

He	must	be	always	alert	to	obtain	a	complete	survey	of	all	conclusions
他	必须	是	总是	警报	到	获得	一个	完全的	民意调查	的	全部	结论

[dɪ'raɪvəbəl][frʌm; frəm][ðə; ði] ['sɪstəm] [ʌv; əv]['æksi:əmz] [ə'su:md] .

derivable	from	the	system	of	axioms	assumed	.
可推导的	从	这	系统	的	公理	假定	.

他必须时刻保持警惕，以便全面考察从所假设的公理体系中可以得出的所有结论。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	19	]
[	页	-	]

[第19页]

['fɜ:rðər] ,

Further	,
更远	,

更远，

[ðə; ði] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [hæz; həz][ðə; ði]['du:ti][tu:; tə][test][ɪg'zæktli][ɪn] [i:tʃ] ['ɪnstəns] ['weðər] [ðə; ði]

the	mathematician	has	the	duty	to	test	exactly	in	each	instance	whether	the
这	数学家	有	这	责任	到	测试	确切地	在	每个	实例	无论	这

[nu:] ['æksi:əmz][ɑ:r; ər][kəm'pætəb(ə)l][wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['pri:viəs] [wʌnz] .

new	axioms	are	compatible	with	the	previous	ones	.
新的	公理	是	兼容的	和	这	以前的	一个	.

数学家有责任在每种情况下都精确地检验新的公理是否与之前的公理相容。

[ðə; ði] ['fɪzɪsɪst] , [æz; əz][hɪz; ɪz] ['θɪərɪz] [dɪ'veləp] ,

The	physicist	,	as	his	theories	develop	,
这	物理学家	,	作为	他的	理论	发展	,

随着物理学家理论的发展，

['ɔ:f(ə)n][faindz][hɪm'self] [fɔ:rst] [baɪ][ðə; ði] [rɪ'zʌlts] [ʌv; əv][hɪz; ɪz]

often	finds	himself	forced	by	the	results	of	his
经常	发现	他自己	强制	经过	这	结果	的	他的

[ɪk'sperɪmənts; ɪk'sperɪments; ɪk'sperəmənts; ɪk'sperəments][tu:; tə] [meɪk] [nu:] [haɪ'pɑ:θəsi:z] ,

experiments	to	make	new	hypotheses	,
实验	到	制作	新的	假设	,

他经常发现自己不得不根据实验结果提出新的假设。

[waɪl] [hi:; hi] [dɪ'pendz] , [wɪð; wɪθ] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪlətɪ][ʌv; əv][ðə; ði] [nu:] [haɪ'pɑ:θəsi:z]

while	he	depends	,	with	respect	to	the	compatibility	of	the	new	hypotheses
尽管	他	取决于	,	和	尊重	到	这	兼容性	的	这	新的	假设

[wɪð; wɪθ][ðə; ði][oʊld]['æksi:əmz] ,

with	the	old	axioms	,
和	这	老的	公理	,

而他则依赖于新假设与旧公理的兼容性，

['soʊlli] [ə'pɑːn] [ðiːz] [ɪk'sperɪmənts; ɪk'sperɪments; ɪk'sperəmənts; ɪk'sperəments][ɔːr][ə'pɑːn][ə; eɪ]['sɜːrt(ə)n]
solely **upon** **these** **experiments** **or** **upon** **a** **certain**
仅 之上 这些 实验 或者 之上 一个 肯定
['fɪzɪk(ə)l] [ˌɪntu'ɪʃ(ə)n] ,
physical **intuition** **,**
身体的 直觉 ,

仅仅基于这些实验或某种物理直觉，

[ə; eɪ] ['præktɪs] [wɪtʃ] [ɪn][ðə; ði] ['rɪgərəsli] ['lɑːdʒɪk(ə)l] ['bɪldɪŋ] [ʌp][ʌv; əv][ə; eɪ] ['θiːəri] [ɪz][nɑːt]
a **practice** **which** **in** **the** **rigorously** **logical** **building** **up** **of** **a** **theory** **is** **not**
一个 实践 哪个 在 这 严格地 逻辑 建筑 向上 的 一个 理论 是 不是
[əd'mɪsəb(ə)l] .
admissible **.**
可采纳 .

在严谨的逻辑理论构建过程中，这种做法是不可接受的。

[ðə; ði] [dɪ'zaɪrd] [pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪlətɪ][ʌv; əv][ɔːl] [ə'sʌmpʃnz] [siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː]['ɔːlsoʊ]
The **desired** **proof** **of** **the** **compatibility** **of** **all** **assumptions** **seems** **to** **me** **also**
这 想要的 证明 的 这 兼容性 的 全部 假设 似乎 到 我 还
[ʌv; əv] [ɪm'pɔːrt(ə)ns] ,
of **importance** **,**
的 重要性 ,

我认为，证明所有假设的兼容性也十分重要。

[bɪ'kəz, bɪ'kɔːz][ðə; ði] ['efərt] [tuː; tə][əb'teɪn] [sʌtʃ] [pruːf] ['ɔːlweɪz] ['fɔːrsɪz][ˌjuː 'es][moʊst] [ɪ'fektʃuəli] [tuː; tə]
because **the** **effort** **to** **obtain** **such** **proof** **always** **forces** **us** **most** **effectually** **to**
因为 这 努力 到 获得 这样的 证明 总是 力量 我们 最多 有效地 到
[æn; ən][ɪg'zækt][ˌfɔːrmju'leɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['æksiːəmz] .
an **exact** **formulation** **of** **the** **axioms** **.**
一个 精确的 配方 的 这 公理 .

因为获得这种证明的努力总是会最有效地迫使我们对公理进行精确表述。

[soʊ][fɑːr][wiː; wi][hæv; həv] [kən'sɪdərd] ['oʊnli] ['kwestʃənz] [kən'sɜːrnɪŋ] [ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði]
So **far** **we** **have** **considered** **only** **questions** **concerning** **the** **foundations** **of** **the**
所以 远的 我们 有 经过考虑的 仅有的 问题 有关 这 基础 的 这
[ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['saɪənsəz, 'saɪənsɪz] .
mathematical **sciences** **.**
数学 科学 .

到目前为止，我们只考虑了与数学科学基础有关的问题。

[ɪn'diːd] , [ðə; ði] ['stʌdi] [ʌv; əv][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['saɪəns] [ɪz]['ɔːlweɪz] [pər'tɪkjələrli]
Indeed **,** **the** **study** **of** **the** **foundations** **of** **a** **science** **is** **always** **particularly**
的确 , 这 学习 的 这 基础 的 一个 科学 是 总是 特别
[ə'træktɪv] ,
attractive **,**
吸引人的 ,

的确，对一门科学基础的研究总是特别吸引人。

[ænd; ənd][ðə; ði] ['testɪŋ] [ʌv; əv] [ðiːz] [faʊn'deɪʃnz] [wɪl] ['ɔːlweɪz][biː; bi] [ə'mʌŋ] [ðə; ði]['fɔːrmoʊst]
and **the** **testing** **of** **these** **foundations** **will** **always** **be** **among** **the** **foremost**
和 这 测试 的 这些 基础 将要 总是 是 之中 这 首先
['prɔːbləms][ʌv; əv][ðə; ði] [ɪn'vestɪgeɪtər] .
problems **of** **the** **investigator** **.**
问题 的 这 研究者 .

而对这些基础的检验将始终是研究人员面临的首要问题之一。

['waɪərˌstrɑːs] [wʌns] [sed] ,
Weierstrass **once** **said** **,**
魏尔斯特拉斯 一次 说 ,

魏尔斯特拉斯曾说过：

" [ðə; ði]['faɪn(ə)l]['ɑ:bdʒekt]['ɔ:lweɪz][tu:; tə][bi:; bi][kept][ɪn][maɪnd][ɪz][tu:; tə] [ə'raɪv] [æt; ət][ə; eɪ] [kə'rekt]

"	The	final	object	always	to	be	kept	in	mind	is	to	arrive	at	a	correct
"	这	最终的	目的	总是	到	是	保留	在	头脑	是	到	到达	在	一个	正确的

[ˌʌndər'stændɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði] ['saɪəns] . [-] [bʌt; bət][tu:; tə] [meɪk] ['eni]

understanding	of	the	foundations	of	the	science	.	[	19	]	But	to	make	any
理解	的	这	基础	的	这	科学	.	[	-	]	但	到	制作	任何

['prɑ:gres] [ɪn][ðə; ði]['saɪənsəz, 'saɪənsɪz][ðə; ði] ['stʌdi] [ʌv; əv][pər'tɪkjələr]['prɔ:bləms][ɪz] ,

progress	in	the	sciences	the	study	of	particular	problems	is	,
进步	在	这	科学	这	学习	的	特别的	问题	是	,

"始终要牢记的最终目标是正确理解科学的基础。[19] 但是，要在科学领域取得任何进步，对具体问题的研究是，

[ʌv; əv] [kɔ:rs] , [ˌɪndɪ'spensəb(ə)l] .

of	course	,	indispensable	.
的	课程	,	必不可少	.

当然，必不可少。

" [ɪn][fækt] ,

"	In	fact	,
"	在	事实	,

"实际上，

[ə; eɪ] ['θɜ:roʊ] [ˌʌndər'stændɪŋ] [ʌv; əv][ɪts]['speʃ(ə)l] ['θɪərɪz] [ɪz] ['nesəseri] [tu:; tə][ðə; ði] [sək'sesf(ə)l]

a	thorough	understanding	of	its	special	theories	is	necessary	to	the	successful
一个	彻底	理解	的	它是	特别的	理论	是	必要的	到	这	成功的

['tri:tmənt] [ʌv; əv][ðə; ði] [faʊn'deɪʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði] ['saɪəns] .

treatment	of	the	foundations	of	the	science	.
治疗	的	这	基础	的	这	科学	.

要成功掌握这门科学的基础理论，就必须透彻理解它的特殊理论。

['oʊnli] [ðæt] ['ɑ:rkɪtekt] [ɪz][ɪn][ðə; ði][pə'zɪʃ(ə)n][tu:; tə] [leɪ] [ə; eɪ] [ʃʊr] [faʊn'deɪʃ(ə)n][fɔ:r; fər][ə; eɪ] ['strʌktʃər]

Only	that	architect	is	in	the	position	to	lay	a	sure	foundation	for	a	structure
仅有的	那	建筑师	是	在	这	位置	到	躺	一个	当然	基础	为了	一个	结构

[hu:] [noʊz] [ɪts] ['pɜ:rpəs] ['θɜ:rəli] [ænd; ənd][ɪn]['di:teɪl] .

who	knows	its	purpose	thoroughly	and	in	detail	.
WHO	知道	它是	目的	彻底	和	在	细节	.

只有对建筑用途有透彻了解的建筑师，才能为建筑打下坚实的基础。

[soʊ][wi:; wi][tɜ:rn] [naʊ] [tu:; tə][ðə; ði]['speʃ(ə)l]['prɔ:bləms][ʌv; əv][ðə; ði] ['seprət] ['bræntʃɪz] [ʌv; əv]

So	we	turn	now	to	the	special	problems	of	the	separate	branches	of
所以	我们	转动	现在	到	这	特别的	问题	的	这	分离	分支	的

[ˌmæθə'mætɪks] [ænd; ənd][kən'sɪdər][fɜ:rst] [ə'rɪθmətɪk] [ænd; ənd]['ældʒɪbrə] . [-]

mathematics	and	consider	first	arithmetic	and	algebra	.	[	14	]
数学	和	考虑	第一的	算术	和	代数	.	[	-	]

现在我们转向数学各个分支的特殊问题，首先考虑算术和代数。[14]

[ˌsi:'ef] . ['boʊlmən] , " ['u:bər] - " , [frʌm; frəm][ðə; ði] [kə'lekʃ(ə)n] : [klaɪn]

Cf	.	Bohlmann	,	"	Ueber	Versicherungsmathematik	"	,	from	the	collection	:	Klein
cf	.	博尔曼	,	"	ueber	-	"	,	从	这	收藏	:	克莱因

[ænd; ənd] - , ['u:bər] [ˌɑ:ŋgə'vɑ:ndə] [ˌmɑ:tə'mɑ:tɪk] [ˌju ɛn 'di] [fɪ'zi:k] , ['laɪpsɪg] , - . [-]

and	Kiecke	,	Ueber	angewandte	Mathematik	und	Physik	,	Leipzig	,	1900	.	[	15	]
和	-	,	ueber	应用艺术	数学	和	物理学	,	莱比锡	,	-	.	[	-	]

比照。 Bohlmann，"Ueber Versicherungsmathematik"，来自收藏：Klein 和 Kiecke，Ueber angewandte Mathematik und Physik，莱比锡，1900 年。[15]

[daɪ] [mə'kɑ:nɪk] [ɪn] ['ɪrər] [ˌɛnt'vɪkəlʊŋ] , ['laɪpsɪg] , 4th [ɪ'dɪʃn] , - . [-]

Die	Mechanik	in	ihrer	Entwickelung	,	Leipzig	,	4th	edition	,	1901	.	[	16	]
死	机械师	在	她的	发展	,	莱比锡	,	4th	版	,	-	.	[	-	]

Die Mechanik in ihrer Entwickelung，莱比锡，第 4 版，1901 年。[16]

[daɪ] [prɪnzɪpiːən] ['dɜː] [mə'kɑːnɪk] , ['laɪpsɪg] , - . [-]
Die Prinzipien der Mechanik , Leipzig , 1894 . [17]
死 普林齐皮恩 德尔 机械师 , 莱比锡 , - . [-]

机械原理，莱比锡，1894 年。[17]

['fɔːrˌleɪzʊŋən] ['uːbər][daɪ]['prinsipi:]['dɜː] [mə'kɑːnɪk] , ['laɪpsɪg] , - . [-]
Vorlesungen über die Principe der Mechanik , Leipzig , 1897 . [18]
讲座 优步 死 王子 德尔 机械师 , 莱比锡 , - . [-]

Vorlesungen über die Principe der Mechanik，莱比锡，1897 年。[19]

['aɪnfɪərʊŋ] [ɪn][dæs; dɑːs]['stuːdiəm]['dɜː] [θiːɜətɪʃən] [fɪ'ziːk] , ['laɪpsɪg] , - . [-]
Einführung in das Studium der theoretischen Physik , Leipzig , 1900 . [19]
简介 在 das 学习 德尔 理论 物理学 , 莱比锡 , - . [-]

Einführung in das Studium der theoretischen Physik，莱比锡，1900 年。[19]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] . - , - .
Annalen , vol . 22 , 1883 .
安娜伦 , 卷 . - , - .

Annalen，第 22 卷，1883 年。

['sɛvən] . [ɪˌræʃə'næləti] [ænd; ənd] [træn'sendəns] [ʌv; əv] ['sɜːrt(ə)n] ['nʌmbərz] .
7 . IRRATIONALITY AND TRANSCENDENCE OF CERTAIN NUMBERS .
7 . 非理性 和 超越 的 肯定 数字 .

7. 某些数字的非理性和超越性。

- [ˌærɪθ'metɪkl] ['θiːərəmz] [ɑːn][ðə; ði] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ænd; ənd][ðer; ðər][ɪk'stenʃ(ə)n][baɪ]
Hermite's arithmetical theorems on the exponential function and their extension by
- 算术 定理 在 这 指数 功能 和 他们的 扩大 经过
['lɪndəmən] [ɑːr; ər]['sɜːrt(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][ˌædmə'reɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ɔːl] [ˌdʒɛnɜ'eɪʃənz] [ʌv; əv] [mæθə'mətɪʃnz] .
Lindemann are certain of the admiration of all generations of mathematicians .
林德曼 是 肯定 的 这 钦佩 的 全部 几代人 的 数学家 .

埃尔米特关于指数函数的算术定理及其林德曼的扩展，一定会受到历代数学家的赞赏。

[ðʌs] [ðə; ði][tæsk][æt; ət][wʌns]['prez(ə)nts][ɪt'self][tuː; tə] ['penətreɪt] ['fɜːrðər] [ə'lɔːŋ] [ðə; ði] [pæθ] [hɪr]
Thus the task at once presents itself to penetrate further along the path here
因此 这 任务 在 一次 礼物 本身 到 穿透 更远 沿着 这 小路 这里
['entərd] ,
entered ,
进入 ,

因此，摆在我们面前的任务就是沿着这条路继续深入探索。

[æz; əz][ə; eɪ] . ['hɜːwɪts] [hæz; həz] [ɔːl'redi] [dʌn] [ɪn] [tuː] ['ɪntrəstɪŋ] ['pepərz] , [-] " ['uːbər]
as A . Hurwitz has already done in two interesting papers , [20] " Ueber
作为 一个 . 赫维茨 有 已经 完毕 在 二 有趣的 文件 , [-] " ueber
- ['aɪgənˌɑːftən] [guwɪsɜ] - [fʊŋk'ʧɪoːnən] .
arithmetische Eigenschaften gewisser transzendenter Funktionen .
- 特性 格维瑟 - 功能 .

正如 A. Hurwitz 在两篇有趣的论文中所做的那样，[20]"Ueber arithmetische Eigenschaften gewisser transzendenter Funktionen"。

" [aɪ][ʃʊd; ʃəd][laɪk] , ['ðerfɔːr] , [tuː; tə] [sketʃ] [ə; eɪ] [klæs] [ʌv; əv]['prɔːbləms] [wɪtʃ] , [ɪn][maɪ] [ə'pɪnjən] ,
" I should like , therefore , to sketch a class of problems which , in my opinion ,
" 我 应该 喜欢 , 所以 , 到 草图 一个 班级 的 问题 哪个 , 在 我的 观点 ,

因此，我想概述一类问题，在我看来，

[ʃʊd; ʃəd][biː; bi] [ə'tækt] [æz; əz] [hɪr] [nekst][ɪn]['ɔːrdər] .

should	be	attacked	as	here	next	in	order	.
应该	是	遭到攻击	作为	这里	下一个	在	命令	.

接下来应该按顺序攻击这里。

[ðæt] ['sɜːrt(ə)n]['speʃ(ə)l] [ˌtrænsen'dentl] ['fʌŋkʃnz] , [ɪm'pɔːrt(ə)nt][ɪn][ə'næləsɪs] , [teɪk] [ˌældʒɪ'breɪɪk]

That	certain	special	transcendental	functions	,	important	in	analysis	,	take	algebraic
那	肯定	特别的	超验的	函数	,	重要的	在	分析	,	拿	代数

['væljuːz][fɔːr; fər]['sɜːrt(ə)n][ˌældʒɪ'breɪɪk]['ɑːrgjuːmənts] , [siːmz]

values	for	certain	algebraic	arguments	,	seems
值	为了	肯定	代数	论点	,	似乎

某些在分析学中很重要的特殊超越函数，对于某些代数参数取代数值，这似乎

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	20	]
[	页	-	]

[第20页]

[tuː; tə][ˌjuː 'es] [pər'tɪkjələrli] [rɪ'mɑːrkəb(ə)l][ænd; ənd] ['wɜːrði] [ʌv; əv] ['θɜːroʊ] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] .

to	us	particularly	remarkable	and	worthy	of	thorough	investigation	.
到	我们	特别	卓越	和	值得	的	彻底	调查	.

对我们来说，这尤其引人注目，值得彻底调查。

[ɪn'diːd] , [wiː; wi][ɪk'spekt] [ˌtrænsen'dentl] ['fʌŋkʃnz] [tuː; tə] [ə'suːm] , [ɪn]['dʒen(ə)rəl] , [ˌtrænsen'dentl]

Indeed	,	we	expect	transcendental	functions	to	assume	,	in	general	,	transcendental
的确	,	我们	预计	超验的	函数	到	认为	,	在	一般的	,	超验的

['væljuːz][fɔːr; fər]['iːv(ə)n][ˌældʒɪ'breɪɪk]['ɑːrgjuːmənts] ; [ænd; ənd] ,

values	for	even	algebraic	arguments	;	and	,
值	为了	甚至	代数	论点	;	和	,

事实上，我们通常期望超越函数对于代数自变量也取超越值；并且，

[ɔːl'ðoʊ] [ˌaɪ 'tiː][ɪz] [wel] [noʊn] [ðæt] [ðer; ðər][ɪg'zɪst] ['ɪntɪgrəl] [ˌtrænsen'dentl] ['fʌŋkʃnz] [wɪtʃ] ['iːv(ə)n]

although	it	is	well	known	that	there	exist	integral	transcendental	functions	which	even
虽然	它	是	出色地	已知	那	那里	存在	不可缺少的	超验的	函数	哪个	甚至

[hæv; həv]['ræʃ(ə)nəl]['væljuːz][fɔːr; fər][ɔːl][ˌældʒɪ'breɪɪk]['ɑːrgjuːmənts] ,

have	rational	values	for	all	algebraic	arguments	,
有	合理的	值	为了	全部	代数	论点	,

虽然众所周知，存在一些积分超越函数，它们对于所有代数自变量都具有有理值，

[wiː; wi][ʃæl; ʃəl] [stɪl] [kən'sɪdər] [ˌaɪ 'tiː] ['haɪli] ['prɑːbəb(ə)l] [ðæt] [ðə; ði] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] , [fɔːr; fər]

we	shall	still	consider	it	highly	probable	that	the	exponential	function	,	for
我们	将	仍然	考虑	它	高度	可能	那	这	指数	功能	,	为了

[ɪg'zæmp(ə)l] ,

example	,
例子	,

我们仍然认为指数函数（例如）极有可能

[wɪtʃ] ['evɪdəntli] [hæz; həz][ˌældʒɪ'breɪɪk]['væljuːz][fɔːr; fər][ɔːl]['ræʃ(ə)nəl]['ɑːrgjuːmənts] ,

which	evidently	has	algebraic	values	for	all	rational	arguments	,
哪个	显然	有	代数	值	为了	全部	合理的	论点	,

显然，对于所有有理数参数，它都具有代数值。

[wɪl] [ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd]['ɔːlweɪz] [teɪk] [ˌtrænsen'dentl] ['væljuːz][fɔːr; fər] [ɪ'ræʃən(ə)l] [ˌældʒɪ'breɪɪk]

will	on	the	other	hand	always	take	transcendental	values	for	irrational	algebraic
将要	在	这	其他	手	总是	拿	超验的	值	为了	非理性	代数

['væljuːz][ʌv; əv][ðə; ði]['ɑːrgjumənt] .

values	of	the	argument	.
值	的	这	争论	.

另一方面，对于无理代数参数值，将始终取超越值。

[wiː; wi][kæn; kən]['ɔːlsoʊ] [gɪv] [ðɪs] ['steɪtmənt] [ə; eɪ] [ˌdʒiːə'metrɪkl] [fɔːrm] , [æz; əz] ['fɑːloʊz] :

We	can	also	give	this	statement	a	geometrical	form	,	as	follows	:
我们	能	还	给	这	陈述	一个	几何	形式	,	作为	跟随	:

我们还可以将这个陈述表示为几何形式，如下所示：

[ɪf] , [ɪn][æn; ən][aɪˌsɑːsəliːz]['traɪæŋg(ə)l] ,

If	,	in	an	isosceles	triangle	,
如果	,	在	一个	等腰三角形	三角形	,

如果在一个等腰三角形中，

[ðə; ði]['reɪʃioʊ][ʌv; əv][ðə; ði] [beɪs] ['æŋg(ə)l][tuː; tə][ðə; ði]['æŋg(ə)l][æt; ət][ðə; ði]['vɜːrteks][biː; bi][ˌældʒɪ'breɪɪk]

the	ratio	of	the	base	angle	to	the	angle	at	the	vertex	be	algebraic
这	比率	的	这	根据	角度	到	这	角度	在	这	顶点	是	代数

[bʌt; bət][nɑːt]['ræʃ(ə)nəl] ,

but	not	rational	,
但	不是	合理的	,

底角与顶点角的比值必须是代数式但不能是有理数式。

[ðə; ði]['reɪʃioʊ] [bɪ'twiːn] [beɪs] [ænd; ənd][saɪd][ɪz]['ɔːlweɪz] [ˌtrænsen'dentl] .

the	ratio	between	base	and	side	is	always	transcendental	.
这	比率	之间	根据	和	边	是	总是	超验的	.

底边与边长之比始终是超越的。

[ɪn] [spaɪt] [ʌv; əv][ðə; ði] [sɪm'plɪsəti] [ʌv; əv] [ðɪs] ['steɪtmənt] [ænd; ənd][ʌv; əv][ɪts][ˌsɪmə'lærəti][tuː; tə][ðə; ði]

In	spite	of	the	simplicity	of	this	statement	and	of	its	similarity	to	the
在	尽管如此	的	这	简单	的	这	陈述	和	的	它是	相似	到	这

['prɔːbləms] ['sɑːlvd] [baɪ] [ɜːr'maɪt] [ænd; ənd] ['lɪndəmən] ,

problems	solved	by	Hermite	and	Lindemann	,
问题	已解决	经过	隐士	和	林德曼	,

尽管这一表述很简单，而且与埃尔米特和林德曼解决的问题很相似，

[aɪ] [kən'sɪdər] [ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv] [ðɪs] ['θiːərəm] ['veri] ['dɪfɪkəlt] ; [æz; əz]['ɔːlsoʊ][ðə; ði] [pruːf] [ðæt]

I	consider	the	proof	of	this	theorem	very	difficult	;	as	also	the	proof	that
我	考虑	这	证明	的	这	定理	非常	难的	;	作为	还	这	证明	那

我认为这个定理的证明非常困难；同样，证明.....

[ðə; ði] [ɪk'spreʃ(ə)n] , [fɔːr; fər][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk] [beɪs] [ænd; ənd][æn; ən] [ɪ'ræʃən(ə)l] [ˌældʒɪ'breɪɪk]

The	expression	,	for	an	algebraic	base	and	an	irrational	algebraic
这	表达	,	为了	一个	代数	根据	和	一个	非理性	代数

[ɪk'spoʊnənt] , [iː] . [dʒiː] . ,

exponent	,	e	.	g	.	,
指数	,	e	.	克	.	,

对于代数底数和无理数指数，例如，表达式为：

[ðə; ði] ['nʌmbər] [ɔːr] , ['ɔːlweɪz] [ˌreprɪ'zents] [ə; eɪ] [ˌtrænsen'dentl] [ɔːr][æt; ət] [liːst] [æn; ən] [ɪ'ræʃən(ə)l]

the	number	or	,	always	represents	a	transcendental	or	at	least	an	irrational
这	数字	或者	,	总是	代表	一个	超验的	或者	在	至少	一个	非理性

['nʌmbər] .

number	.
数字	.

数字 n 总是代表一个超越数，或者至少是一个无理数。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz]['sɜːrt(ə)n] [ðæt] [ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n][ʌv; əv] [ðiːz] [ænd; ənd]['sɪmələr]['prɔːbləms][mʌst; məst] [liːd]

It	is	certain	that	the	solution	of	these	and	similar	problems	must	lead
它	是	肯定	那	这	解决方案	的	这些	和	相似的	问题	必须	带领

[ˌjuː 'es][tuː; tə] [ɪn'taɪərli] [nuː] ['meθədz] [ænd; ənd][tuː; tə][ə; eɪ] [nuː] ['ɪnsaɪt] ['ɪntuː][ðə; ði]['neɪtʃər][ʌv; əv]

us	to	entirely	new	methods	and	to	a	new	insight	into	the	nature	of
我们	到	完全	新的	方法	和	到	一个	新的	洞察力	进入	这	自然	的

['speʃ(ə)l] [ɪ'ræʃən(ə)l] [ænd; ənd] [ˌtrænsen'dentl] ['nʌmbərz] . [-]

special	irrational	and	transcendental	numbers	.	[	20	]
特别的	非理性	和	超验的	数字	.	[	-	]

可以肯定的是，解决这些问题以及类似的问题，必将引领我们走向全新的方法，并对特殊无理数和超越数的本质有新的认识。[20]

[mæθ] .

Math	.
数学	.

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] . - , - . [eɪt] .

Annalen	,	vol	.	32	,	1888	.	8	.
安娜伦	,	卷	.	-	,	-	.	8	.

Annalen，第 32 卷，1888 年 8 月。

['prɔːbləms] [ʌv; əv] [praɪm] ['nʌmbərz] .

PROBLEMS	OF	PRIME	NUMBERS	.
问题	的	主要的	数字	.

质数问题。

[ɪ'senʃ(ə)l] ['prɑːgres] [ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌdɪstrɪ'bjuːʃ(ə)n][ʌv; əv] [praɪm] ['nʌmbərz] [hæz; həz] ['leɪtli]

Essential	progress	in	the	theory	of	the	distribution	of	prime	numbers	has	lately
基本的	进步	在	这	理论	的	这	分配	的	主要的	数字	有	最近

[bɪn] [meɪd] [baɪ]['hædəˌmɑːrd] ,

been	made	by	Hadamard	,
到过	制成	经过	哈达马尔	,

近年来，阿达玛在素数分布理论方面取得了重要进展。

[diː][lɑː] [ˌvæ'leɪ] - [puː'sæŋ] , [vɑːn] [mængoʊlt] [ænd; ənd] ['ʌðər] .

de	la	Vallée	-	Poussin	,	Von	Mangoldt	and	others	.
德	拉	山谷	-	普桑	,	冯	曼戈尔特	和	其他的	.

de la Vallée-Poussin、Von Mangoldt 等人。

[fɔːr; fər][ðə; ði] [kəm'pliːt] [sə'luːʃ(ə)n] , [haʊ'evər] ,

For	the	complete	solution	,	however	,
为了	这	完全的	解决方案	,	然而	,

然而，要获得完整的解决方案，

[ʌv; əv][ðə; ði]['prɔːbləms][set][ˌjuː 'es][baɪ] ['riːmɑːnz] ['peɪpər] " ['uːbər] [daɪ] [ænzɑːl] ['dɜː] -

of	the	problems	set	us	by	Riemann's	paper	"	Ueber	die	Anzahl	der	Primzahlen
的	这	问题	放	我们	经过	黎曼的	纸	"	ueber	死	安扎尔	德尔	-

['ʊntər] ['aɪnər] [gɛgəbɪnən] - ,

unter	einer	gegebenen	Grösse	,
在	其中一个	gegebenen	-	,

黎曼的论文"Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse"给我们提出的问题，

" [ˌaɪ 'tiː] [stɪl] [rɪ'meɪnz] [tuː; tə] [pruːv] [ðə; ði] [kə'rektnəs] [ʌv; əv][æn; ən] [ɪk'siːdɪŋli] [ɪm'pɔːrt(ə)nt]

"	it	still	remains	to	prove	the	correctness	of	an	exceedingly	important
"	它	仍然	遗迹	到	证明	这	正确性	的	一个	非常	重要的

['steɪtmənt] [ʌv; əv] ['riːmɑːn] ,

statement	of	Riemann	,
陈述	的	黎曼	,

"但仍有待证明黎曼一个极其重要的论断的正确性，

[vɪz] . , [ðæt] [ðə; ði]['zɪroʊ] [pɔɪnts] [ʌv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] [dɪ'faɪnd] [baɪ][ðə; ði] ['sɪriːz]
viz . , that the zero points of the function defined by the series
即 . , 那 这 零 积分 的 这 功能 定义 经过 这 系列

即，由级数定义的函数的零点

[ɔːl][hæv; həv][ðə; ði]['riːəl][pɑːrt] , [ɪk'sept] [ðə; ði] [wel] - [noʊn] ['negətɪv] ['ɪntɪgrəl] ['riːəl]['zɪərəʊ] .
all have the real part , except the well - known negative integral real zeros .
全部 有 这 真实的 部分 , 除了 这 出色地 - 已知 消极的 不可缺少的 真实的 零 .

除了众所周知的负整数实零点之外，所有零点都有实部。

[æz; əz] [suːn] [æz; əz] [ðɪs] [pruːf] [hæz; həz] [bɪn] [sək'sesfəli] [ɪ'stæblɪʃt] ,
As soon as this proof has been successfully established ,
作为 很快 作为 这 证明 有 到过 成功地 已确立的 ,

一旦成功确立了这一证据，

[ðə; ði][nekst]['prɑːbləm] [wʊd] [kən'sɪst; 'kɑːnsɪst][ɪn] ['testɪŋ] [mɔːr] [ɪg'zæktli] ['riːmɑːnz] ['ɪnfɪnət] ['sɪriːz]
the next problem would consist in testing more exactly Riemann's infinite series
这 下一个 问题 会 由 在 测试 更多的 确切地 黎曼的 无限 系列
[fɔːr; fər][ðə; ði] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [praɪmz] [bɪ'loʊ] [ə; eɪ]['gɪv(ə)n] ['nʌmbər] [ænd; ənd] ,
for the number of primes below a given number and ,
为了 这 数字 的 素数 以下 一个 给定 数字 和 ,

下一个问题在于更精确地检验黎曼无穷级数对于小于给定数的素数个数的有效性，

[ɪ'speʃəli] , [tuː; tə] [dɪ'saɪd] ['weðər] [ðə; ði] ['dɪfrəns]
especially , to decide whether the difference
尤其 , 到 决定 无论 这 不同之处

尤其是要确定这种差异是否合理。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 21]
[页 -]

[第21页]

[bɪ'twiːn] [ðə; ði] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [praɪmz] [bɪ'loʊ] [ə; eɪ] ['nʌmbər] [ænd; ənd][ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] ['lɔːgərɪðəm]
between the number of primes below a number and the integral logarithm
之间 这 数字 的 素数 以下 一个 数字 和 这 不可缺少的 对数
[ʌv; əv] [dʌz] [ɪn][fækt] [bɪ'kʌm] ['ɪnfɪnət] [ʌv; əv][æn; ən]['ɔːrdər][nɑːt] ['greɪtər] [ðæn; ðən][ɪn] . [-]
of does in fact become infinite of an order not greater than in . [21]
的 做 在 事实 变得 无限 的 一个 命令 不是 更大的 比 在 . [-]

小于某个数的素数个数与该数的整数对数之间的数确实趋于无穷大，其阶数不大于 。[21]

['fɜːrðər] ,
Further ,
更远 ,

更远，

[wiː; wi][ʃʊd; ʃəd] [dɪ'tɜːrmɪn] ['weðər] [ðə; ði][ə'keɪʒən(ə)l][ˌkɑːnden'seɪʃ(ə)n][ʌv; əv][praɪm] ['nʌmbərz] [wɪtʃ]
we should determine whether the occasional condensation of prime numbers which
我们 应该 决定 无论 这 偶然 缩合 的 主要的 数字 哪个
[hæz; həz] [bɪn] ['noʊtɪst] [ɪn] [kaʊntɪŋ] [praɪmz] [ɪz] ['riːəli] [wʌn][tuː; tə] [ðoʊz] [tɜːrmz][ʌv; əv] ['riːmɑːnz]
has been noticed in counting primes is really one to those terms of Riemann's
有 到过 注意到 在 计数 素数 是 真的 一 到 那些 条款 的 黎曼的
['fɔːrmjələ] [wɪtʃ] [dɪ'pend] [ə'pɑːn][ðə; ði][fɜːrst][kəm'pleks]['zɪərəʊ][ʌv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] .
formula which depend upon the first complex zeros of the function .
公式 哪个 依赖 之上 这 第一的 复杂的 零 的 这 功能 .

我们应该确定在素数计数中观察到的素数的偶尔凝聚是否真的是黎曼公式中依赖于函数的第一个复零点的项之一。

['æftər][æn; ən] [ɪg'zɔːstɪv] [dɪ'skʌʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['riːmɑːnz] [praɪm] ['nʌmbər] ['fɔːrmjələ] ,
After an exhaustive discussion of Riemann's prime number formula ,
后 一个 详尽的 讨论 的 黎曼的 主要的 数字 公式 ,

在对黎曼素数公式进行了详尽的讨论之后，

[pər'hæps][wi:; wi] [meɪ] ['sʌmtaɪm] [bi:; bi][ɪn][ə; eɪ][pə'zɪʃ(ə)n][tu:; tə] [ə'tempt] [ðə; ði] ['rɪgərəs] [sə'lu:ʃ(ə)n]

perhaps	we	may	sometime	be	in	a	position	to	attempt	the	rigorous	solution
也许	我们	可能	有时	是	在	一个	位置	到	试图	这	严格的	解决方案

[ʌv; əv] ['goʊldbæks] ['prɑ:bləm] ,

of	Goldbach's	problem	,
的	戈德巴赫的	问题	,

或许在某个时候，我们能够尝试对哥德巴赫问题进行严格的求解。

[-] [vɪz] . , ['weðər] ['evri] ['ɪntɪdʒər][ɪz] [ɪk'spresəbl] [æz; əz][ðə; ði][sʌm; səm][ʌv; əv] [tu:] ['pɑ:zətɪv]

[	22	]	viz	.	,	whether	every	integer	is	expressible	as	the	sum	of	two	positive
[	-	]	即	.	,	无论	每一个	整数	是	可表达的	作为	这	和	的	二	积极的

[praɪm] ['nʌmbərz] ;

prime	numbers	;
主要的	数字	;

[22] 即，每个整数是否可以表示为两个正素数之和；

[ænd; ənd] ['fɜ:rðər] [tu:; tə] [ə'tæk] [ðə; ði] [wel] - [noʊn] ['kwestʃən] ,

and	further	to	attack	the	well	-	known	question	,
和	更远	到	攻击	这	出色地	-	已知	问题	,

并进一步探讨这个众所周知的问题，

['weðər] [ðer; ðər][ɑ:r; ər][æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [perz] [ʌv; əv] [praɪm] ['nʌmbərz] [wɪð; wɪθ][ðə; ði]

whether	there	are	an	infinite	number	of	pairs	of	prime	numbers	with	the
无论	那里	是	一个	无限	数字	的	对	的	主要的	数字	和	这

['dɪfrəns] ,

difference	,
不同之处	,

是否存在无穷多个差为的质数对?

[ɔ:r]['i:v(ə)n][ðə; ði] [mɔ:r] ['dʒen(ə)rəl]['prɑ:bləm] , ['weðər] [ðə; ði] ['lɪniər] [ˌdɑiə'fæntɑin][ɪ'kweɪʒ(ə)n]

or	even	the	more	general	problem	,	whether	the	linear	diophantine	equation
或者	甚至	这	更多的	一般的	问题	,	无论	这	线性	丢番图	方程

或者更一般的问题，即线性丢番图方程

([wɪð; wɪθ]['gɪv(ə)n] ['ɪntɪgrəl] [kəʊɪ'fɪʃənts] [i:tʃ] [praɪm][tu:; tə][ðə; ði] ['ʌðər]) [ɪz]['ɔ:lweɪz] ['sɑ:lvəbl] [ɪn]

(	with	given	integral	coefficients	each	prime	to	the	others	)	is	always	solvable	in
(	和	给定	不可缺少的	系数	每个	主要的	到	这	其他的	)	是	总是	可解	在

[praɪm] ['nʌmbərz] [ænd; ənd] .

prime	numbers	and	.
主要的	数字	和	.

（给定整数系数，每个系数都与其他系数互质）总是可以用素数解。

[bʌt; bət][ðə; ði] ['fɑ:loʊɪŋ] ['prɑ:bləm] [si:mz] [tu:; tə][ˌem 'i:][ʌv; əv][noʊ] [les] ['ɪntrəst] [ænd; ənd][pər'hæps]

But	the	following	problem	seems	to	me	of	no	less	interest	and	perhaps
但	这	下列的	问题	似乎	到	我	的	不	较少的	兴趣	和	也许

[ʌv; əv] [stɪl] ['waɪdər][reɪndʒ] :

of	still	wider	range	:
的	仍然	更广泛	范围	:

但我认为以下问题同样引人关注，而且可能涉及范围更广：

[tuː; tə] [əˈplai] [ðə; ði] [rɪˈzʌlts] [əbˈteɪnd] [fɔːr; fər][ðə; ði][ˌdɪstrɪˈbjuːʃ(ə)n][ʌv; əv]['ræʃ(ə)nəl][praɪm] ['nʌmbərz]

To	apply	the	results	obtained	for	the	distribution	of	rational	prime	numbers
到	申请	这	结果	获得	为了	这	分配	的	合理的	主要的	数字

[tuː; tə][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌdɪstrɪˈbjuːʃ(ə)n][ʌv; əv][aɪ'diːəl][praɪmz][ɪn][ə; eɪ]['gɪv(ə)n]['nʌmbər] - [fiːld]

to	the	theory	of	the	distribution	of	ideal	primes	in	a	given	number	-	field
到	这	理论	的	这	分配	的	理想的	素数	在	一个	给定	数字	-	场地

— [ə; eɪ]['prɑːbləm] [wɪtʃ] [lʊks] [tɔːrd] [ðə; ði] ['stʌdi] [ʌv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] [bɪ'lɔːŋɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]

—	a	problem	which	looks	toward	the	study	of	the	function	belonging	to	the
—	一个	问题	哪个	看起来	朝向	这	学习	的	这	功能	属于	到	这

[fiːld] [ænd; ənd] [dɪˈfaɪnd] [baɪ][ðə; ði] ['sɪriːz]

field	and	defined	by	the	series
场地	和	定义	经过	这	系列

将有理素数分布的结果应用于给定数域中理想素数分布的理论——这个问题旨在研究属于该数域并由级数定义的函数。

[wer] [ðə; ði][sʌm; səm][ɪkˈstendz; ekˈstendz]['oʊvər][ɔːl][aɪ'diːlz][ʌv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n] [relm] [ænd; ənd]

where	the	sum	extends	over	all	ideals	of	the	given	realm	and
在哪里	这	和	扩展	超过	全部	理想	的	这	给定	领域	和

[diˈnaʊts] [ðə; ði][nɔːrm][ʌv; əv][ðə; ði][aɪ'diːəl] .

denotes	the	norm	of	the	ideal	.
表示	这	规范	的	这	理想的	.

其中求和遍及给定领域的所有理想，表示理想的范数。

[aɪ] [meɪ] ['menʃ(ə)n] [θriː] [mɔːr] ['speʃ(ə)l]['prɔːbləms][ɪn] ['nʌmbər] ['θiːəri] : [wʌn][ɑːn][ðə; ði] [lɔːz] [ʌv; əv]

I	may	mention	three	more	special	problems	in	number	theory	:	one	on	the	laws	of
我	可能	提到	三	更多的	特别的	问题	在	数字	理论	:	一	在	这	法律	的

[ˌresɪ'prɑːsəti] ,

reciprocity	,
互惠	,

我还可以提及数论中的三个特殊问题：一个是关于互反律的问题，

[wʌn][ɑːn][ˌdɑiə'fæntɑin] [ɪ'kweɪʒənz] , [ænd; ənd][ə; eɪ][θɜːrd][frʌm; frəm][ðə; ði] [relm] [ʌv; əv][kwɑːˈdrætɪk]

one	on	diophantine	equations	,	and	a	third	from	the	realm	of	quadratic
一	在	丢番图	方程式	,	和	一个	第三	从	这	领域	的	二次函数

[fɔːrmz] . [-]

forms	.	[	21	]
表格	.	[	-	]

其中一篇是关于丢番图方程的，另一篇是关于二次型的。[21]

[ˌsiːˈef] .

Cf	.
cf	.

参见。

[æn; ən]['ɑːrtɪk(ə)l][baɪ][eɪtʃ] . [vɑːn] [kɔk] , [wɪtʃ] [ɪz] [suːn] [tuː; tə] [əˈpɪr] [ɪn][ðə; ði] [mæθ] .

an	article	by	H	.	von	Koch	,	which	is	soon	to	appear	in	the	Math	.
一个	文章	经过	H	.	冯	科赫	,	哪个	是	很快	到	出现	在	这	数学	.

H. von Koch 的一篇文章即将发表在《数学》杂志上。

['ænələn] [['vɑːl] . - , [piː] . -] . [-]

Annalen	[	Vol	.	55	,	p	.	441	]	.	[	22	]
安娜伦	[	沃尔	.	-	,	p	.	-	]	.	[	-	]

安娜伦 [卷。 55，p。 441]。[22]

[ˌsiːˈef] .

Cf	.
cf	.

参见。

[piː] . - : " ['uːbər] ['goʊldbæks] - ['θiːərəm] , " ['nɑːxˌrɪxtən] [diː] . [keɪ] . [gɛs] . [diː] .
P . Stäckel : " Über Goldbach's empirisches Theorem , " Nachrichten d . K . Ges . d .
P . - : " 优步 戈德巴赫的 - 定理 , " 新闻 d . K . 格斯 . d .

['wɪs] .
Wiss .
维斯 .

P. Stäckel："上哥德巴赫经验定理"，Nachrichten d。 K. 格斯。 d.维斯.

[zuː] ['gɜːtɪŋən] , - , [ænd; ənd]['lændɔːˌlændaʊ] , ['ɪbɪd] . , - . [naɪn] .
zu Göttingen , 1896 , and Landau , ibid . , 1900 . 9 .
祖 哥廷根 , - , 和 兰道 , 同上 . , - . 9 .

zu Göttingen，1896；Landau，同上，1900.9。

[pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði][moʊst]['dʒen(ə)rəl] [lɔː] [ʌv; əv] [ˌresɪ'prɑːsəti] [ɪn] ['eni] ['nʌmbər] [fiːld] .
PROOF OF THE MOST GENERAL LAW OF RECIPROCITY IN ANY NUMBER FIELD .
证明 的 这 最多 一般的 法律 的 互惠 在 任何 数字 场地 .

证明任意数域中最普遍的互惠法则。

[fɔːr; fər]['eni] [fiːld] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] [ðə; ði] [lɔː] [ʌv; əv][ˌresɪ'prɑːsəti][ɪz][tuː; tə][biː; bi] [pruːvd] [fɔːr; fər][ðə; ði]
For any field of numbers the law of reciprocity is to be proved for the
为了 任何 场地 的 数字 这 法律 的 互惠 是 到 是 已证实 为了 这
['rezɪdjʊ] [ʌv; əv][ðə; ði][tiː 'eɪtʃ] ['paʊər] ,
residues of the th power ,
残基 的 这 th 力量 ,

对于任意数域，需要证明其第n次幂的剩余项满足互反律。

[wen] [di'nəuts] [æn; ən] [ɑːd] [praɪm] ,
when denotes an odd prime ,
什么时候 表示 一个 奇怪的 主要的 ,

当 表示奇素数时，

[ænd; ənd] ['fɜːrðər] [wen] [ɪz][ə; eɪ] ['paʊər] [ʌv; əv][ɔːr][ə; eɪ] ['paʊər] [ʌv; əv][æn; ən] [ɑːd] [praɪm] .
and further when is a power of or a power of an odd prime .
和 更远 什么时候 是 一个 力量 的 或者 一个 力量 的 一个 奇怪的 主要的 .

进一步，当 是 的幂或奇素数的幂时。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 22]
[页 -]

[第22页]

[ðə; ði] [lɔː] , [æz; əz] [wel] [æz; əz][ðə; ði] [miːnz] [ɪ'senʃ(ə)l] [tuː; tə][ɪts] [pruːf] , [wɪl] , [aɪ] [bɪ'liːv] ,
The law , as well as the means essential to its proof , will , I believe ,
这 法律 , 作为 出色地 作为 这 方法 基本的 到 它是 证明 , 将要 , 我 相信 ,

我相信，法律以及证明法律所必需的手段，将会.....

[rɪ'zʌlt] [baɪ] ['suːtəbli] ['dʒenərəlaizɪŋ][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ðə; ði] [fiːld] [ʌv; əv][ðə; ði][tiː 'eɪtʃ] [ruːts] [ʌv; əv]
result by suitably generalizing the theory of the field of the th roots of
结果 经过 适当地 概括 这 理论 的 这 场地 的 这 th 根 的
['juːnəti] ,
unity ,
统一 ,

通过适当推广单位根域理论得到结果，

[-] [dɪ'veləpt] [baɪ][ˌem 'iː] , [ænd; ənd][maɪ] ['θiːəri] [ʌv; əv] ['relətɪv] [kwɑː'drætɪk] [fiːldz] . [-] [-]
[23] developed by me , and my theory of relative quadratic fields . [24] [23]
[-] 发达 经过 我 , 和 我的 理论 的 相对的 二次函数 字段 . [-] [-]

[23] 由我发展，以及我的相对二次场理论。[24][23]

- .
Jahresber .
- .

Jahresber。

[diː] . ['dɔɪtʃən] [mæθ] . - [fɛɐ'aɪnɪgʊŋ] , " ['uːbər] [daɪ] [ˌteɪə'riː] ['dɝː] - - , "
d . Deutschen Math . - Vereinigung , " Ueber die Theorie der algebraischen Zahlkörper , "
d . 德语 数学 . - 协会 , " ueber 死 理论 德尔 - - , "
['vɑːl] .
vol .
卷 .

d.德国数学-Vereinigung，"Ueber die Theorie der algebraischen Zahlkörper"，卷。

[fɔːr] (-) , [pɑːrt][viː] . [-]
4 (1897) , Part V . [24]
4 (-) , 部分 V . [-]

4 (1897)，第五部分。[24]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] .
Annalen , vol .
安娜伦 , 卷 .

Annalen，卷。

- [ænd; ənd] ['nɑːxˌrɪxtən] [diː] . [keɪ] . [gɛs] . [diː] . ['wɪs] .
51 and Nachrichten d . K . Ges . d . Wiss .
- 和 新闻 d . K . 格斯 . d . 维斯 .

51 和 Nachrichten d。 K. 格斯。 d.维斯.

[zuː] ['gɜːtɪŋən] , - . - .
zu Göttingen , 1898 . 10 .
祖 哥廷根 , - . - .

zu Göttingen，1898.10。

[dɪˌtɜːrmɪ'neɪʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] [sɑːlvə'bɪləti] [ʌv; əv][ə; eɪ] [ˌdɑiə'fæntɑin] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .
DETERMINATION OF THE SOLVABILITY OF A DIOPHANTINE EQUATION .
决心 的 这 可解性 的 一个 丢番图 方程 .

二番塘方程式可溶性的测定。

['gɪv(ə)n][ə; eɪ] [ˌdɑiə'fæntɑin] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][wɪð; wɪθ] ['eni] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ˌʌn'noʊn] ['kwɑːntətiz] [ænd; ənd]
Given a diophantine equation with any number of unknown quantities and
鉴于 一个 丢番图 方程 和 任何 数字 的 未知 数量 和
[wɪð; wɪθ]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] [nuː'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] :
with rational integral numerical coefficients :
和 合理的 不可缺少的 数值 系数 :

给定一个具有任意数量未知量且具有有理整数数值系数的丢番图方程：

[tuː; tə] [dɪ'vaɪz] [ə; eɪ] ['prɑːses] [ə'kɔːrdɪŋ] [tuː; tə] [wɪtʃ] [ˌaɪ 'tiː][kæn; kən][biː; bi] [dɪ'tɜːrmɪnd] [baɪ][ə; eɪ]
To devise a process according to which it can be determined by a
到 设计 一个 过程 根据 到 哪个 它 能 是 决定 经过 一个
['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ˌɑːpɝ'eɪʃənz] ['weðər] [ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɪz] ['sɑːlvəbl] [ɪn]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪdʒəz] . - .
finite number of operations whether the equation is solvable in rational integers . 11 .
有限 数字 的 运营 无论 这 方程 是 可解 在 合理的 整数 . - .

设计一种方法，通过有限次数的运算即可确定方程是否能用有理整数解。11.

[kwɑː'drætɪk] [fɔːrmz] [wɪð; wɪθ] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [nuː'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] .
QUADRATIC FORMS WITH ANY ALGEBRAIC NUMERICAL COEFFICIENTS .
二次函数 表格 和 任何 代数 数值 系数 .

具有任意代数数值系数的二次型。

['aʊər; ɑ:r]['prez(ə)nt] ['nɑ:lɪdʒ] [ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv][kwɑ:'drætɪk]['nʌmbər] [fi:ldz] [-] [pʊts]

Our	present	knowledge	of	the	theory	of	quadratic	number	fields	[	25	]	puts
我们的	展示	知识	的	这	理论	的	二次函数	数字	字段	[	-	]	放置

[ˌju: 'es][ɪn][ə; eɪ][pə'zɪʃ(ə)n][tu:; tə] [ə'tæk] [sək'sesfəli] [ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv][kwɑ:'drætɪk][fɔ:rmz][wɪð; wɪθ]

us	in	a	position	to	attack	successfully	the	theory	of	quadratic	forms	with
我们	在	一个	位置	到	攻击	成功地	这	理论	的	二次函数	表格	和

['eni] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['vɛri:əbəlz][ænd; ənd][wɪð; wɪθ]['eni][ˌældʒɪ'breɪɪk][nu:'merɪk(ə)l] [kəʊ'fɪʃənts] .

any	number	of	variables	and	with	any	algebraic	numerical	coefficients	.
任何	数字	的	变量	和	和	任何	代数	数值	系数	.

我们目前对二次数域理论[25]的了解，使我们能够成功地研究任意数量变量和任意代数数值系数的二次型理论。

[ðɪs] [li:dz] [ɪn][pər'tɪkjələr][tu:; tə][ðə; ði] ['ɪntrəstɪŋ] ['prɑ:bləm] :

This	leads	in	particular	to	the	interesting	problem	:
这	线索	在	特别的	到	这	有趣的	问题	:

这尤其引出了一个有趣的问题：

[tu:; tə] [sɑ:lv] [ə; eɪ]['gɪv(ə)n][kwɑ:'drætɪk][ɪ'kweɪʒ(ə)n][wɪð; wɪθ][ˌældʒɪ'breɪɪk][nu:'merɪk(ə)l] [kəʊ'fɪʃənts] [ɪn]['eni]

to	solve	a	given	quadratic	equation	with	algebraic	numerical	coefficients	in	any
到	解决	一个	给定	二次函数	方程	和	代数	数值	系数	在	任何

['nʌmbər] [ʌv; əv]['vɛri:əbəlz][baɪ] ['ɪntɪgrəl] [ɔ:r]['frækʃən(ə)l] ['nʌmbərz] [bɪ'lɔ:ŋɪŋ] [tu:; tə][ðə; ði][ˌældʒɪ'breɪɪk]

number	of	variables	by	integral	or	fractional	numbers	belonging	to	the	algebraic
数字	的	变量	经过	不可缺少的	或者	分数	数字	属于	到	这	代数

[relm] [ʌv; əv] [ˌræʃə'nælətɪ] [dɪ'tɜ:rmɪnd] [baɪ][ðə; ði] [kəʊ'fɪʃənts] .

realm	of	rationality	determined	by	the	coefficients	.
领域	的	理性	决定	经过	这	系数	.

用属于由系数确定的代数有理数域的整数或分数数来求解给定的具有代数数值系数的任意数量变量的二次方程。

[ðə; ði] ['fɑ:loʊɪŋ] [ɪm'pɔ:rt(ə)nt]['prɑ:bləm] [meɪ] [fɔ:rm][ə; eɪ][træn'zɪʃ(ə)n][tu:; tə]['ældʒɪbrə][ænd; ənd][ðə; ði]

The	following	important	problem	may	form	a	transition	to	algebra	and	the
这	下列的	重要的	问题	可能	形式	一个	过渡	到	代数	和	这

['θi:əri] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] : [-]

theory	of	functions	:	[	25	]
理论	的	函数	:	[	-	]

以下重要问题可能构成向代数和函数论的过渡：[25]

['hɪlbɜ-t] , " ['u:bər] [den] - - - , " [mæθ] .

Hilbert	,	"	Ueber	den	Dirichlet'schen	biquadratischen	Zahlenkörper	,	"	Math	.
希尔伯特	,	"	ueber	丹	-	-	-	,	"	数学	.

希尔伯特，“Ueber den Dirichlet'schen biquadratischen Zahlenkörper”，数学。

['ænələn] , ['vɑ:l] . - ; " ['u:bər] [daɪ] [ˌteɪə'ri:] ['dɜ-:] - - , " - .

Annalen	,	vol	.	45	;	"	Ueber	die	Theorie	der	relativquadratischen	Zahlenkörper	,	"	Jahresber	.
安娜伦	,	卷	.	-	;	"	ueber	死	理论	德尔	-	-	,	"	-	.

安娜伦，卷。 45； “Ueber die Theorie der relativquadratischen Zahlenkörper”，Jahresber。

[di:] . ['dɔɪtʃən] - - [fɛə'aɪnɪgʊŋ] , - , [ænd; ənd] [mæθ] .

d	.	Deutschen	Mathematiker	-	Vereinigung	,	1897	,	and	Math	.
d	.	德语	-	-	协会	,	-	,	和	数学	.

d.德国数学协会，1897 年，以及数学。

['ænələn] , ['vɑ:l] .

Annalen	,	vol	.
安娜伦	,	卷	.

Annalen，卷。

- ; " ['u:bər] [daɪ] [ˌteɪə'ri:] ['dɜ-:][rɪ'lætɪv] - - ['kɜ:rpər] , " ['nɑ:xˌrɪxtən] [di:] . [keɪ] . [gɛs] . [di:] .

51	;	"	Ueber	die	Theorie	der	relativ	-	Abelschen	Körper	,	"	Nachrichten	d	.	K	.	Ges	.	d	.
-	;	"	ueber	死	理论	德尔	相对论	-	-	身体	,	"	新闻	d	.	K	.	格斯	.	d	.

['wɪs] .

Wiss	.
维斯	.

51； “Ueber die Theorie der relativ-Abelschen Körper”，Nachrichten d。 K. 格斯。 d.维斯.

[zuː] ['gɜːtɪŋən] , - ;
zu **Göttingen** **,** **1898** **;**
祖 哥廷根 , - ;

祖哥廷根，1898 年；

['grʊntˌlɑːgən] ['dɜː:] [ʒeɪˌɑː'mɛtri] , ['laɪpsɪg] , - , [tʃæp] . [ˌviːˌaɪ'aɪ'aɪ] , § - [[trænz'leɪʃ(ə)n][baɪ] ['taʊnzənd]
Grundlagen **der** **Geometrie** **,** **Leipzig** **,** **1899** **,** **Chap** **.** **VIII** **,** **§** **83** **[** **Translation** **by** **Townsend**
grundlagen 德尔 几何 , 莱比锡 , - , 查普 . 八 , § - [翻译 经过 汤森德
, [ʃɪ'kɑːgoʊ] , -] .
, **Chicago** **,** **1902** **]** **.**
, 芝加哥 , -] .

Grundlagen der Geometrie，莱比锡，1899 年，第 1 章。 VIII，§ 83 [汤森翻译，芝加哥，1902 年]。

[ˌsiː'ef] .
Cf **.**
cf .

参见。

['ɔːlsoʊ][ðə; ði] [ˌdɪsər'teɪʃ(ə)n] [ʌv; əv][dʒiː] . - , ['gɜːtɪŋən] , - . - .
also **the** **dissertation** **of** **G** **.** **Rückle** **,** **Göttingen** **,** **1901** **.** **12** **.**
还 这 论文 的 G . - , 哥廷根 , - . - .

还有 G. Rückle 的论文，哥廷根，1901.12。

[ɪk'stenʃ(ə)n] [ʌv; əv] - ['θiːərəm] [ɑːn] [ə'biːljən] [fiːldz] [tuː; tə] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [relm]
EXTENSION **OF** **KRONECKER'S** **THEOREM** **ON** **ABELIAN** **FIELDS** **TO** **ANY** **ALGEBRAIC** **REALM**
扩大 的 - 定理 在 阿贝尔 字段 到 任何 代数 领域
[ʌv; əv] [ˌræʃə'næləti] .
OF **RATIONALITY** **.**
的 理性 .

将克罗内克关于阿贝尔域的定理推广到任何有理代数域。

[ðə; ði] ['θiːərəm] [ðæt] ['evri] [ə'biːljən] ['nʌmbər] [fiːld] [ɜ'aɪzɪz][frʌm; frəm][ðə; ði] [relm] [ʌv; əv]['ræʃ(ə)nəl]
The **theorem** **that** **every** **abelian** **number** **field** **arises** **from** **the** **realm** **of** **rational**
这 定理 那 每一个 阿贝尔 数字 场地 出现 从 这 领域 的 合理的
['nʌmbərz] [baɪ][ðə; ði][ˌkɑːmpə'zɪʃ(ə)n][ʌv; əv] [fiːldz] [ʌv; əv] [ruːts] [ʌv; əv]['juːnəti][ɪz] [duː] [tuː; tə] ['kroʊnɛkər] .
numbers **by** **the** **composition** **of** **fields** **of** **roots** **of** **unity** **is** **due** **to** **Kronecker** **.**
数字 经过 这 作品 的 字段 的 根 的 统一 是 到期的 到 克罗内克 .

克罗内克定理指出，每个阿贝尔数域都是由有理数域的单位根域的复合而产生的。

[ðɪs] [ˌfʌndə'ment(ə)l] ['θiːərəm] [ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] ['ɪntɪgrəl] [ɪ'kweɪʒənz] [kən'teɪnz] [tuː] ['steɪtmənts] ,
This **fundamental** **theorem** **in** **the** **theory** **of** **integral** **equations** **contains** **two** **statements** **,**
这 基本的 定理 在 这 理论 的 不可缺少的 方程式 包含 二 声明 ,
['neɪmli] :
namely **:**
即 :

积分方程理论中的这一基本定理包含两个陈述，即：

[fɜːrst] .
First **.**
第一的 .

第一的。

[ˌaɪ 'tiː] ['ænsər] [ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] ['nʌmbər] [ænd; ənd] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv] [ðoʊz]
It **answers** **the** **question** **as** **to** **the** **number** **and** **existence** **of** **those**
它 答案 这 问题 作为 到 这 数字 和 存在 的 那些

它回答了关于这些物种的数量和存在的问题。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[**Pg** **23** **]**
[页 -]

[ɪ'kweɪʒənz] [wɪtʃ] [hæv; həv][ə; eɪ]['gɪv(ə)n] [dɪ'griː] ,
equations **which** **have** **a** **given** **degree** **,**
方程式 哪个 有 一个 给定 程度 ,

具有给定次数的方程，

[ə; eɪ]['gɪv(ə)n] [ə'biːljən] [gruːp] [ænd; ənd][ə; eɪ]['gɪv(ə)n] [dɪ'skrɪmənənt] [wɪð; wɪθ] [rɪ'spekt] [tuː; tə][ðə; ði] [relm]
a **given** **abelian** **group** **and** **a** **given** **discriminant** **with** **respect** **to** **the** **realm**
一个 给定 阿贝尔 团体 和 一个 给定 歧视 和 尊重 到 这 领域
[ʌv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbərz] .
of **rational** **numbers** **.**
的 合理的 数字 .

给定一个阿贝尔群和一个关于有理数域的判别式。

['sekənd] .
Second **.**
第二 .

第二。

[ˌaɪ 'tiː] [steɪts] [ðæt] [ðə; ði] [ruːts] [ʌv; əv] [sʌtʃ] [ɪ'kweɪʒənz] [fɔːrm][ə; eɪ] [relm] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbərz]
It **states** **that** **the** **roots** **of** **such** **equations** **form** **a** **realm** **of** **algebraic** **numbers**
它 各州 那 这 根 的 这样的 方程式 形式 一个 领域 的 代数 数字
[wɪtʃ] [ˌkəuin'saidz][wɪð; wɪθ][ðə; ði] [relm] [əb'teɪnd] [baɪ] [ə'saɪnɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]['ɑːrgjumənt][ɪn][ðə; ði]
which **coincides** **with** **the** **realm** **obtained** **by** **assigning** **to** **the** **argument** **in** **the**
哪个 巧合 和 这 领域 获得 经过 分配 到 这 争论 在 这
[ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɔːl]['ræʃ(ə)nəl][nuː'merɪk(ə)l]['vælјuːz][ɪn] [sək'seʃ(ə)n] .
exponential **function** **all** **rational** **numerical** **values** **in** **succession** **.**
指数 功能 全部 合理的 数值 值 在 演替 .

它指出，这类方程的根构成了一个代数数域，该代数数域与将指数函数中的自变量依次赋值给所有有理数值所得到的域相吻合。

[ðə; ði][fɜːrst] ['steɪtmənt] [ɪz] [kən'sɜːrnd] [wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['kwestʃən] [ʌv; əv][ðə; ði][dɪˌtɜːrmɪ'neɪʃ(ə)n][ʌv; əv]
The **first** **statement** **is** **concerned** **with** **the** **question** **of** **the** **determination** **of**
这 第一的 陈述 是 担心的 和 这 问题 的 这 决心 的
['sɜːrt(ə)n][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbərz] [baɪ][ðer; ðər] [gruːps] [ænd; ənd][ðer; ðər] ['brəntʃɪŋ] .
certain **algebraic** **numbers** **by** **their** **groups** **and** **their** **branching** **.**
肯定 代数 数字 经过 他们的 团体 和 他们的 分枝 .

第一条陈述涉及通过群及其分支来确定某些代数数的问题。

[ðɪs] ['kwestʃən] [ˌkɔris'pɔndz] , ['ðerfɔːr] ,
This **question** **corresponds** **,** **therefore** **,**
这 问题 对应 , 所以 ,

因此，这个问题对应于：

[tuː; tə][ðə; ði] [noʊn] ['prɑːbləm][ʌv; əv][ðə; ði][dɪˌtɜːrmɪ'neɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['fʌŋkʃnz]
to **the** **known** **problem** **of** **the** **determination** **of** **algebraic** **functions**
到 这 已知 问题 的 这 决心 的 代数 函数
[ˌkɔːrə'spɑːndɪŋ] [tuː; tə]['gɪv(ə)n] ['riːmaːn] ['sɜ˞ːfəsəz, 'sɜ˞ːfəsɪz] .
corresponding **to** **given** **Riemann** **surfaces** **.**
相应的 到 给定 黎曼 表面 .

针对已知问题，确定与给定黎曼曲面对应的代数函数。

[ðə; ði]['sekənd] ['steɪtmənt] ['fəːniʃiz] [ðə; ði][rɪ'kwaɪərd] ['nʌmbərz] [baɪ] [ˌtrænsen'dentl] [miːnz] , ['neɪmli]
The **second** **statement** **furnishes** **the** **required** **numbers** **by** **transcendental** **means** **,** **namely**
这 第二 陈述 提供 这 必需的 数字 经过 超验的 方法 , 即
, [baɪ][ðə; ði] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] .
, **by** **the** **exponential** **function** **.**
, 经过 这 指数 功能 .

第二条语句通过超越方法，即指数函数，提供了所需的数字。

[sɪns] [ðə; ði] [relm] [ʌv; əv][ðə; ði][ɪ'mædʒɪneri][kwɑ:'drætɪk] ['nʌmbər] [fi:ldz] [ɪz][ðə; ði] ['sɪmplɪst] ['æftər][ðə; ði]

Since	the	realm	of	the	imaginary	quadratic	number	fields	is	the	simplest	after	the
自从	这	领域	的	这	假想	二次函数	数字	字段	是	这	最简单的	后	这

[relm] [ʌv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbərz] ,

realm	of	rational	numbers	,
领域	的	合理的	数字	,

由于虚二次数域是仅次于有理数域的最简单的域，

[ðə; ði]['prɑ:bləm][ɜ'aɪzɪz] , [tu:; tə][ɪk'stend] - ['θi:ərəm] [tu:; tə] [ðɪs] [keɪs] .

the	problem	arises	,	to	extend	Kronecker's	theorem	to	this	case	.
这	问题	出现	,	到	延长	-	定理	到	这	案件	.

问题在于如何将克罗内克定理推广到这种情况。

['kroʊnɛkər] [hɪm'self][hæz; həz] [meɪd] [ðə; ði] [ə'sɜ:rʃ(ə)n] [ðæt] [ðə; ði][ə'bi:ljən] [ɪ'kweɪʒənz] [ɪn][ðə; ði] [relm]

Kronecker	himself	has	made	the	assertion	that	the	abelian	equations	in	the	realm
克罗内克	他自己	有	制成	这	断言	那	这	阿贝尔	方程式	在	这	领域

[ʌv; əv][ə; eɪ][kwɑ:'drætɪk] [fi:ld] [ɑ:r; ər]['gɪv(ə)n][baɪ][ðə; ði] [ɪ'kweɪʒənz] [ʌv; əv][ˌtrænsfər'meɪʃ(ə)n][ʌv; əv] [ɪ'lɪptɪk]

of	a	quadratic	field	are	given	by	the	equations	of	transformation	of	elliptic
的	一个	二次函数	场地	是	给定	经过	这	方程式	的	转型	的	椭圆

['fʌŋkʃnz] [wɪð; wɪθ]['sɪŋgjələr]['mɑ:dʒəˌlaɪ] ,

functions	with	singular	moduli	,
函数	和	单数	模数	,

克罗内克本人曾断言，二次域中的阿贝尔方程是由具有奇异模的椭圆函数的变换方程给出的。

[soʊ] [ðæt] [ðə; ði] [ɪ'lɪptɪk] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ə'sju:mz] [hɪr] [ðə; ði] [seɪm] [roʊl][æz; əz][ðə; ði] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n]

so	that	the	elliptic	function	assumes	here	the	same	rôle	as	the	exponential	function
所以	那	这	椭圆	功能	假设	这里	这	相同的	角色	作为	这	指数	功能

[ɪn][ðə; ði]['fɔ:rmər] [keɪs] .

in	the	former	case	.
在	这	以前的	案件	.

因此，椭圆函数在这里扮演了与前一种情况下指数函数相同的角色。

[ðə; ði] [pru:f] [ʌv; əv] - [kən'dʒektʃər][hæz; həz][nɑ:t] [jet] [bɪn] ['fɜ:rnɪʃt] ;

The	proof	of	Kronecker's	conjecture	has	not	yet	been	furnished	;
这	证明	的	-	推测	有	不是	然而	到过	提供	;

克罗内克猜想的证明尚未给出；

[bʌt; bət][aɪ] [bɪ'li:v] [ðæt] [ˌaɪ 'ti:][mʌst; məst][bi:; bi][əb'teɪnəb(ə)l] [wɪ'ðaʊt] ['veri] [greɪt] ['dɪfɪkəlti] [ɑ:n][ðə; ði]

but	I	believe	that	it	must	be	obtainable	without	very	great	difficulty	on	the
但	我	相信	那	它	必须	是	可获得	没有	非常	伟大的	困难	在	这

['beɪsɪs][ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv][kəm'pleks] [ˌmʌltɪplɪ'keɪʃn] [dɪ'veləpt] [baɪ][eɪtʃ] . ['veɪbər] [-]

basis	of	the	theory	of	complex	multiplication	developed	by	H	.	Weber	[	26	]
基础	的	这	理论	的	复杂的	乘法	发达	经过	H	.	韦伯	[	-	]

[wɪð; wɪθ][ðə; ði][help][ʌv; əv][ðə; ði] ['pjʊrli] [ˌærɪθ'metɪkl] ['θi:ərəmz] [ɑ:n] [klæs] [fi:ldz] [wɪtʃ] [aɪ][hæv; həv]

with	the	help	of	the	purely	arithmetical	theorems	on	class	fields	which	I	have
和	这	帮助	的	这	纯粹	算术	定理	在	班级	字段	哪个	我	有

[ɪ'stæblɪʃt] .

established	.
已确立的	.

但我相信，根据 H. Weber[26] 开发的复乘法理论，借助我所建立的关于类域的纯算术定理，一定可以毫不费力地得到它。

['faɪnəli] , [ðə; ði][ɪk'stenʃ(ə)n][ʌv; əv] - ['θi:ərəm] [tu:; tə][ðə; ði] [keɪs] [ðæt] ,

Finally	,	the	extension	of	Kronecker's	theorem	to	the	case	that	,
最后	,	这	扩大	的	-	定理	到	这	案件	那	,

最后，将克罗内克定理推广到以下情况：

[ɪn] [pleɪs] [ʌv; əv][ðə; ði] [relm] [ʌv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbərz] [ɔ:r][ʌv; əv][ðə; ði][ɪ'mædʒɪneri][kwɑ:'drætɪk] [fi:ld] ,

in	place	of	the	realm	of	rational	numbers	or	of	the	imaginary	quadratic	field	,
在	地方	的	这	领域	的	合理的	数字	或者	的	这	假想	二次函数	场地	,

代替有理数域或虚二次域，

['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [fiːld] [wət'evər] [ɪz][leɪd] [daʊn] [æz; əz] [relm] [ʌv; əv] [ˌræʃə'næləti] ,

any	algebraic	field	whatever	is	laid	down	as	realm	of	rationality	,
任何	代数	场地	任何	是	铺设	向下	作为	领域	的	理性	,

任何被定义为理性领域的代数域，

[siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː][ʌv; əv][ðə; ði] ['gretɪst] [ɪm'pɔːrt(ə)ns] .

seems	to	me	of	the	greatest	importance	.
似乎	到	我	的	这	最	重要性	.

在我看来，这至关重要。

[aɪ][rɪ'gɑːrd] [ðɪs] ['prɑːbləm][æz; əz][wʌn][ʌv; əv][ðə; ði][moʊst] [prə'faʊnd] [ænd; ənd][fɑːr] - [riːtʃɪŋ] [ɪn][ðə; ði]

I	regard	this	problem	as	one	of	the	most	profound	and	far	-	reaching	in	the
我	看待	这	问题	作为	一	的	这	最多	深刻的	和	远的	-	到达	在	这

['θiːəri] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] [ænd; ənd][ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] .

theory	of	numbers	and	of	functions	.
理论	的	数字	和	的	函数	.

我认为这个问题是数论和函数论中最深刻、影响最深远的问题之一。

[ðə; ði]['prɑːbləm][ɪz] [faʊnd] [tuː; tə][biː; bi][ək'sesəb(ə)l][frʌm; frəm] ['meni] [s'tændpɔɪnts] .

The	problem	is	found	to	be	accessible	from	many	standpoints	.
这	问题	是	成立	到	是	可访问	从	许多	立场	.

从多个角度来看，这个问题都是可以解决的。

[aɪ][rɪ'gɑːrd][æz; əz][ðə; ði][moʊst][ɪm'pɔːrt(ə)nt] [kiː] [tuː; tə][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] [pɑːrt][ʌv; əv] [ðɪs] ['prɑːbləm]

I	regard	as	the	most	important	key	to	the	arithmetical	part	of	this	problem
我	看待	作为	这	最多	重要的	钥匙	到	这	算术	部分	的	这	问题

[ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [lɔː] [ʌv; əv][ˌresɪ'prɑːsəti][fɔːr; fər] ['rezɪdjʊ] [ʌv; əv][tiː 'eɪtʃ] ['paʊɝz] [wɪ'ðɪn] ['eni]['gɪv(ə)n]

the	general	law	of	reciprocity	for	residues	of	th	powers	within	any	given
这	一般的	法律	的	互惠	为了	残基	的	th	权力	之内	任何	给定

['nʌmbər] [fiːld] .

number	field	.
数字	场地	.

我认为解决此问题算术部分的关键在于任意给定数域内 t 次幂的剩余项的互逆规律。

[æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] - [ˌθiːə'retɪk(ə)l][pɑːrt][ʌv; əv][ðə; ði]['prɑːbləm] ,

As	to	the	function	-	theoretical	part	of	the	problem	,
作为	到	这	功能	-	理论	部分	的	这	问题	,

至于问题的函数论部分，

[ðə; ði] [ɪn'vestɪgeɪtər] [ɪn] [ðɪs] [ə'træktɪv] ['riːdʒən] [wɪl] [biː; bi] ['gaɪdɪd] [baɪ][ðə; ði][rɪ'mɑːrkəb(ə)l][a'nælədʒiz]

the	investigator	in	this	attractive	region	will	be	guided	by	the	remarkable	analogies
这	研究者	在	这	吸引人的	地区	将要	是	引导	经过	这	卓越	类比

[wɪtʃ] [ɑːr; ər]['noʊtɪsəb(ə)l] [bɪ'twiːn] [ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][wʌn]['veriəb(ə)l]

which	are	noticeable	between	the	theory	of	algebraic	functions	of	one	variable
哪个	是	显	之间	这	理论	的	代数	函数	的	一	多变的

[ænd; ənd][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbərz] .

and	the	theory	of	algebraic	numbers	.
和	这	理论	的	代数	数字	.

在这个引人入胜的领域，研究者将受到单变量代数函数理论和代数数理论之间显著相似性的指导。

['hɛnsəl] [-] [hæz; həz]

Hensel	[	27	]	has
亨塞尔	[	-	]	有

亨塞尔[27]

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	24	]
[	页	-	]

[第24页]

[prə'poʊzd] [ænd; ənd] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] [ðə; ði] ['ænəlɔ:g] [ɪn][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbərz] [tu:; tə]
proposed 建议的 **and** 和 **investigated** 调查 **the** 这 **analogue** 类似物 **in** 在 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **algebraic** 代数 **numbers** 数字 **to** 到
[ðə; ði] [dɪ'veləpmənt] [ɪn] ['paʊər] ['sɪri:z] [ʌv; əv][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['fʌŋkʃ(ə)n] ;
the 这 **development** 发展 **in** 在 **power** 力量 **series** 系列 **of** 的 **an** 一个 **algebraic** 代数 **function** 功能 **;** ;

提出并研究了代数数理论中与代数函数幂级数展开类似的理论;

[ænd; ənd] ['lændzbɜ-g] [-] [hæz; həz] ['tri:tɪd] [ðə; ði] ['ænəlɔ:g] [ʌv; əv][ðə; ði] ['ri:maːn] - ['rɑ:k] ['θi:ərəm]
and 和 **Landsberg** 兰茨贝格 **[** [**28** - **]**] **has** 有 **treated** 治疗 **the** 这 **analogue** 类似物 **of** 的 **the** 这 **Riemann** 黎曼 **-** - **Roch** 罗奇 **theorem** 定理
.
:
.

Landsberg[28] 处理了黎曼-罗赫定理的类似物。

[ðə; ði][ə'nælədʒi] [bɪ'twi:n] [ðə; ði] [dɪ'fɪʃ(ə)nsi] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['ri:maːn] ['sɜ:rfɪs] [ænd; ənd] [ðæt] [ʌv; əv][ðə; ði]
The 这 **analogy** 类比 **between** 之间 **the** 这 **deficiency** 不足 **of** 的 **a** 一个 **Riemann** 黎曼 **surface** 表面 **and** 和 **that** 那 **of** 的 **the** 这
[klæs] ['nʌmbər] [ʌv; əv][ə; eɪ] [fi:ld] [ʌv; əv] ['nʌmbərz] [ɪz]['ɔ:lsoʊ] ['evɪdənt] .
class 班级 **number** 数字 **of** 的 **a** 一个 **field** 场地 **of** 的 **numbers** 数字 **is** 是 **also** 还 **evident** 明显 **.** .

黎曼曲面的亏缺与数域的类数的亏缺之间的类比也是显而易见的。

[kən'sɪdər] [ə; eɪ] ['ri:maːn] ['sɜ:rfɪs] [ʌv; əv] [dɪ'fɪʃ(ə)nsi] ([tu:; tə] [tʌtʃ] [ɑ:n][ðə; ði] ['sɪmplɪst] [keɪs] ['oʊnli])
Consider 考虑 **a** 一个 **Riemann** 黎曼 **surface** 表面 **of** 的 **deficiency** 不足 **(** (**to** 到 **touch** 触碰 **on** 在 **the** 这 **simplest** 最简单的 **case** 案件 **only** 仅有的 **)**)
[ænd; ənd][ɑ:n][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd][ə; eɪ] ['nʌmbər] [fi:ld] [ʌv; əv] [klæs] .
and 和 **on** 在 **the** 这 **other** 其他 **hand** 手 **a** 一个 **number** 数字 **field** 场地 **of** 的 **class** 班级 **.** .

考虑一个亏缺黎曼曲面（仅涉及最简单的情况），另一方面考虑一个类为的数域。

[tu:; tə][ðə; ði] [pru:f] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] ['evriwer] ['faɪnaɪt][ɑ:n][ðə; ði]
To 到 **the** 这 **proof** 证明 **of** 的 **the** 这 **existence** 存在 **of** 的 **an** 一个 **integral** 不可缺少的 **everywhere** 到处 **finite** 有限 **on** 在 **the** 这
['ri:maːn] ['sɜ:rfɪs] ,
Riemann 黎曼 **surface** 表面 **,** ,

为了证明黎曼曲面上处处有限的积分的存在性，

[ˌkɔris'pɔndz] [ðə; ði] [pru:f] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv][æn; ən]['ɪntɪdʒər][ɪn][ðə; ði] ['nʌmbər] [fi:ld] [sʌtʃ]
corresponds 对应 **the** 这 **proof** 证明 **of** 的 **the** 这 **existence** 存在 **of** 的 **an** 一个 **integer** 整数 **in** 在 **the** 这 **number** 数字 **field** 场地 **such** 这样的
[ðæt] [ðə; ði] ['nʌmbər] [ˌreprɪ'zents] [ə; eɪ][kwɑ:'drætɪk] [fi:ld] ,
that 那 **the** 这 **number** 数字 **represents** 代表 **a** 一个 **quadratic** 二次函数 **field** 场地 **,** ,

对应于证明数域中存在一个整数，使得该整数表示一个二次域。

['relətɪvli] ['ʌn'bra:ntʃt] [wɪð; wɪθ] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [fi:ld] .
relatively 相对地 **unbranched** 未分支的 **with** 和 **respect** 尊重 **to** 到 **the** 这 **fundamental** 基本的 **field** 场地 **.** .

相对于基础场而言，分支相对较少。

[ɪn][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['fʌŋkʃnz] , [ðə; ði] ['meθəd] [ʌv; əv] ['baʊndri] ['vælju:z] (
In 在 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **algebraic** 代数 **functions** 函数 **,** , **the** 这 **method** 方法 **of** 的 **boundary** 边界 **values** 值 **(** (
-) [sə:vz] ,
Randwerthaufgabe - **)**) **serves** 服务 **,** ,

在代数函数理论中，边界值法（Randwerthaufgabe）发挥着重要作用。

[æz; əz][ɪz] [wel] [noʊn] , [fɔːr; fər][ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv] ['riːmɑːnz] [ɪg'zɪstəns] ['θiːərəm] .

as	is	well	known	,	for	the	proof	of	Riemann's	existence	theorem	.
作为	是	出色地	已知	,	为了	这	证明	的	黎曼的	存在	定理	.

众所周知，黎曼存在性定理就是用这种方法证明的。

[ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] ['nʌmbər] [fiːldz] ['ɔːlsoʊ] ,

In	the	theory	of	number	fields	also	,
在	这	理论	的	数字	字段	还	,

在数域理论中也是如此，

[ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv][dʒʌst] [ðɪs] ['nʌmbər] ['ɔfɚz] [ðə; ði] ['gretɪst] ['dɪfɪkəlti] .

the	proof	of	the	existence	of	just	this	number	offers	the	greatest	difficulty	.
这	证明	的	这	存在	的	只是	这	数字	优惠	这	最	困难	.

证明这个数字的存在是最大的难题。

[ðɪs] [pruːf] [sək'siːdz] [wɪð; wɪθ][ˌɪndɪ'spensəb(ə)l] [ə'sɪstəns] [frʌm; frəm][ðə; ði] ['θiːərəm] [ðæt] [ɪn][ðə; ði]

This	proof	succeeds	with	indispensable	assistance	from	the	theorem	that	in	the
这	证明	成功	和	必不可少	协助	从	这	定理	那	在	这

['nʌmbər] [fiːld] [ðer; ðər][ɑːr; ər] ['ɔːlweɪz] [praɪm] [aɪ'diːlz] [ˌkɔːrə'spɑːndɪŋ] [tuː; tə]['gɪv(ə)n][rɪ'zɪdʒuəl] ['prɑːpərtiz]

number	field	there	are	always	prime	ideals	corresponding	to	given	residual	properties
数字	场地	那里	是	总是	主要的	理想	相应的	到	给定	残余	特性

.

:

.

该证明的成功离不开数域中总存在与给定剩余性质相对应的素理想这一定理的不可或缺的帮助。

[ðɪs] ['lætər] [fækt][ɪz] ['ðerfɔːr] [ðə; ði] ['ænəlɔːg] [ɪn] ['nʌmbər] ['θiːəri] [tuː; tə][ðə; ði]['prɑːbləm][ʌv; əv]

This	latter	fact	is	therefore	the	analogue	in	number	theory	to	the	problem	of
这	后者	事实	是	所以	这	类似物	在	数字	理论	到	这	问题	的

['baʊndri] ['vælјuːz] .

boundary	values	.
边界	值	.

因此，后一个事实在数论中类似于边界值问题。

[ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv]['eɪbəlz] ['θiːərəm] [ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['fʌŋkʃnz] [iks'presiz] ,

The	equation	of	Abel's	theorem	in	the	theory	of	algebraic	functions	expresses	,
这	方程	的	亚伯的	定理	在	这	理论	的	代数	函数	表达	,

[æz; əz][ɪz] [wel] [noʊn] ,

as	is	well	known	,
作为	是	出色地	已知	,

众所周知，代数函数理论中的阿贝尔定理方程表达的是：

[ðə; ði] ['nesəseri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kən'dɪʃ(ə)n] [ðæt] [ðə; ði] [pɔɪnts] [ɪn] ['kwestʃən] [ɑːn][ðə; ði] ['riːmaːn]

the	necessary	and	sufficient	condition	that	the	points	in	question	on	the	Riemann
这	必要的	和	充足的	状况	那	这	积分	在	问题	在	这	黎曼

['sɜːrfɪs] [ɑːr; ər][ðə; ði]['zɪroʊ] [pɔɪnts] [ʌv; əv][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌŋkʃ(ə)n] [bɪ'lɔːŋɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði] ['sɜːrfɪs]

surface	are	the	zero	points	of	an	algebraic	function	belonging	to	the	surface
表面	是	这	零	积分	的	一个	代数	功能	属于	到	这	表面

.

:

.

黎曼曲面上所讨论的点是属于该曲面的代数函数的零点的充要条件。

[ðə; ði][ɪg'zækt] ['ænəlɔːg] [ʌv; əv]['eɪbəlz] ['θiːərəm] , [ɪn][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ðə; ði] ['nʌmbər] [fiːld] [ʌv; əv]

The	exact	analogue	of	Abel's	theorem	,	in	the	theory	of	the	number	field	of
这	精确的	类似物	的	亚伯的	定理	,	在	这	理论	的	这	数字	场地	的

[klæs] ,

class	,
班级	,

阿贝尔定理在类数域理论中的精确对应物是：

[ɪz][ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [lɔ:] [ʌv; əv][kwɑ:'drætɪk][ˌresɪ'prɑ:səti] [-]

is	the	equation	of	the	law	of	quadratic	reciprocity	[	29	]
是	这	方程	的	这	法律	的	二次函数	互惠	[	-	]

是二次互反律的方程[29]

[wɪtʃ] [di'klɛəz] [ðæt] [ðə; ði][aɪ'di:əl][ɪz] [ðen] [ænd; ənd]['oʊnli] [ðen] [ə; eɪ]['prɪnsəp(ə)l][aɪ'di:əl][ʌv; əv][ðə; ði]

which	declares	that	the	ideal	is	then	and	only	then	a	principal	ideal	of	the
哪个	声明	那	这	理想的	是	然后	和	仅有的	然后	一个	主要的	理想的	的	这

['nʌmbər] [fi:ld] [wen] [ðə; ði][kwɑ:'drætɪk] ['rezɪdu:] [ʌv; əv][ðə; ði] ['nʌmbər] [wɪð; wɪθ] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði]

number	field	when	the	quadratic	residue	of	the	number	with	respect	to	the
数字	场地	什么时候	这	二次函数	残留物	的	这	数字	和	尊重	到	这

[aɪ'di:əl][ɪz]['pɑ:zətɪv] .

ideal	is	positive	.
理想的	是	积极的	.

这表明，当且仅当一个数关于该理想的二次剩余为正时，该理想才是数域的主理想。

[ˌaɪ 'ti:] [wɪl] [bi:; bi] [si:n] [ðæt] [ɪn][ðə; ði]['prɑ:bləm][dʒʌst] ['skɛtʃt] [ðə; ði] [θri:] [ˌfʌndə'ment(ə)l] ['bræntʃɪz]

It	will	be	seen	that	in	the	problem	just	sketched	the	three	fundamental	branches
它	将要	是	已见	那	在	这	问题	只是	草图	这	三	基本的	分支

[ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,

of	mathematics	,
的	数学	,

可以看出，这个问题概括了数学的三个基本分支。

['nʌmbər] ['θi:əri] , ['ældʒɪbrə][ænd; ənd]['fʌŋkʃ(ə)n] ['θi:əri] , [kʌm] ['ɪntu:]['kloʊsɪst] [tʌtʃ] [wɪð; wɪθ][wʌn]

number	theory	,	algebra	and	function	theory	,	come	into	closest	touch	with	one
数字	理论	,	代数	和	功能	理论	,	来	进入	最接近	触碰	和	一

[ə'nʌðər] ,

another	,
其他	,

数论、代数和函数论之间的联系最为紧密。

[ænd; ənd][aɪ][ˌeɪ 'em]['sɜ:rt(ə)n] [ðæt] [ðə; ði]

and	I	am	certain	that	the
和	我	是	肯定	那	这

我确信

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	25	]
[	页	-	]

[第25页]

['θi:əri] [ʌv; əv][ˌænə'lɪtɪk(ə)l] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] ['sevrəl] ['vɛri:əbəlz][ɪn][pər'tɪkjələr] [wʊd] [bi:; bi]['noʊtəbli]

theory	of	analytical	functions	of	several	variables	in	particular	would	be	notably
理论	的	分析	函数	的	一些	变量	在	特别的	会	是	尤其

[ɪn'rɪtʃt; en'rɪtʃt] [ɪf] [wʌn][ʃʊd; ʃəd] [sək'si:d] [ɪn]['faɪndɪŋ][ænd; ənd] [dɪ'skʌsɪŋ] [ðoʊz] ['fʌŋkʃnz] [wɪtʃ] [pleɪ]

enriched	if	one	should	succeed	in	finding	and	discussing	those	functions	which	play
富含	如果	一	应该	成功	在	寻找	和	讨论	那些	函数	哪个	玩

[ðə; ði][pɑ:rt][fɔ:r; fər]['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk]['nʌmbər] [fi:ld] [ˌkɔ:rə'spɑ:ndɪŋ] [tu:; tə][ðæt] [ʌv; əv][ðə; ði]

the	part	for	any	algebraic	number	field	corresponding	to	that	of	the
这	部分	为了	任何	代数	数字	场地	相应的	到	那	的	这

[ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɪn][ðə; ði] [fi:ld] [ʌv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbərz] [ænd; ənd][ʌv; əv][ðə; ði] [ɪ'lɪptɪk]

exponential	function	in	the	field	of	rational	numbers	and	of	the	elliptic
指数	功能	在	这	场地	的	合理的	数字	和	的	这	椭圆

['mɑ:dʒələr] ['fʌŋkʃnz] [ɪn][ðə; ði][ɪ'mædʒɪneri][kwɑ:'drætɪk]['nʌmbər] [fi:ld] .

modular	functions	in	the	imaginary	quadratic	number	field	.
模块化的	函数	在	这	假想	二次函数	数字	场地	.

如果能够找到并讨论那些在任何代数数域中扮演着与有理数域中的指数函数和虚二次数域中的椭圆模函数相对应的角色的函数，那么多元解析函数理论将会得到显著丰富。

['pæsɪŋ] [tuː; tə]['ældʒɪbrə] ,
Passing **to** **algebra** **,**
通过 到 代数 ,

进入代数课，

[aɪ][ʃæl; ʃəl]['menʃ(ə)n][ə; eɪ]['prɑːbləm][frʌm; frəm][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv] [ɪ'kweɪʒənz] [ænd; ənd][wʌn][tuː; tə]
I **shall** **mention** **a** **problem** **from** **the** **theory** **of** **equations** **and** **one** **to**
我 将 提到 一个 问题 从 这 理论 的 方程式 和 一 到
[wɪtʃ] [ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk][ɪn'veəriənts][hæz; həz][led][ˌem 'iː] . [-]
which **the** **theory** **of** **algebraic** **invariants** **has** **led** **me** **.** **[** **26** **]**
哪个 这 理论 的 代数 不变量 有 引领 我 . [-]

我将提及方程理论中的一个问题，以及代数不变量理论带给我的一个问题。[26]

- [fʊŋkt͡sɪoːnən][ˌju ɛn 'di] - ['zɑːlən] .
Elliptische **Funktionen** **und** **algebraische** **Zahlen** **.**
- 功能 和 - 扎伦 .

椭圆函数和代数 Zahlen。

['braʊnʃwaɪg] , - . [-]
Braunschweig **,** **1891** **.** **[** **27** **]**
布伦瑞克 , - . [-]

布伦瑞克，1891 年。[27]

- .
Jahresber **.**
- .

Jahresber。

[diː] . ['dɔɪtʃən] [mæθ] - [fɛɐ'aɪnɪgʊŋ] , ['vɑːl] .
d **.** **Deutschen** **Math** **-** **Vereinigung** **,** **vol** **.**
d . 德语 数学 - 协会 , 卷 .

d.德国数学联盟，卷。

[sɪks] , [ænd; ənd][æn; ən]['ɑːrtɪk(ə)l] [suːn] [tuː; tə] [ə'pɪr] [ɪn][ðə; ði] [mæθ] .
6 **,** **and** **an** **article** **soon** **to** **appear** **in** **the** **Math** **.**
6 , 和 一个 文章 很快 到 出现 在 这 数学 .

6，以及一篇即将发表在《数学》上的文章。

['ænələn] [['vɑːl] . - , [piː] . -] : " ['uːbər] [daɪ] [ˌɛnt'vɪkəlʊŋ] ['dɔ˞ː] - ['zɑːlən] [ɪn]
Annalen **[** **Vol** **.** **55** **,** **p** **.** **301** **]** **:** **"** **Ueber** **die** **Entwickelung** **der** **algebraischen** **Zahlen** **in**
安娜伦 [沃尔 . - , p . -] : " ueber 死 发展 德尔 - 扎伦 在
- . " [-]
Potenzreihen **.** **"** **[** **28** **]**
- . " [-]

安娜伦 [卷。 55，p。 301]：“Ueber die Entwickelung der algebraischen Zahlen in Potenzreihen。”[28]

[mæθ] .
Math **.**
数学 .

数学。

['ænələn] ['vɑːl] . - (-) . [-]
Annalen **vol** **.** **50** **(** **1898** **)** **.** **[** **29** **]**
安娜伦 卷 . - (-) . [-]

Annalen 第 50 卷（1898 年）。[29]

[ˌsiː'ef] .
Cf **.**
cf .

参见。

['hɪlbɝt] , " ['uːbər] [daɪ] [ˌteɪə'riː] ['dɝː][rɪ'lætɪv] - - - , " - .
Hilbert , " Ueber die Theorie der relativ - Abelschen Zahlkörper , " Gött .
希尔伯特 , " ueber 死 理论 德尔 相对论 - - - , " - .

希尔伯特，“Ueber die Theorie der relativ-Abelschen Zahlkörper”，Gött。

['nɑːxˌrɪxtən] , - . - .
Nachrichten , 1898 . 13 .
新闻 , - . - .

Nachrichten，1898.13。

[ɪmˌpɑːsə'bɪlətɪ] [ʌv; əv][ðə; ði] [sə'luːʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði] 7TH [dɪ'griː]
IMPOSSIBILITY OF THE SOLUTION OF THE GENERAL EQUATION OF THE 7TH DEGREE
不可能 的 这 解决方案 的 这 一般的 方程 的 这 7TH 程度
[baɪ] [miːnz] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] ['oʊnli] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] .
BY MEANS OF FUNCTIONS OF ONLY TWO ARGUMENTS .
经过 方法 的 函数 的 仅有的 二 论点 .

用只有两个自变量的函数无法求解七次一般方程。

[noʊ'mɑːgrəfi] [-] [diːlz] [wɪð; wɪθ][ðə; ði]['prɑːbləm] :
Nomography [30] deals with the problem :
列线图 [-] 交易 和 这 问题 :

列线图[30] 解决以下问题：

[tuː; tə] [sɑːlv] [ɪ'kweɪʒənz] [baɪ] [miːnz] [ʌv; əv] ['drɔɪŋz] [ʌv; əv] ['fæməliz] [ʌv; əv] ['kɝːvz] [di'pendiŋ] [ɑːn]
to solve equations by means of drawings of families of curves depending on
到 解决 方程式 经过 方法 的 图画 的 家庭 的 曲线 取决于 在
[æn; ən] ['ɑːrbɪtreri] [pə'ræmɪtər] .
an arbitrary parameter .
一个 随意的 范围 .

通过绘制取决于任意参数的曲线族来求解方程。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] [siːn] [æt; ət][wʌns] [ðæt] ['evri] [ruːt] [ʌv; əv][æn; ən][ɪ'kweɪʒ(ə)n] [huːz] [kəʊɪ'fɪʃənts] [dɪ'pend]
It is seen at once that every root of an equation whose coefficients depend
它 是 已见 在 一次 那 每一个 根 的 一个 方程 谁 系数 依赖
[ə'pɑːn]['oʊnli] [tuː] [pə'ræmɪtərz] ,
upon only two parameters ,
之上 仅有的 二 参数 ,

显然，系数仅取决于两个参数的方程的每个根，

[ðæt] [ɪz] , ['evri] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] [tuː] [ˌɪndɪ'pendənt] ['vɛriːəbəlz] ,
that is , every function of two independent variables ,
那 是 , 每一个 功能 的 二 独立的 变量 ,

也就是说，两个自变量的每一个函数，

[kæn; kən][biː; bi] [ˌreprɪ'zentɪd] [ɪn]['mænɪfoʊld] [weɪz] [ə'kɔːrdɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)l] ['laɪɪŋ] [æt; ət][ðə; ði]
can be represented in manifold ways according to the principle lying at the
能 是 代表 在 歧管 方式 根据 到 这 原则 说谎 在 这
[faʊn'deɪʃ(ə)n][ʌv; əv] [noʊ'mɑːgrəfi] .
foundation of nomography .
基础 的 列线图 .

根据列线图的基本原理，可以用多种方式表示。

['fɜːrðər] ,
Further ,
更远 ,

更远，

[ə; eɪ][lɑːrdʒ] [klæs] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] [θriː] [ɔːr] [mɔːr] ['vɛriːəbəlz] [kæn; kən] ['evɪdəntli] [biː; bi]

a	large	class	of	functions	of	three	or	more	variables	can	evidently	be
一个	大的	班级	的	函数	的	三	或者	更多的	变量	能	显然	是

[ˌreprɪ'zentɪd] [baɪ] [ðɪs] ['prɪnsəp(ə)l] [ə'loʊn] [wɪ'ðaʊt] [ðə; ði] [juːz] [ʌv; əv] ['veriəb(ə)l] ['elɪmənts; 'eləmənts] ,

represented	by	this	principle	alone	without	the	use	of	variable	elements	,
代表	经过	这	原则	独自的	没有	这	使用	的	多变的	元素	,

显然，仅凭这一原理，无需使用变量元素，就可以表示一大类具有三个或更多变量的函数。

['neɪmli] [ɔːl] [ðoʊz] [wɪtʃ] [kæn; kən] [biː; bi] ['dʒenəreɪtɪd] [baɪ] ['fɔːmiŋ] [fɜːrst] [ə; eɪ] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] [tuː]

namely	all	those	which	can	be	generated	by	forming	first	a	function	of	two
即	全部	那些	哪个	能	是	生成的	经过	成型	第一的	一个	功能	的	二

['ɑːrgjuːmənts] ,

arguments	,
论点	,

即所有可以通过首先构造一个有两个参数的函数而生成的函数，

[ðen] [iˈkweitiŋ] [iːtʃ] [ʌv; əv] [ðiːz] ['ɑːrgjuːmənts] [tuː; tə] [ə; eɪ] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] ,

then	equating	each	of	these	arguments	to	a	function	of	two	arguments	,
然后	等同	每个	的	这些	论点	到	一个	功能	的	二	论点	,

然后将每个参数都表示为两个参数的函数，

[nekst] [riˈpleisin] [iːtʃ] [ʌv; əv] [ðoʊz] ['ɑːrgjuːmənts] [ɪn] [ðer; ðər] [tɜːrn] [baɪ] [ə; eɪ] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] [tuː]

next	replacing	each	of	those	arguments	in	their	turn	by	a	function	of	two
下一个	替换	每个	的	那些	论点	在	他们的	转动	经过	一个	功能	的	二

['ɑːrgjuːmənts] ,

arguments	,
论点	,

接下来，依次将这些参数替换为一个二元函数，

[ænd; ənd] [soʊ] [ɑːn] , [rɪ'gɑːrdɪŋ] [æz; əz] [əd'mɪsəb(ə)l] ['eni] ['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ɪn'sɜrʃənz] [ʌv; əv]

and	so	on	,	regarding	as	admissible	any	finite	number	of	insertions	of
和	所以	在	,	关于	作为	可采纳	任何	有限	数字	的	插入	的

['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] .

functions	of	two	arguments	.
函数	的	二	论点	.

以此类推，将任意有限个二元函数的插入都视为可接受的。

[soʊ] , [fɔːr; fər] [ɪg'zæmp(ə)l] ,

So	,	for	example	,
所以	,	为了	例子	,

例如，

['evri] ['ræʃ(ə)nəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['eni] ['nʌmbər] [ʌv; əv] ['ɑːrgjuːmənts] [biˈlɔŋz] [tuː; tə] [ðɪs] [klæs] [ʌv; əv]

every	rational	function	of	any	number	of	arguments	belongs	to	this	class	of
每一个	合理的	功能	的	任何	数字	的	论点	属于	到	这	班级	的

['fʌŋkʃnz] [kən'strʌktɪd] [baɪ] [ˌnoʊmə'græfɪk] [teiblz] ;

functions	constructed	by	nomographic	tables	;
函数	建造	经过	列线图	表格	;

任何具有任意数量自变量的有理函数都属于用列线图构造的这类函数；

[fɔːr; fər] [ˌaɪ 'tiː] [kæn; kən] [biː; bi] ['dʒenəreɪtɪd] [baɪ] [ðə; ði] ['prɑːsesɪz] [ʌv; əv] [ə'dɪʃ(ə)n] , [səb'trækʃ(ə)n] ,

for	it	can	be	generated	by	the	processes	of	addition	,	subtraction	,
为了	它	能	是	生成的	经过	这	流程	的	添加	,	减法	,

因为它可以通过加法、减法等过程生成，

[ˌmʌltɪplɪ'keɪʃn] [ænd; ənd] [dɪ'vɪʒ(ə)n] [ænd; ənd] [iːtʃ] [ʌv; əv] [ðiːz] ['prɑːsesɪz] [prə'duːsəz, prə'duːsɪz] [ə; eɪ]

multiplication	and	division	and	each	of	these	processes	produces	a
乘法	和	分配	和	每个	的	这些	流程	产	一个

['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['oʊnli] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] .

function	of	only	two	arguments	.
功能	的	仅有的	二	论点	.

乘法和除法，这两个过程都只产生一个有两个参数的函数。

[wʌn] [siːz] ['iːzəli] [ðæt] [ðə; ði] [ruːts] [ʌv; əv] [ɔːl] [ɪ'kweɪʒənz] [wɪtʃ] [ɑːr; ər] ['sɑːlvəbl] [baɪ] ['rædɪklz] [ɪn] [ðə; ði]

One	sees	easily	that	the	roots	of	all	equations	which	are	solvable	by	radicals	in	the
一	看到	容易地	那	这	根	的	全部	方程式	哪个	是	可解	经过	自由基	在	这

['nætʃ(ə)rəl] [relm] [ʌv; əv] [ˌræʃə'næləti] [bɪ'lɔːŋ] [tuː; tə] [ðɪs] [klæs] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] ;

natural	realm	of	rationality	belong	to	this	class	of	functions	;
自然的	领域	的	理性	属于	到	这	班级	的	函数	;

很容易看出，在理性的自然领域中，所有可以用根式求解的方程的根都属于这类函数；

[fɔːr; fər] [hɪr] [ðə; ði] [ɪk'strækʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ruːts] [ɪz] [ə'dʒɒɪn] [tuː; tə] [ðə; ði] [fɔːr] [ˌærɪθ'metɪkl] [ˌɑːpɝ'eɪʃənz]

for	here	the	extraction	of	roots	is	adjoined	to	the	four	arithmetical	operations
为了	这里	这	萃取	的	根	是	相邻的	到	这	四	算术	运营

[ænd; ənd] [ðɪs] ,

and	this	,
和	这	,

因为在这里，开方运算与四则运算紧密相关，而且，

[ɪn'diːd] , ['prez(ə)nts] [ə; eɪ] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] [wʌn] ['ɑːrgjumənt] ['oʊnli] .

indeed	,	presents	a	function	of	one	argument	only	.
的确	,	礼物	一个	功能	的	一	争论	仅有的	.

实际上，它只呈现一个单参数函数。

['laɪkwaɪz] [ðə; ði] ['dʒen(ə)rəl] [ɪ'kweɪʒənz] [ʌv; əv] [ðə; ði] [tiː 'eɪtʃ] [ænd; ənd] [tiː 'eɪtʃ] [dɪ'griːz] [ɑːr; ər] ['sɑːlvəbl] [baɪ]

Likewise	the	general	equations	of	the	th	and	th	degrees	are	solvable	by
同样地	这	一般的	方程式	的	这	th	和	th	学位	是	可解	经过

['suːtəb(ə)l] [ˌnoʊmə'græfɪk] [teiblz] ;

suitable	nomographic	tables	;
合适的	列线图	表格	;

同样，第 n 次和第 n 次方程的一般形式可以通过合适的列线图求解；

[fɔːr; fər] , [baɪ] [miːnz] [ʌv; əv] [tʃɝːnhaʊzən] [ˌtrænsfɝ'meɪʃənz] , [wɪtʃ] [rɪ'kwaɪər] ['oʊnli] [ɪk'strækʃ(ə)n]

for	,	by	means	of	Tschirnhausen	transformations	,	which	require	only	extraction
为了	,	经过	方法	的	奇恩豪森	转变	,	哪个	要求	仅有的	萃取

[ʌv; əv] [ruːts] ,

of	roots	,
的	根	,

因为通过 Tschirnhausen 变换，只需要提取根，

[ðeɪ] [kæn; kən] [biː; bi] [rɪ'djʊst] [tuː; tə] [ə; eɪ] [fɔːrm]

they	can	be	reduced	to	a	form
他们	能	是	减少	到	一个	形式

它们可以被简化成一种形式

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	26	]
[	页	-	]

[第26页]

[wer] [ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts] [dɪ'pend] [ə'pɑːn] [tuː] [pə'ræmɪtərz] ['oʊnli] .

where	the	coefficients	depend	upon	two	parameters	only	.
在哪里	这	系数	依赖	之上	二	参数	仅有的	.

其中系数仅取决于两个参数。

[naʊ] [ˌaɪ 'tiː] [ɪz] ['prɑːbəb(ə)l] [ðæt] [ðə; ði] [ruːt] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['sev(ə)nθ] [dɪ'griː] [ɪz]

Now	it	is	probable	that	the	root	of	the	equation	of	the	seventh	degree	is
现在	它	是	可能	那	这	根	的	这	方程	的	这	第七	程度	是

[ə; eɪ] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ɪts] [kəʊɪ'fɪʃənts] [wɪtʃ] [dʌz] [nɑːt] [bɪ'lɔːŋ] [tuː; tə] [ðɪs] [klæs] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz]

a	function	of	its	coefficients	which	does	not	belong	to	this	class	of	functions
一个	功能	的	它是	系数	哪个	做	不是	属于	到	这	班级	的	函数

['keɪpəb(ə)l] [ʌv; əv] [ˌnoʊmə'græfɪk] [kən'strʌkʃ(ə)n] ,

capable	of	nomographic	construction	,
有能力的	的	列线图	建造	,

现在，七次方程的根很可能是一个与其系数相关的函数，而这个函数不属于能够进行列线图构造的函数类。

[aɪ] . [iː] . ,
i . **e** . **,**
我 . e . ,

IE，

[ðæt] [ˌaɪ 'tiː] ['kænɑːt] [biː; bi] [kən'strʌktɪd] [baɪ] [ə; eɪ] ['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ɪn'sɜrʃənz] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz]
that **it** **cannot** **be** **constructed** **by** **a** **finite** **number** **of** **insertions** **of** **functions**
那 它 不能 是 建造 经过 一个 有限 数字 的 插入 的 函数
[ʌv; əv] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] .
of **two** **arguments** **.**
的 二 论点 .

它不能通过有限次插入两个参数的函数来构造。

[ɪn] ['ɔːrdər] [tuː; tə] [pruːv] [ðɪs] ,
In **order** **to** **prove** **this** **,**
在 命令 到 证明 这 ,

为了证明这一点，

[ðə; ði] [pruːf] [wʊd] [biː; bi] ['nesəseri] [ðæt] [ðə; ði] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['sev(ə)nθ] [dɪ'griː] [ɪz] [nɑːt]
the **proof** **would** **be** **necessary** **that** **the** **equation** **of** **the** **seventh** **degree** **is** **not**
这 证明 会 是 必要的 那 这 方程 的 这 第七 程度 是 不是
['sɑːlvəbl] [wɪð; wɪθ] [ðə; ði] [help] [ʌv; əv] ['eni] [kən'tɪnjuəs] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] ['oʊnli] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] .
solvable **with** **the** **help** **of** **any** **continuous** **functions** **of** **only** **two** **arguments** **.**
可解 和 这 帮助 的 任何 连续的 函数 的 仅有的 二 论点 .

需要证明七次方程不能借助任何只有两个自变量的连续函数来求解。

[aɪ] [meɪ] [biː; bi] [ə'laʊd] [tuː; tə] [ˌeɪ diː 'diː] [ðæt] [aɪ] [hæv; həv] ['sætɪsfaɪd] [maɪ'self] [baɪ] [ə; eɪ] ['rɪgərəs] ['prɑːses]
I **may** **be** **allowed** **to** **add** **that** **I** **have** **satisfied** **myself** **by** **a** **rigorous** **process**
我 可能 是 允许 到 添加 那 我 有 使满意 我 经过 一个 严格的 过程
[ðæt] [ðer; ðər] [ɪg'zɪst] [ˌænə'lɪtɪk(ə)l] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] [θriː] ['ɑːrgjuːmənts] [wɪtʃ] ['kænɑːt] [biː; bi] [əb'teɪnd]
that **there** **exist** **analytical** **functions** **of** **three** **arguments** **which** **cannot** **be** **obtained**
那 那里 存在 分析 函数 的 三 论点 哪个 不能 是 获得
[baɪ] [ə; eɪ] ['faɪnaɪt] [tʃeɪn] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] ['oʊnli] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] .
by **a** **finite** **chain** **of** **functions** **of** **only** **two** **arguments** **.**
经过 一个 有限 链 的 函数 的 仅有的 二 论点 .

我还可以补充一点，我已经通过严格的过程确信，存在三个参数的解析函数，这些函数不能通过只有两个参数的有限函数链得到。

[baɪ] [im'plɔɪŋ] [ɔːg'zɪliəri] ['muːvəbl] ['elɪmənts; 'eləmənts] , [noʊ'mɑːgrəfi] [sək'siːdz] [ɪn] [kən'strʌktɪŋ]
By **employing** **auxiliary** **movable** **elements** **,** **nomography** **succeeds** **in** **constructing**
经过 雇用 辅助的 活动 元素 , 列线图 成功 在 建造
['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] [mɔːr] [ðæn; ðən] [tuː] ['ɑːrgjuːmənts] ,
functions **of** **more** **than** **two** **arguments** **,**
函数 的 更多的 比 二 论点 ,

通过运用辅助可移动元素，列线图法能够构建具有两个以上自变量的函数。

[æz; əz] - [hæz; həz] ['riːs(ə)ntli] [pruːvd] [ɪn] [ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] [tiː 'eɪtʃ]
as **d'Ocagne** **has** **recently** **proved** **in** **the** **case** **of** **the** **equation** **of** **the** **th**
作为 - 有 最近 已证实 在 这 案件 的 这 方程 的 这 th
[dɪ'griː] . [-] [-]
degree **.** **[** **31** **]** **[** **30** **]**
程度 . [-] [-]

正如 d'Ocagne 最近在 n 次方程的情况下所证明的那样。[31][30]

- , - [diː] - , ['pærɪs] , - . [-]
d'Ocagne **,** **Traité** **de** **Nomographie** **,** **Paris** **,** **1899** **.** **[** **31** **]**
- , - 德 - , 巴黎 , - . [-]

d'Ocagne，Traité de Nomographie，巴黎，1899 年。[31]

" [suə][lɑ:][ˌrezə'lu:ʃ(ə)n] - [di:] - [di:'ju] - - .
" Sur la resolution nomographiqne de l'équation du septième degré .
" 苏尔 拉 解决 - 德 - 杜 - - .

“关于七级方程式的分辨率列线。

" [kɑ̃:t] [rɔŋ'dju:] , ['pærɪs] , - . - .
" Comptes rendus , Paris , 1900 . 14 .
" 账户 雷杜斯 , 巴黎 , - . - .

“Comptes rendus，巴黎，1900.14。

[pru:f] [ʌv; əv][ðə; ði] ['faɪnaɪtˌnɪs] [ʌv; əv] ['sɜ:rt(ə)n] [kəm'pli:t] ['sɪstəmz] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] .
PROOF OF THE FINITENESS OF CERTAIN COMPLETE SYSTEMS OF FUNCTIONS .
证明 的 这 有限性 的 肯定 完全的 系统 的 函数 .

证明某些完备函数系统的有限性。

[ɪn][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk][ɪn'veəriənts] , ['kwestʃənz] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði] ['faɪnaɪtˌnɪs] [ʌv; əv]
In the theory of algebraic invariants , questions as to the finiteness of
在 这 理论 的 代数 不变量 , 问题 作为 到 这 有限性 的
[kəm'pli:t] ['sɪstəmz] [ʌv; əv][fɔ:rmz] [dɪ'zɜ:rv] ,
complete systems of forms deserve ,
完全的 系统 的 表格 应得 ,

在代数不变量理论中，关于完备形式系统的有限性的问题值得探讨。

[æz; əz][ˌaɪ 'ti:] [si:mz] [tu:; tə][ˌem 'i:] , [pər'tɪkjələr] ['ɪntrəst] .
as it seems to me , particular interest .
作为 它 似乎 到 我 , 特别的 兴趣 .

在我看来，这尤其令人感兴趣。

[el] . ['mɔrɝ] [-] [hæz; həz] ['leɪtli] [sək'si:dəd, sək'si:dɪd][ɪn] [ɪk'stendɪŋ] [ðə; ði] ['θi:ərəmz] [ɑ:n] ['faɪnaɪtˌnɪs]
L . Maurer [32] has lately succeeded in extending the theorems on finiteness
L . 毛雷尔 [-] 有 最近 成功了 在 扩展 这 定理 在 有限性
[ɪn] [ɪn'veriənt] ['θi:əri] [pru:vd] [baɪ][pi:] . ['gɔrdən] [ænd; ənd][maɪ'self] ,
in invariant theory proved by P . Gordan and myself ,
在 不变的 理论 已证实 经过 P . 戈登 和 我 ,

L. Maurer[32]最近成功地扩展了P. Gordan和我证明的关于不变理论中有限性的定理，

[tu:; tə][ðə; ði] [keɪs] [wer] , [ɪn'sted] [ʌv; əv][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl][prə'dʒektɪv] [gru:p] ,
to the case where , instead of the general projective group ,
到 这 案件 在哪里 , 反而 的 这 一般的 投射 团体 ,

对于这种情况，不是一般的射影群，

['eni] ['sʌbgru:p] [ɪz] ['tʃoʊzn] [æz; əz][ðə; ði]['beɪsɪs][fɔ:r; fər][ðə; ði] [ˌdefɪ'nɪʃn] [ʌv; əv][ɪn'veəriənts] .
any subgroup is chosen as the basis for the definition of invariants .
任何 亚组 是 选定 作为 这 基础 为了 这 定义 的 不变量 .

任意子群均可被选作定义不变量的基础。

[æn; ən][ɪm'pɔ:rt(ə)nt][step][ɪn] [ðɪs] [də'rekʃn; daɪ'rekʃn][hæd; həd] [bɪn] ['teɪkən] [ɔ:l'redi] [baɪ][ə; eɪ] . ['hɝ:wɪts] ,
An important step in this direction had been taken already by A . Hurwitz ,
一个 重要的 步 在 这 方向 有 到过 已采取 已经 经过 一个 . 赫维茨 ,

A. Hurwitz 已经朝着这个方向迈出了重要一步，

[-] [hu:] , [baɪ][æn; ən] [ɪn'dʒi:niəs] ['prɑ:ses] , [sək'si:dəd, sək'si:dɪd][ɪn][ɪ'fɛktɪŋ, 'i:fɛktɪŋ][ðə; ði] [pru:f] , [ɪn]
[33] who , by an ingenious process , succeeded in effecting the proof , in
[-] WHO , 经过 一个 巧妙 过程 , 成功了 在 产生影响 这 证明 , 在
[ɪts][ɪn'taɪər][ˌdʒenə'rælətɪ] ,
its entire generality ,
它是 全部的 概论 ,

[33] 他通过巧妙的方法成功地完成了该证明，并且具有普遍性，

[ʌv; əv][ðə; ði] ['faɪnaɪtˌnɪs] [ʌv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] [ʌv; əv] [ɔ:r'θɑ:gənəl] [ɪn'veəriənts][ʌv; əv][æn; ən] ['ɑ:rbɪtreri]
of **the** **finiteness** **of** **the** **system** **of** **orthogonal** **invariants** **of** **an** **arbitrary**
的 这 有限性 的 这 系统 的 正交 不变量 的 一个 随意的
[graʊnd] [fɔ:rm] .
ground **form** **.**
地面 形式 .

任意基形式的正交不变量系统的有限性。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[**Pg** **27** **]**
[页 -]

[第27页]

[ðə; ði] ['stʌdi] [ʌv; əv][ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði] ['faɪnaɪtˌnɪs] [ʌv; əv][ɪn'veəriənts][hæz; həz][led]
The **study** **of** **the** **question** **as** **to** **the** **finiteness** **of** **invariants** **has** **led**
这 学习 的 这 问题 作为 到 这 有限性 的 不变量 有 引领
[ˌem 'i:][tu:; tə][ə; eɪ]['sɪmp(ə)l]['prɑ:bləm] [wɪtʃ] [ɪn'klu:dz] [ðæt] ['kwestʃən] [æz; əz][ə; eɪ][pər'tɪkjələr] [keɪs]
me **to** **a** **simple** **problem** **which** **includes** **that** **question** **as** **a** **particular** **case**
我 到 一个 简单的 问题 哪个 包括 那 问题 作为 一个 特别的 案件
[ænd; ənd] [hu:z] [sə'lu:ʃ(ə)n]['prɑ:bəbli] [rɪ'kwaɪrz] [ə; eɪ] [dɪ'saɪdɪdli] [mɔ:r] [maɪ'nu:tli] ['di:teɪld; dɪ'teɪld] ['stʌdi]
and **whose** **solution** **probably** **requires** **a** **decidedly** **more** **minutely** **detailed** **study**
和 谁 解决方案 大概 需要 一个 绝对地 更多的 精确到分钟 详细的 学习
[ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] [ænd; ənd][ʌv; əv] - [ˌældʒɪ'breɪɪk]['mɑ:dʒələr] ['sɪstəmz]
of **the** **theory** **of** **elimination** **and** **of** **Kronecker's** **algebraic** **modular** **systems**
的 这 理论 的 消除 和 的 - 代数 模块化的 系统
[ðæn; ðən][hæz; həz] [jet] [bɪn] [meɪd] .
than **has** **yet** **been** **made** **.**
比 有 然而 到过 制成 .

对不变量有限性问题的研究使我遇到了一个简单的问题，这个问题包含上述问题作为特例，而这个问题的解决可能需要对消元理论和克罗内克代数模系统进行比目前所进行的更为细致的研究。

[let] [ə; eɪ] ['nʌmbər] [ʌv; əv] ['ɪntɪgrəl] ['ræʃ(ə)nəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði]['vɛri:əbəlz][bi:; bi]['gɪv(ə)n] ,
Let **a** **number** **of** **integral** **rational** **functions** **of** **the** **variables** **be** **given** **,**
让 一个 数字 的 不可缺少的 合理的 函数 的 这 变量 是 给定 ,

设给定若干个关于变量的整数有理函数，

['evri] ['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] [ˌkɑ:mbɪ'neɪʃ(ə)n][ʌv; əv][mʌst; məst] ['evɪdəntli] ['ɔ:lweɪz] [bɪ'kʌm] , ['æftər]
Every **rational** **integral** **combination** **of** **must** **evidently** **always** **become** **,** **after**
每一个 合理的 不可缺少的 组合 的 必须 显然 总是 变得 , 后
[ˌsʌbstɪ'tu:ʃn] [ʌv; əv][ðə; ði] [ə'bʌv] [ɪk'spreʃənz] ,
substitution **of** **the** **above** **expressions** **,**
替代 的 这 多于 表达式 ,

显然，在代入上述表达式后，每个有理整数组合都必须始终变为：

[ə; eɪ]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] .
a **rational** **integral** **function** **of** **.**
一个 合理的 不可缺少的 功能 的 .

的有理积分函数。

[ˌnevərðə'les] , [ðer; ðər] [meɪ] [wel] [bi:; bi]['ræʃ(ə)nəl]['frækʃən(ə)l] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] [wɪtʃ] , [baɪ][ðə; ði]
Nevertheless **,** **there** **may** **well** **be** **rational** **fractional** **functions** **of** **which** **,** **by** **the**
, 那里 可能 出色地 是 合理的 分数 函数 的 哪个 , 经过 这
[ˌɑ:pə'reɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [ˌsʌbstɪ'tu:ʃn] ,
operation **of** **the** **substitution** **,**
手术 的 这 替代 ,

然而，很可能存在一些有理分数函数，通过代换操作，

[bɪ'kʌm] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃnz] [ɪn] .
become **integral** **functions** **in** **.**
变得 不可缺少的 函数 在 .

成为积分函数。

['evri] [sʌtʃ] ['ræʃ(ə)nəl]['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv] , [wɪtʃ] [bɪ'kʌmz] ['ɪntɪgrəl] [ɪn]['æftər][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv]

Every	such	rational	function	of	,	which	becomes	integral	in	after	the	application	of
每一个	这样的	合理的	功能	的	,	哪个	变成	不可缺少的	在	后	这	应用	的

[ðə; ði] [ˌsʌbstɪ'tuːʃn] ,

the	substitution	,
这	替代	,

凡是这样的有理函数，经过代换后就成为积分，

[aɪ][prə'poʊz][tuː; tə][kɔːl][ə; eɪ] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv] .

I	propose	to	call	a	relatively	integral	function	of	.
我	提出	到	称呼	一个	相对地	不可缺少的	功能	的	.

我建议称之为相对积分函数。

['evri] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv][ɪz] ['evɪdəntli] ['ɔːlsoʊ] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ; ['fɜːrðər] [ðə; ði][sʌm; səm] ,

Every	integral	function	of	is	evidently	also	relatively	integral	;	further	the	sum	,
每一个	不可缺少的	功能	的	是	显然	还	相对地	不可缺少的	;	更远	这	和	,

的每个积分函数显然也是相对积分的；此外，该和式，

['dɪfrəns] [ænd; ənd]['prɑːdʌkt][ʌv; əv] ['relətɪv] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃnz] [ɑːr; ər] [ðəm'selvz] ['relətɪvli]

difference	and	product	of	relative	integral	functions	are	themselves	relatively
不同之处	和	产品	的	相对的	不可缺少的	函数	是	他们自己	相对地

['ɪntɪgrəl] .

integral	.
不可缺少的	.

相对积分函数的差和积本身也是相对积分函数。

[ðə; ði] [rɪ'zʌltɪŋ] ['prɑːbləm][ɪz] [naʊ] [tuː; tə] [dɪ'saɪd] ['weðər] [ˌaɪ 'tiː][ɪz]['ɔːlweɪz]['pɑːsəb(ə)l][tuː; tə][faɪnd][ə; eɪ]

The	resulting	problem	is	now	to	decide	whether	it	is	always	possible	to	find	a
这	结果	问题	是	现在	到	决定	无论	它	是	总是	可能的	到	寻找	一个

['faɪnaɪt] ['sɪstəm] [ʌv; əv] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [baɪ] [wɪtʃ] ['evri] ['ʌðər] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl]

finite	system	of	relatively	integral	function	by	which	every	other	relatively	integral
有限	系统	的	相对地	不可缺少的	功能	经过	哪个	每一个	其他	相对地	不可缺少的

['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv] [meɪ] [biː; bi] [ɪk'sprest] ['ræʃnəli] [ænd; ənd]['ɪntɪgrəliˌɪn'tegrəli] .

function	of	may	be	expressed	rationally	and	integrally	.
功能	的	可能	是	表达	理性地	和	整体上	.

现在的问题是，是否总能找到一个有限的相对积分函数系统，使得其他所有相对积分函数都可以用有理数和积分形式表示。

[wiː; wi][kæn; kən]['fɔːrmjuleɪt][ðə; ði]['prɑːbləm] [stɪl] [mɔːr] ['sɪmpli] [ɪf] [wiː; wi] [ˌɪntrə'duːs] [ðə; ði][aɪ'diːə][ʌv; əv]

We	can	formulate	the	problem	still	more	simply	if	we	introduce	the	idea	of
我们	能	制定	这	问题	仍然	更多的	简单地	如果	我们	介绍	这	主意	的

[ə; eɪ]['faɪnaɪt] [fiːld] [ʌv; əv][ˌɪntə'grælətɪ] .

a	finite	field	of	integrality	.
一个	有限	场地	的	整体性	.

如果我们引入有限积分域的概念，就可以更简单地表述这个问题。

[baɪ][ə; eɪ]['faɪnaɪt] [fiːld] [ʌv; əv][ˌɪntə'grælətɪ][aɪ] [miːn] [ə; eɪ] ['sɪstəm] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [frʌm; frəm] [wɪtʃ]

By	a	finite	field	of	integrality	I	mean	a	system	of	functions	from	which
经过	一个	有限	场地	的	整体性	我	意思是	一个	系统	的	函数	从	哪个

[ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [kæn; kən][biː; bi] ['tʃoʊzn] ,

a	finite	number	of	functions	can	be	chosen	,
一个	有限	数字	的	函数	能	是	选定	,

所谓有限积分域，是指可以从中选择有限个函数的函数系统。

[ɪn][tɜːrmz][ʌv; əv] [wɪtʃ] [ɔːl] ['ʌðər] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] [ɑːr; ər] ['ræʃnəli] [ænd; ənd]

in	terms	of	which	all	other	functions	of	the	system	are	rationally	and
在	条款	的	哪个	全部	其他	函数	的	这	系统	是	理性地	和

['ɪntɪgrəliˌɪn'tegrəli] [ɪk'spresəbl] .

integrally	expressible	.
整体上	可表达的	.

系统的其他所有功能都可以用理性和整体性的方式表达出来。

['aʊər; ɑ:r]['prɑ:bləm] [ə'maʊnts] , [ðen] , [tu:; tə] [ðɪs] :

Our	problem	amounts	,	then	,	to	this	:
我们的	问题	金额	,	然后	,	到	这	:

因此，我们的问题归根结底是:

[tu:; tə] [ʃoʊ] [ðæt] [ɔ:l] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] ['eni] ['gɪv(ə)n][doʊ'meɪn][ʌv; əv] [ˌræʃə'nælətɪ]

to	show	that	all	relatively	integral	functions	of	any	given	domain	of	rationality
到	展示	那	全部	相对地	不可缺少的	函数	的	任何	给定	领域	的	理性

['ɔ:lweɪz] ['kɑ:nstɪtu:t] [ə; eɪ]['faɪnaɪt] [fi:ld] [ʌv; əv][ˌɪntə'grælətɪ] .

always	constitute	a	finite	field	of	integrality	.
总是	构成	一个	有限	场地	的	整体性	.

证明任何给定理性领域的所有相对积分函数总是构成一个有限的积分域。

[ˌaɪ 'ti:]['nætʃ(ə)rəli] [ə'kɜ:rz] [tu:; tə][ˌju: 'es]['ɔ:lsoʊ][tu:; tə] [rɪ'faɪn] [ðə; ði]['prɑ:bləm][baɪ] [rɪ'strɪkʃ(ə)nz] [drɔ:n]

It	naturally	occurs	to	us	also	to	refine	the	problem	by	restrictions	drawn
它	自然	发生	到	我们	还	到	精炼	这	问题	经过	限制	绘制

[frʌm; frəm] ['nʌmbər] ['θi:əri] ,

from	number	theory	,
从	数字	理论	,

我们自然而然地想到，可以利用数论中的限制条件来细化这个问题。

[baɪ] [ə'su:mɪŋ] [ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ʌv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n] ['fʌŋkʃnz] [tu:; tə][bi:; bi] ['ɪntɪdʒəz] [ænd; ənd]

by	assuming	the	coefficients	of	the	given	functions	to	be	integers	and
经过	假设	这	系数	的	这	给定	函数	到	是	整数	和

[ɪn'klu:dɪŋ] [ə'mʌŋ] [ðə; ði] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv]['oʊnli] [sʌtʃ] ['ræʃ(ə)nəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv]

including	among	the	relatively	integral	functions	of	only	such	rational	functions	of
包括	之中	这	相对地	不可缺少的	函数	的	仅有的	这样的	合理的	函数	的

[ði:z] ['ɑ:rgju:mənts][æz; əz] [bɪ'kʌm] ,

these	arguments	as	become	,
这些	论点	作为	变得	,

假设给定函数的系数为整数，并且仅将这些自变量的有理函数包含在相对整数函数中，

[baɪ][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][ˌsʌbsti'tju:ʃənz] , ['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][wɪð; wɪθ]

by	the	application	of	the	substitutions	,	rational	integral	functions	of	with
经过	这	应用	的	这	替换	,	合理的	不可缺少的	函数	的	和

['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] [kəʊɪ'fɪʃənts] .

rational	integral	coefficients	.
合理的	不可缺少的	系数	.

通过应用替换，得到具有有理整数系数的有理整数函数。

[ðə; ði] ['fɑ:loʊɪŋ] [ɪz][ə; eɪ]['sɪmp(ə)l][pər'tɪkjələr] [keɪs] [ʌv; əv] [ðɪs] [rɪ'faɪnd] ['prɑ:bləm] :

The	following	is	a	simple	particular	case	of	this	refined	problem	:
这	下列的	是	一个	简单的	特别的	案件	的	这	精制	问题	:

以下是该精细化问题的一个简单的特例:

[let] ['ɪntɪgrəl] ['ræʃ(ə)nəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][wʌn]['veriəb(ə)l][wɪð; wɪθ] ['ɪntɪgrəl] ['ræʃ(ə)nəl] [kəʊɪ'fɪʃənts] ,

Let	integral	rational	functions	of	one	variable	with	integral	rational	coefficients	,
让	不可缺少的	合理的	函数	的	一	多变的	和	不可缺少的	合理的	系数	,

[ænd; ənd][ə; eɪ] [praɪm] ['nʌmbər] [bi:; bi]['gɪv(ə)n] .

and	a	prime	number	be	given	.
和	一个	主要的	数字	是	给定	.

设给定一个素数，以及一个整数，其系数为整数有理数的单变量整数有理函数。

[kən'sɪdər] [ðə; ði] ['sɪstəm] [ʌv; əv] [ðoʊz] ['ɪntɪgrəl]

Consider	the	system	of	those	integral
考虑	这	系统	的	那些	不可缺少的

考虑这些积分的系统

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	28	]
[	页	-	]

['ræʃ(ə)nəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] [wɪtʃ] [kæn; kən][bi:; bi] [ɪk'sprest] [ɪn][ðə; ði][fɔ:rm]
rational functions of which can be expressed in the form
合理的 函数 的 哪个 能 是 表达 在 这 形式

有理函数可以表示为以下形式

[wer] [ɪz][ə; eɪ]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði]['ɑ:rgju:mənts][ænd; ənd][ɪz] ['eni] ['paʊər] [ʌv; əv]
where is a rational integral function of the arguments and is any power of
在哪里 是 一个 合理的 不可缺少的 功能 的 这 论点 和 是 任何 力量 的
[ðə; ði] [praɪm] ['nʌmbər] .
the prime number .
这 主要的 数字 .

其中 是参数的有理积分函数， 是素数的任意幂。

['ɜ:rliər] [ɪnvestɪ'geɪʃnz] [ʌv; əv][maɪn] [-] [ʃoʊ] [ɪ'mi:diətli] [ðæt] [ɔ:l] [sʌtʃ] [ɪk'spreʃənz] [fɔ:r; fər]
Earlier investigations of mine [34] show immediately that all such expressions for
早些时候 调查 的 矿 [-] 展示 立即地 那 全部 这样的 表达式 为了
[ə; eɪ] [fɪkst] [ɪk'spoʊnənt][fɔ:rm][ə; eɪ]['faɪnaɪt][doʊ'meɪn][ʌv; əv][ˌɪntə'grælətɪ] .
a fixed exponent form a finite domain of integrality .
一个 固定的 指数 形式 一个 有限 领域 的 整体性 .

我之前的调查[34]立即表明，对于固定的指数，所有此类表达式都构成一个有限的整数域。

[bʌt; bət][ðə; ði]['kwestʃən] [hɪr] [ɪz] ['weðər] [ðə; ði] [seɪm] [ɪz] [tru:] [fɔ:r; fər][ɔ:l][ɪks'pəʊnənts] , [aɪ] . [i:] . ,
But the question here is whether the same is true for all exponents , i . e . ,
但 这 问题 这里 是 无论 这 相同的 是 真的 为了 全部 指数 , 我 . e . ,

但这里的问题是，这是否对所有指数都成立，即：

['weðər] [ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [sʌtʃ] [ɪk'spreʃənz] [kæn; kən][bi:; bi] ['tʃoʊzn] [baɪ] [mi:nz] [ʌv; əv]
whether a finite number of such expressions can be chosen by means of
无论 一个 有限 数字 的 这样的 表达式 能 是 选定 经过 方法 的
[wɪtʃ] [fɔ:r; fər] ['evri] [ɪk'spoʊnənt] ['evri] ['ʌðər] [ɪk'spreʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðæt] [fɔ:rm][ɪz]['ɪntɪgrəliˌɪn'tegrəli]
which for every exponent every other expression of that form is integrally
哪个 为了 每一个 指数 每一个 其他 表达 的 那 形式 是 整体上
[ænd; ənd] ['ræʃnəli] [ɪk'spresəbl] .
and rationally expressible .
和 理性地 可表达的 .

是否可以选取有限个这样的表达式，使得对于每个指数，该形式的每个其他表达式都可以用整数和有理数表示。

[frʌm; frəm][ðə; ði] ['baʊndri] ['ri:dʒən] [bɪ'twi:n] ['ældʒɪbrə][ænd; ənd][dʒi'ɑ:mətri] , [aɪ] [wɪl] ['menʃ(ə)n] [tu:]
From the boundary region between algebra and geometry , I will mention two
从 这 边界 地区 之间 代数 和 几何学 , 我 将要 提到 二
['prɔ:bləms] .
problems .
问题 .

从代数和几何的交界地带，我将提及两个问题。

[ðə; ði][wʌn][kən'sɜ:rnz] [ɪ'nu:mərəɪtɪv] [dʒi'ɑ:mətri][ænd; ənd][ðə; ði] ['ʌðər] [ðə; ði][tə'pɑ:lədʒi][ʌv; əv]
The one concerns enumerative geometry and the other the topology of
这 一 担忧 枚举的 几何学 和 这 其他 这 拓扑 的
[ˌældʒɪ'breɪɪk] ['kɝ:vz] [ænd; ənd]['sɝ:fəsəz, 'sɝ:fəsɪz] . [-]
algebraic curves and surfaces . [32]
代数 曲线 和 表面 . [-]

一个涉及枚举几何，另一个涉及代数曲线和曲面的拓扑学。[32]

[ˌsi:'ef] .
Cf .
cf .

参见。

- .
Sitzungsber .
- .

席位费。

[diː] . [keɪ] . ['eɪˌkæd] .
d . **K** . **Acad** .
d . K . 学院 .

d. K. Acad.

[diː] . ['wɪs] .
d . **Wiss** .
d . 维斯 .

d. Wiss。

[zuː] ['mʏnˌkən] , - , [ænd; ənd][æn; ən]['ɑːrtɪk(ə)l][ə'baʊt][tuː; tə] [ə'pɪr] [ɪn][ðə; ði] [mæθ] .
zu **München** , **1890** , **and** **an** **article** **about** **to** **appear** **in** **the** **Math** .
祖 慕尼黑 , - , 和 一个 文章 关于 到 出现 在 这 数学 .

1890 年，慕尼黑，以及一篇即将发表在《数学》上的文章。

['ænələn] . [-]
Annalen . **[33]**
安娜伦 . [-]

Annalen.[33]

" ['uːbər] [daɪ] - ['dɜ˞ː] - ['dɜ˞ːtʃ] [ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] , " ['nɑːxˌrɪxtən] [diː] . [keɪ] .
" **Ueber** **die** **Erzeugung** **der** **Invarianten** **durch** **Integration** **,** **"** **Nachrichten** **d** **.** **K** **.**
" ueber 死 - 德尔 - 杜尔奇 一体化 , " 新闻 d . K .
- [diː] . ['wɪs] .
Geseltschaft **d** **.** **Wiss** **.**
- d . 维斯 .

“Ueber die Erzeugung der Invarianten durch Integration”，Nachrichten d。 K.Geseltschaft d．维斯.

[zuː] ['gɜːtɪŋən] , - . [-]
zu **Göttingen** , **1897** . **[34]**
祖 哥廷根 , - . [-]

zu Göttingen，1897 年。[34]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] .
Annalen , **vol** .
安娜伦 , 卷 .

Annalen，卷。

- (-) , [piː] . - . - .
36 **(** **1890** **)** **,** **p** **.** **485** **.** **15** **.**
- (-) , p . - . - .

36 (1890)，第 485.15 页。

['rɪgərəs] [faʊn'deɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['ʃuːbɜ˞ts] [ɪ'nuːmərəɪtɪv] ['kælkjələs] .
RIGOROUS **FOUNDATION** **OF** **SCHUBERT'S** **ENUMERATIVE** **CALCULUS** **.**
严格的 基础 的 舒伯特的 枚举的 结石 .

舒伯特计数微积分的严谨基础。

[ðə; ði]['prɑːbləm][kən'sɪsts][ɪn] [ðɪs] :
The **problem** **consists** **in** **this** **:**
这 问题 由 在 这 :

问题在于：

[tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] ['rɪgərəsli] [ænd; ənd][wɪð; wɪθ][æn; ən][ɪg'zækt][dɪˌtɜːrmɪ'neɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['limits]

To	establish	rigorously	and	with	an	exact	determination	of	the	limits
到	建立	严格地	和	和	一个	精确的	决心	的	这	限制

[ʌv; əv][ðer; ðər][və'lɪdəti] [ðoʊz] [ˌdʒiːə'metrɪkl] ['nʌmbərz] [wɪtʃ] ['ʃuːbəːt] [-] [ɪ'speʃəli] [hæz; həz]

of	their	validity	those	geometrical	numbers	which	Schubert	[	35	]	especially	has
的	他们的	有效性	那些	几何	数字	哪个	舒伯特	[	-	]	尤其	有

[dɪ'tɜːrmɪnd] [ɑːn][ðə; ði]['beɪsɪs][ʌv; əv][ðə; ði][soʊ] - [kɔːld] ['prɪnsəp(ə)l][ʌv; əv]['speʃ(ə)l][pə'zɪʃ(ə)n] ,

determined	on	the	basis	of	the	so	-	called	principle	of	special	position	,
决定	在	这	基础	的	这	所以	-	称为	原则	的	特别的	位置	,

为了严格地、精确地确定舒伯特[35]根据所谓的特殊位置原理所确定的那些几何数的有效范围，

[ɔːr][ˌkɑːnsər'veɪʃ(ə)n][ʌv; əv] ['nʌmbər] , [baɪ] [miːnz] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪ'nuːməreɪtɪv] ['kælkjələs] [dɪ'veləpt] [baɪ]

or	conservation	of	number	,	by	means	of	the	enumerative	calculus	developed	by
或者	保护	的	数字	,	经过	方法	的	这	枚举的	结石	发达	经过

[hɪm; ɪm] .

him	.
他	.

或者通过他所发展的枚举演算来证明数的守恒。

[ɔːl'ðoʊ] [ðə; ði]['ældʒɪbrə][ʌv; əv][tuː; tə] - [deɪ] [ˌgærən'tiːz] , [ɪn]['prɪnsəp(ə)l] , [ðə; ði][ˌpɑːsə'bɪləti][ʌv; əv]

Although	the	algebra	of	to	-	day	guarantees	,	in	principle	,	the	possibility	of
虽然	这	代数	的	到	-	天	保证	,	在	原则	,	这	可能性	的

['kæriɪŋ] [aʊt][ðə; ði] ['prɑːsesɪz] [ʌv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] ,

carrying	out	the	processes	of	elimination	,
携带	出去	这	流程	的	消除	,

尽管当今的代数学原则上保证了进行排除法的可能性，

[jet] [fɔːr; fər][ðə; ði] [pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði] ['θiːərəmz] [ʌv; əv] [ɪ'nuːməreɪtɪv] [dʒi'ɑːmətri] [dɪ'saɪdɪdli] [mɔːr] [ɪz]

yet	for	the	proof	of	the	theorems	of	enumerative	geometry	decidedly	more	is
然而	为了	这	证明	的	这	定理	的	枚举的	几何学	绝对地	更多的	是

['rekwɪzɪt] , ['neɪmli] ,

requisite	,	namely	,
必需品	,	即	,

然而，要证明枚举几何的定理，显然还需要更多，即：

[ðə; ði]['æktʃuəl] ['kæriɪŋ] [aʊt][ʌv; əv][ðə; ði] ['prɑːses] [ʌv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv] [ɪ'kweɪʒənz]

the	actual	carrying	out	of	the	process	of	elimination	in	the	case	of	equations
这	实际的	携带	出去	的	这	过程	的	消除	在	这	案件	的	方程式

[ʌv; əv]['speʃ(ə)l][fɔːrm][ɪn] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [wei] [ðæt] [ðə; ði] [dɪ'griː] [ʌv; əv][ðə; ði]['faɪn(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [ænd; ənd]

of	special	form	in	such	a	way	that	the	degree	of	the	final	equations	and
的	特别的	形式	在	这样的	一个	方式	那	这	程度	的	这	最终的	方程式	和

[ðə; ði] [ˌmʌltɪ'plɪsəti] [ʌv; əv][ðer; ðər] [sə'luːʃənz] [meɪ] [biː; bi] [fɔːr'siːn] . [-]

the	multiplicity	of	their	solutions	may	be	foreseen	.	[	35	]
这	多重性	的	他们的	解决方案	可能	是	预见	.	[	-	]

对于特殊形式的方程，实际执行消去过程，以便可以预见最终方程的次数及其解的多重性。[35]

- ['dɝː] - [ʒeɪˌɑː'mɛtri] , ['laɪpsɪg] , - . - .

Kalkül	der	abzählenden	Geometrie	,	Leipzig	,	1879	.	16	.
-	德尔	-	几何	,	莱比锡	,	-	.	-	.

Kalkül der abzählenden Geometrie，莱比锡，1879.16。

['prɑːbləm] [ʌv; əv][ðə; ði] [tə'pɑːlədʒi] [ʌv; əv] [ˌældʒɪ'breɪɪk] ['kɝːvz] [ænd; ənd]['sɝːfəsəz, 'sɝːfəsɪz] .

PROBLEM	OF	THE	TOPOLOGY	OF	ALGEBRAIC	CURVES	AND	SURFACES	.
问题	的	这	拓扑	的	代数	曲线	和	表面	.

代数曲线和曲面的拓扑问题。

[ðə; ði]['mæksɪməm] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [kloʊzd] [ænd; ənd] ['seprət] ['bræntʃɪz] [wɪtʃ] [ə; eɪ] [pleɪn] [ˌældʒɪ'breɪɪk]

The	maximum	number	of	closed	and	separate	branches	which	a	plane	algebraic
这	最大限度	数字	的	关闭	和	分离	分支	哪个	一个	飞机	代数

[kɜ:rv] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ti: 'eɪtʃ] ['ɔ:rdər] [kæn; kən] [hæv; həv] [hæz; həz] [bɪn] [dɪ'tɜ:rmɪnd] [baɪ] ['hɑ:rnək] . [-]

curve	of	the	th	order	can	have	has	been	determined	by	Harnack	.	[	36	]
曲线	的	这	th	命令	能	有	有	到过	决定	经过	哈纳克	.	[	-	]

Harnack 确定了 n 阶平面代数曲线可以有的最大闭合和分离分支数。[36]

[ðer; ðər] [ɜ'aɪzɪz] [ðə; ði] ['fɜ:rðər]

There	arises	the	further
那里	出现	这	更远

由此产生了进一步的问题。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	29	]
[	页	-	]

[第29页]

['kwestʃən] [æz; əz] [tu:; tə] [ðə; ði] ['relətɪv] [pə'zɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['bræntʃɪz] [ɪn] [ðə; ði] [pleɪn] .

question	as	to	the	relative	position	of	the	branches	in	the	plane	.
问题	作为	到	这	相对的	位置	的	这	分支	在	这	飞机	.

关于平面上各分支相对位置的问题。

[æz; əz] [tu:; tə] ['kɜ:vz] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ti: 'eɪtʃ] ['ɔ:rdər] , [aɪ] [hæv; həv] ['sætɪsfaɪd] [maɪ'self] — [baɪ] [ə; eɪ]

As	to	curves	of	the	th	order	,	I	have	satisfied	myself	—	by	a
作为	到	曲线	的	这	th	命令	,	我	有	使满意	我	—	经过	一个

['kɑ:mplɪkeɪtɪd] ['prɑ:ses] ,

complicated	process	,
复杂的	过程	,

至于阶数为 n 的曲线，我已经通过一个复杂的过程让自己满意了。

[ˌaɪ 'ti:] [ɪz] [tru:] — [ðæt] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ɪ'lev(ə)n] [blæntʃiz] [wɪtʃ] [ðeɪ] [kæn; kən] [hæv; həv] [ə'kɔ:rdɪŋ] [tu:; tə]

it	is	true	—	that	of	the	eleven	blanches	which	they	can	have	according	to
它	是	真的	—	那	的	这	十一	漂白	哪个	他们	能	有	根据	到

['hɑ:rnək] ,

Harnack	,
哈纳克	,

的确如此——根据哈纳克的说法，他们可以拥有的十一种白色，

[baɪ] [noʊ] [mi:nz] [ɔ:l] [kæn; kən] [laɪ] [ɪk'stɜ:rn(ə)l] [tu:; tə] [wʌn] [ə'nʌðər] ,

by	no	means	all	can	lie	external	to	one	another	,
经过	不	方法	全部	能	说谎	外部的	到	一	其他	,

绝不可能所有事物都彼此独立，

[bʌt; bət] [ðæt] [wʌn] [bræntʃ] [mʌst; məst] [ɪg'zɪst] [ɪn] [hu:z] [ɪn'tɪriər] [wʌn] [bræntʃ] [ænd; ənd] [ɪn] [hu:z]

but	that	one	branch	must	exist	in	whose	interior	one	branch	and	in	whose
但	那	一	分支	必须	存在	在	谁	内部的	一	分支	和	在	谁

[ɪk'stɪriər] [naɪn] ['bræntʃɪz] [laɪ] ,

exterior	nine	branches	lie	,
外部的	九	分支	说谎	,

但必须存在这样一个分支，它的内部有一个分支，外部有九个分支。

[ɔ:r] [ˌɪn'vɜ:rsli] .

or	inversely	.
或者	反之亦然	.

反之亦然。

[ə; eɪ] ['θɜːroʊ] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] ['relətɪv] [pə'zɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] ['seprət] ['bræntʃɪz] [wen]
A **thorough** **investigation** **of** **the** **relative** **position** **of** **the** **separate** **branches** **when**
一个 彻底 调查 的 这 相对的 位置 的 这 分离 分支 什么时候
[ðer; ðər] ['nʌmbər] [ɪz][ðə; ði]['mæksɪməm] [siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː][tuː; tə][biː; bi][ʌv; əv] ['veri] [greɪt] ['ɪntrəst] ,
their **number** **is** **the** **maximum** **seems** **to** **me** **to** **be** **of** **very** **great** **interest** **,**
他们的 数字 是 这 最大限度 似乎 到 我 到 是 的 非常 伟大的 兴趣 ,

我认为，对各分支数量达到最大值时它们之间的相对位置进行彻底研究，是一件非常有意义的事情。

[ænd; ənd][nɑːt] [les] [soʊ][ðə; ði] [ˌkɔːrə'spɑːndɪŋ] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] ['nʌmbər] , [fɔːrm] ,
and **not** **less** **so** **the** **corresponding** **investigation** **as** **to** **the** **number** **,** **form** **,**
和 不是 较少的 所以 这 相应的 调查 作为 到 这 数字 , 形式 ,

对数量、形式等方面的相应调查也同样重要。

[ænd; ənd][pə'zɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [ʃiːts] [ʌv; əv][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['sɜːrfɪs] [ɪn] [speɪs] .
and **position** **of** **the** **sheets** **of** **an** **algebraic** **surface** **in** **space** **.**
和 位置 的 这 纸张 的 一个 代数 表面 在 空间 .

以及代数曲面各面在空间中的位置。

[tɪl] [naʊ] , [ɪn'diːd] ,
Till **now** **,** **indeed** **,**
直到 现在 , 的确 ,

直到现在，的确如此。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz][nɑːt]['iːv(ə)n] [noʊn] [wʌt] [ɪz][ðə; ði]['mæksɪməm] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ʃiːts] [wɪtʃ] [ə; eɪ] ['sɜːrfɪs]
it **is** **not** **even** **known** **what** **is** **the** **maximum** **number** **of** **sheets** **which** **a** **surface**
它 是 不是 甚至 已知 什么 是 这 最大限度 数字 的 纸张 哪个 一个 表面
[ʌv; əv][ðə; ði][tiː 'eɪtʃ]['ɔːrdər][ɪn] [θriː] [daɪ'menʃən(ə)l] [speɪs] [kæn; kən] ['riːəli] [hæv; həv] . [-]
of **the** **th** **order** **in** **three** **dimensional** **space** **can** **really** **have** **.** **[** **37** **]**
的 这 th 命令 在 三 维度 空间 能 真的 有 . [-]

甚至还不知道三维空间中第 t 阶表面实际能有的最大片数是多少。[37]

[ɪn] [kə'nekʃ(ə)n] [wɪð; wɪθ] [ðɪs] ['pjʊrli] [ˌældʒɪ'breɪɪk]['prɑːbləm] , [aɪ] [wɪʃ] [tuː; tə] [brɪŋ] ['fɔːrwərd][ə; eɪ]
In **connection** **with** **this** **purely** **algebraic** **problem** **,** **I** **wish** **to** **bring** **forward** **a**
在 联系 和 这 纯粹 代数 问题 , 我 希望 到 带来 向前 一个
['kwestʃən] [wɪtʃ] ,
question **which** **,**
问题 哪个 ,

针对这个纯粹的代数问题，我想提出一个问题：

[ˌaɪ 'tiː] [siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː] , [meɪ] [biː; bi] [ə'tækt] [baɪ][ðə; ði] [seɪm] ['meθəd] [ʌv; əv] [kən'tɪnjuəs]
it **seems** **to** **me** **,** **may** **be** **attacked** **by** **the** **same** **method** **of** **continuous**
它 似乎 到 我 , 可能 是 遭到攻击 经过 这 相同的 方法 的 连续的
[ˌveri'eɪʃ(ə)n][ʌv; əv] [kəʊɪ'fɪʃənts] ,
variation **of** **coefficients** **,**
变化 的 系数 ,

在我看来，它或许可以用系数连续变化的相同方法来攻击。

[ænd; ənd] [huːz] ['ænsər] [ɪz][ʌv; əv] [ˌkɔːrə'spɑːndɪŋ] ['vælјuː][fɔːr; fər][ðə; ði][tə'pɑːlədʒi][ʌv; əv] ['fæməliz]
and **whose** **answer** **is** **of** **corresponding** **value** **for** **the** **topology** **of** **families**
和 谁 回答 是 的 相应的 价值 为了 这 拓扑 的 家庭
[ʌv; əv] ['kɝːvz] [dɪ'faɪnd] [baɪ] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] .
of **curves** **defined** **by** **differential** **equations** **.**
的 曲线 定义 经过 微分 方程式 .

其答案对于由微分方程定义的曲线族拓扑具有相应的价值。

[ðɪs] [ɪz][ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði]['mæksɪməm] ['nʌmbər] [ænd; ənd][pə'zɪʃ(ə)n][ʌv; əv] -
This is the question as to the maximum number and position of Poincaré's
这 是 这 问题 作为 到 这 最大限度 数字 和 位置 的 -
['baʊndri] ['saɪkəlz] (['saɪkəlz] ['lɪmɪtiz]) [fɔ:r; fər][ə; eɪ] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][fɜ:rst]['ɔ:rdər]
boundary cycles (cycles limites) for a differential equation of the first order
边界 循环 (循环 限制) 为了 一个 微分 方程 的 这 第一的 命令
[ænd; ənd] [dɪ'gri:] [ʌv; əv][ðə; ði][fɔ:rm]
and degree of the form
和 程度 的 这 形式

这是一个关于一阶微分方程（形式为）的庞加莱边界环（cycles limites）的最大数量和位置的问题。

[wer] [ænd; ənd][ɑ:r; ər]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði][ti: 'eɪtʃ] [dɪ'gri:] [ɪn][ænd; ənd] .
where and are rational integral functions of the th degree in and .
在哪里 和 是 合理的 不可缺少的 函数 的 这 th 程度 在 和 .

其中 和 是关于 和 的 的 的次有理积分函数。

['rɪt(ə)n] [ˌhoʊmə'dʒi:niəsli] , [ðɪs] [ɪz]
Written homogeneously , this is
书面 均匀地 , 这 是

以统一的语言写成，这是

[wer] , [ænd; ənd][ɑ:r; ər]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] [ˌhoʊmə'dʒi:niəs] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði][ti: 'eɪtʃ] [dɪ'gri:] [ɪn] ,
where , and are rational integral homogeneous functions of the th degree in ,
在哪里 , 和 是 合理的 不可缺少的 均质 函数 的 这 th 程度 在 ,

其中，和是关于的次有理积分齐次函数，

[ænd; ənd][ðə; ði] ['lætər] [ɑ:r; ər][tu:; tə][bi:; bi] [dɪ'tɜ:rmɪnd] [æz; əz] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði] [pə'ræmɪtər] . [
and the latter are to be determined as functions of the parameter . [
和 这 后者 是 到 是 决定 作为 函数 的 这 范围 . [
-]
36]
-]

后者要根据参数确定。[36]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , ['vɑ:l] . - . [-]
Annalen , vol . 10 . [37]
安娜伦 , 卷 . - . [-]

Annalen，第 10 卷。[37]

[ˌsi:'ef] . ['rɑ:n] .
Cf . Rohn .
cf . 罗恩 .

参见罗恩。

" - [vɪrtɜ˞] ['ɔ:rdnʊŋ] , " - ['dɜ˞:] - - [gə'zelʃa:ft] ,
" Flächen vierter Ordnung , " Preisschriften der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft ,
" - 维尔特 秩序 , " - 德尔 - - 协会 ,
['laɪpsɪg] , - . - .
Leipzig , 1886 . 17 .
莱比锡 , - . - .

“Flächen vierter Ordnung”，Preisschriften der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft，莱比锡，1886.17。

[ɪk'spreʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['defɪnət] [fɔ:rmz] [baɪ] [skwer] .
EXPRESSION OF DEFINITE FORMS BY SQUARES .
表达 的 定 表格 经过 正方形 .

用正方形表示确定形式。

[ə; eɪ]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɔ:r][fɔ:rm][ɪn]['eni] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['vɛri:əbəlz] [wɪð; wɪθ]['ri:əl]

A	rational	integral	function	or	form	in	any	number	of	variables	with	real
一个	合理的	不可缺少的	功能	或者	形式	在	任何	数字	的	变量	和	真实的

[kəʊɪ'fɪʃənts] [sʌtʃ] [ðæt] [ˌaɪ 'ti:] [bɪ'kʌmz] ['negətɪv] [fɔ:r; fər][noʊ]['ri:əl]['vælju:z][ʌv; əv] [ði:z] ['vɛri:əbəlz] ,

coefficients	such	that	it	becomes	negative	for	no	real	values	of	these	variables	,
系数	这样的	那	它	变成	消极的	为了	不	真实的	值	的	这些	变量	,

有理积分函数或形式，其中变量个数均为实数，系数均为实数，且当这些变量不存在实数值时，该函数或形式为负。

[ɪz] [sed] [tu:; tə][bi:; bi] ['defɪnət] .

is	said	to	be	definite	.
是	说	到	是	定	.

据说是确定的。

[ðə; ði] ['sɪstəm] [ʌv; əv][ɔ:l] ['defɪnət] [fɔ:rmz][ɪz] [ɪn'veriənt] [wɪð; wɪθ] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði] [ˌɑ:pɜ'eɪʃənz] [ʌv; əv]

The	system	of	all	definite	forms	is	invariant	with	respect	to	the	operations	of
这	系统	的	全部	定	表格	是	不变的	和	尊重	到	这	运营	的

[ə'dɪʃ(ə)n] [ænd; ənd] [ˌmʌltɪplɪ'keɪʃn] ,

addition	and	multiplication	,
添加	和	乘法	,

所有确定形式的系统对于加法和乘法运算是不变的。

[bʌt; bət][ðə; ði]['kwoʊʃ(ə)nt][ʌv; əv] [tu:] ['defɪnət] [fɔ:rmz] — [ɪn] [keɪs]

but	the	quotient	of	two	definite	forms	—	in	case
但	这	商	的	二	定	表格	—	在	案件

但是两个确定形式的商——在

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	30	]
[	页	-	]

[第30页]

[ˌaɪ 'ti:][ʃʊd; ʃəd][bi:; bi][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði]['vɛri:əbəlz] — [ɪz]['ɔ:lsoʊ][ə; eɪ] ['defɪnət] [fɔ:rm]

it	should	be	an	integral	function	of	the	variables	—	is	also	a	definite	form
它	应该	是	一个	不可缺少的	功能	的	这	变量	—	是	还	一个	定	形式

.

:

.

它应该是变量的积分函数——也是一个确定的形式。

[ðə; ði] [skwer] [ʌv; əv] ['eni] [fɔ:rm][ɪz] ['evɪdəntli] ['ɔ:lweɪz] [ə; eɪ] ['defɪnət] [fɔ:rm] .

The	square	of	any	form	is	evidently	always	a	definite	form	.
这	正方形	的	任何	形式	是	显然	总是	一个	定	形式	.

任何形状的正方形显然都是定形。

[bʌt; bət] [sɪns] , [æz; əz][aɪ][hæv; həv] [ʃoʊn] ,

But	since	,	as	I	have	shown	,
但	自从	,	作为	我	有	所示	,

但是，正如我所展示的，

[-] [nɑ:t] ['evri] ['defɪnət] [fɔ:rm][kæn; kən][bi:; bi] [kɔm'paundid] [baɪ] [ə'dɪʃ(ə)n] [frʌm; frəm] [skwer]

[	38	]	not	every	definite	form	can	be	compounded	by	addition	from	squares
[	-	]	不是	每一个	定	形式	能	是	复合	经过	添加	从	正方形

[ʌv; əv][fɔ:rmz] ,

of	forms	,
的	表格	,

[38] 不是每个确定的形式都可以通过形式的平方相加来复合，

[ðə; ði] ['kwestʃən] [ɜ'aɪzɪz] — [wɪtʃ] [aɪ][hæv; həv] ['ænsər] [ə'fɜːrmətɪvli] [fɔːr; fər] ['tɜːrnəri] [fɔːrmz] [-]
the **question** **arises** **—** **which** **I** **have** **answered** **affirmatively** **for** **ternary** **forms** **[** **39** **]**
这 问题 出现 — 哪个 我 有 回答 肯定地 为了 三元组 表格 [-]

— ['weðər] ['evri] ['defɪnət] [fɔːrm] [meɪ] [nɑːt][biː; bi] [ɪk'sprest] [æz; əz][ə; eɪ]['kwoʊʃ(ə)nt][ʌv; əv] [sʌmz]
— **whether** **every** **definite** **form** **may** **not** **be** **expressed** **as** **a** **quotient** **of** **sums**
— 无论 每一个 定 形式 可能 不是 是 表达 作为 一个 商 的 总和

[ʌv; əv] [skwer] [ʌv; əv][fɔːrmz] .
of **squares** **of** **forms** **.**
的 正方形 的 表格 .

由此产生了一个问题——我已经对三元形式[39]给出了肯定的回答——即每个确定形式是否都可以表示为形式平方和的商。

[æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ˌaɪ 'tiː][ɪz][dɪ'zaɪərəb(ə)l] ,
At **the** **same** **time** **it** **is** **desirable** **,**
在 这 相同的 时间 它 是 理想 ,

与此同时，这也是人们所期望的，

[fɔːr; fər]['sɜːrt(ə)n] ['kwestʃənz] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði][ˌpɑːsə'bɪlətɪ][ʌv; əv]['sɜːrt(ə)n] [ˌdʒiːə'metrɪkl] [kən'strʌkʃənz]
for **certain** **questions** **as** **to** **the** **possibility** **of** **certain** **geometrical** **constructions**
为了 肯定 问题 作为 到 这 可能性 的 肯定 几何 建筑

,
,
,

对于某些几何作图的可能性问题，

[tuː; tə] [noʊ] ['weðər] [ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ʌv; əv][ðə; ði][fɔːrmz][tuː; tə][biː; bi] [juːst] [ɪn][ðə; ði] [ɪk'spreʃ(ə)n]
to **know** **whether** **the** **coefficients** **of** **the** **forms** **to** **be** **used** **in** **the** **expression**
到 知道 无论 这 系数 的 这 表格 到 是 用过的 在 这 表达

[meɪ] ['ɔːlweɪz][biː; bi]['teɪkən][frʌm; frəm][ðə; ði] [relm] [ʌv; əv] [ˌræʃə'næləti]['gɪv(ə)n][baɪ][ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts]
may **always** **be** **taken** **from** **the** **realm** **of** **rationality** **given** **by** **the** **coefficients**
可能 总是 是 已采取 从 这 领域 的 理性 给定 经过 这 系数

[ʌv; əv][ðə; ði][fɔːrm] [ˌreprɪ'zentɪd] . [-]
of **the** **form** **represented** **.** **[** **40** **]**
的 这 形式 代表 . [-]

要知道表达式中使用的各种形式的系数是否总能从所表示形式的系数所给出的合理性领域中取值。[40]

[aɪ]['menʃ(ə)n][wʌn] [mɔːr] [ˌdʒiːə'metrɪkl] ['prɑːbləm] : [-]
I **mention** **one** **more** **geometrical** **problem** **:** **[** **38** **]**
我 提到 一 更多的 几何 问题 : [-]

我再提一个几何问题：[38]

[mæθ] .
Math **.**
数学 .

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] . - . [-]
Annalen **,** **vol** **.** **32** **.** **[** **39** **]**
安娜伦 , 卷 . - . [-]

Annalen，第 32 卷。[39]

['ɑktɑ][ˌmæθə'mætɪkə] , ['vɑːl] . - . [-]
Acta **Mathematica** **,** **vol** **.** **17** **.** **[** **40** **]**
Acta 数学 , 卷 . - . [-]

数学学报，卷。 17.[40]

[ˌsiː'ef] .
Cf **.**
cf .

参见。

['hɪlbɜ:t] : - ['dɜ:] [ʒeɪˌɑ:'mɛtri] , ['laɪpsɪg] , - , [tʃæp] . ['sɛvən][ænd; ənd][ɪn][pər'tɪkjələr] § -
Hilbert : Grunglagen der Geometrie , Leipzig , 1899 , Chap . 7 and in particular § 38
希尔伯特 : - 德尔 几何 , 莱比锡 , - , 查普 . 7 和 在 特别的 § -
. - .
. 18 .
. - .

希尔伯特：Grunglagen der Geometrie，莱比锡，1899 年，第 1 章。 7，特别是第 38.18 节。

['bɪldɪŋ] [ʌp][ʌv; əv] [speɪs] [frʌm; frəm] ['kɑ:ŋgruənt] [ˌpɔli'hi:drə, -'he-] .
BUILDING UP OF SPACE FROM CONGRUENT POLYHEDRA .
建筑 向上 的 空间 从 全等 多面体 .

由全等多面体构建空间。

[ɪf] [wi:; wi][ɪn'kwaɪər][fɔ:r; fər] [ðoʊz] [gru:ps] [ʌv; əv]['məuʃənz][ɪn][ðə; ði] [pleɪn] [fɔ:r; fər] [wɪtʃ] [ə; eɪ]
If we enquire for those groups of motions in the plane for which a
如果 我们 查询 为了 那些 团体 的 运动 在 这 飞机 为了 哪个 一个
[ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒən][ɪg'zɪsts] ,
fundamental region exists ,
基本的 地区 存在 ,

如果我们探究平面上存在基本区域的那些运动群，

[wi:; wi][əb'teɪn] ['veriəs] ['ænsər] , [ə'kɔ:rdɪŋ] [æz; əz][ðə; ði] [pleɪn] [kən'sɪdərd] [ɪz] ['ri:mɑ:nz] ([ɪ'lɪptɪk]
we obtain various answers , according as the plane considered is Riemann's (elliptic
我们 获得 各种各样的 答案 , 根据 作为 这 飞机 经过考虑的 是 黎曼的 (椭圆
) , ['ju:klɪdz] , [ɔ:r] - ([ˌhaɪpər'bɑ:lɪk]) .
) , Euclid's , or Lobachevsky's (hyperbolic) .
) , 欧几里得的 , 或者 - (双曲) .

根据所考虑的平面是黎曼平面（椭圆平面）、欧几里得平面还是罗巴切夫斯基平面（双曲平面），我们可以得到不同的答案。

[ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪ'lɪptɪk] [pleɪn] [ðer; ðər][ɪz][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt]
In the case of the elliptic plane there is a finite number of essentially different
在 这 案件 的 这 椭圆 飞机 那里 是 一个 有限 数字 的 本质上 不同的
[kaɪndz][ʌv; əv][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒənz] ,
kinds of fundamental regions ,
种类 的 基本的 地区 ,

就椭圆平面而言，存在有限数量的本质上不同的基本区域。

[ænd; ənd][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['kɑ:ŋgruənt]['ri:dʒənz] [sə'faisiz] [fɔ:r; fər][ə; eɪ] [kəm'pli:t] ['kʌvərɪŋ]
and a finite number of congruent regions suffices for a complete covering
和 一个 有限 数字 的 全等 地区 足够了 为了 一个 完全的 覆盖
[ʌv; əv][ðə; ði] [hoʊl] [pleɪn] ;
of the whole plane ;
的 这 所有的 飞机 ;

有限个全等区域足以完全覆盖整个平面；

[ðə; ði] [gru:p] [kən'sɪsts] [ɪn'di:d] [ʌv; əv][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['məuʃənz]['oʊnli] .
the group consists indeed of a finite number of motions only .
这 团体 由 的确 的 一个 有限 数字 的 运动 仅有的 .

该组确实只包含有限数量的运动。

[ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌhaɪpər'bɑ:lɪk] [pleɪn] [ðer; ðər][ɪz][æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ɪ'senʃəli]
In the case of the hyperbolic plane there is an infinite number of essentially
在 这 案件 的 这 双曲 飞机 那里 是 一个 无限 数字 的 本质上
['dɪfrənt] [kaɪndz][ʌv; əv][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒənz] ,
different kinds of fundamental regions ,
不同的 种类 的 基本的 地区 ,

对于双曲平面而言，存在无数种本质上不同的基本区域。

['neɪmli] , [ðə; ði] [wel] - [noʊn] [ˌpwɑːŋ'kɑːrˌeɪ] ['pɔligəns] .

namely	**,**	**the**	**well**	**-**	**known**	**Poincaré**	**polygons**	**.**
即	,	这	出色地	-	已知	庞加莱	多边形	.

即著名的庞加莱多边形。

[fɔːr; fər][ðə; ði] [kəm'pliːt] ['kʌvərɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ði] [pleɪn] [æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['kɑːŋgruənt]

For	**the**	**complete**	**covering**	**of**	**the**	**plane**	**an**	**infinite**	**number**	**of**	**congruent**
为了	这	完全的	覆盖	的	这	飞机	一个	无限	数字	的	全等

['riːdʒənz][ɪz] ['nesəseri] .

regions	**is**	**necessary**	**.**
地区	是	必要的	.

要完全覆盖平面，需要无穷多个全等区域。

[ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv] ['juːklɪdz] [pleɪn] [stændz] [bɪ'twiːn] [ðiːz] ;

The	**case**	**of**	**Euclid's**	**plane**	**stands**	**between**	**these**	**;**
这	案件	的	欧几里得的	飞机	站立	之间	这些	;

欧几里得平面的情况介于两者之间;

[fɔːr; fər][ɪn] [ðɪs] [keɪs] [ðer; ðər][ɪz]['oʊnli][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt] [kaɪndz][ʌv; əv]

for	**in**	**this**	**case**	**there**	**is**	**only**	**a**	**finite**	**number**	**of**	**essentially**	**different**	**kinds**	**of**
为了	在	这	案件	那里	是	仅有的	一个	有限	数字	的	本质上	不同的	种类	的

[gruːps] [ʌv; əv]['məuʃənz][wɪð; wɪθ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒənz] ,

groups	**of**	**motions**	**with**	**fundamental**	**regions**	**,**
团体	的	运动	和	基本的	地区	,

因为在这种情况下，只有有限数量的本质上不同的具有基本区域的运动群。

[bʌt; bət][fɔːr; fər][ə; eɪ] [kəm'pliːt] ['kʌvərɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ði] [hoʊl] [pleɪn] [æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbər] [ʌv; əv]

but	**for**	**a**	**complete**	**covering**	**of**	**the**	**whole**	**plane**	**an**	**infinite**	**number**	**of**
但	为了	一个	完全的	覆盖	的	这	所有的	飞机	一个	无限	数字	的

['kɑːŋgruənt]['riːdʒənz][ɪz] ['nesəseri] .

congruent	**regions**	**is**	**necessary**	**.**
全等	地区	是	必要的	.

但要完全覆盖整个平面，需要无穷多个全等区域。

[ɪg'zæktli][ðə; ði] [ˌkɔːrə'spɑːndɪŋ] [fækts][ɑːr; ər] [faʊnd] [ɪn] [speɪs] [ʌv; əv] [θriː] [daɪ'menʃ(ə)nz] .

Exactly	**the**	**corresponding**	**facts**	**are**	**found**	**in**	**space**	**of**	**three**	**dimensions**	**.**
确切地	这	相应的	事实	是	成立	在	空间	的	三	方面	.

在三维空间中，也存在完全对应的事实。

[ðə; ði][fækt][ʌv; əv][ðə; ði] ['faɪnaɪtˌnɪs] [ʌv; əv][ðə; ði] [gruːps] [ʌv; əv]['məuʃənz][ɪn] [ɪ'lɪptɪk] [speɪs] [ɪz][æn; ən]

The	**fact**	**of**	**the**	**finiteness**	**of**	**the**	**groups**	**of**	**motions**	**in**	**elliptic**	**space**	**is**	**an**
这	事实	的	这	有限性	的	这	团体	的	运动	在	椭圆	空间	是	一个

[ɪ'miːdiət] ['kɑːnsɪkwens] [ʌv; əv][ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l] ['θiːərəm] [ʌv; əv][siː] . ['dʒɔːrdn] ,

immediate	**consequence**	**of**	**a**	**fundamental**	**theorem**	**of**	**C**	**.**	**Jordan**	**,**
即时	结果	的	一个	基本的	定理	的	C	.	约旦	,

椭圆空间中运动群的有限性这一事实是约旦基本定理的直接推论，

[-] [wer'baɪ] [ðə; ði] ['nʌmbər] [ʌv; əv]

[	**41**	**]**	**whereby**	**the**	**number**	**of**
[	-	]	由此	这	数字	的

[41] 由此得出数量

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	**Pg**	**31**	**]**
[	页	-	]

[第31页]

[ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt] [kaɪndz][ʌv; əv]['faɪnaɪt] [gru:ps] [ʌv; əv] ['lɪniər] [,sʌbsti'tju:ʃənz][ɪn]['vɛri:əbəlz] [dʌz]

essentially	different	kinds	of	finite	groups	of	linear	substitutions	in	variables	does
本质上	不同的	种类	的	有限	团体	的	线性	替换	在	变量	做

[nɑ:t] [sər'pæs] [ə; eɪ]['sɜ:rt(ə)n]['faɪnaɪt]['lɪmɪt] [dɪ'pendənt] [ə'pɑ:n] .

not	surpass	a	certain	finite	limit	dependent	upon	.
不是	超过	一个	肯定	有限	限制	依赖	之上	.

本质上不同类型的有限线性替换群的变量不会超过某个取决于的有限极限。

[ðə; ði] [gru:ps] [ʌv; əv]['məuʃənz][wɪð; wɪθ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒənz][ɪn][ˌhaɪpər'bɑ:lɪk] [speɪs] [hæv; həv] [bɪn]

The	groups	of	motions	with	fundamental	regions	in	hyperbolic	space	have	been
这	团体	的	运动	和	基本的	地区	在	双曲	空间	有	到过

[ɪn'vestɪgeɪtɪd] [baɪ] ['frɪk] [ænd; ənd] [klaɪn] [ɪn][ðə; ði] ['lektʃərz] [ɑ:n][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] [ˌɔ:tə'mɔ:fik]

investigated	by	Fricke	and	Klein	in	the	lectures	on	the	theory	of	automorphic
调查	经过	弗里克	和	克莱因	在	这	讲座	在	这	理论	的	自守

['fʌŋkʃnz] ,

functions	,
函数	,

Fricke 和 Klein 在关于自守函数理论的讲座中研究了双曲空间中具有基本区域的运动群。

[-] [ænd; ənd]['faɪnəli] ['fɛdərɔ:v] , [-] - [-] [ænd; ənd] ['leɪtli] ['rɑ:n] [-] [hæv; həv]

[	42	]	and	finally	Fedorov	,	[	43	]	Schoenflies	[	44	]	and	lately	Rohn	[	45	]	have
[	-	]	和	最后	费多罗夫	,	[	-	]	-	[	-	]	和	最近	罗恩	[	-	]	有

['gɪv(ə)n][ðə; ði] [pru:f] [ðæt] [ðer; ðər][ɑ:r; ər] ,

given	the	proof	that	there	are	,
给定	这	证明	那	那里	是	,

[42] 最后，Fedorov、[43] Schoenflies[44] 以及最近的 Rohn[45] 都证明了这一点。

[ɪn][ju:'klɪdiən; 'ju:klɪdiən] [speɪs] ,

in	euclidean	space	,
在	欧几里得	空间	,

在欧几里得空间中，

['oʊnli][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv] [ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt] [kaɪndz][ʌv; əv] [gru:ps] [ʌv; əv]['məuʃənz][wɪð; wɪθ]

only	a	finite	number	of	essentially	different	kinds	of	groups	of	motions	with
仅有的	一个	有限	数字	的	本质上	不同的	种类	的	团体	的	运动	和

[ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒən] .

a	fundamental	region	.
一个	基本的	地区	.

只有有限数量的本质上不同的运动群，它们具有一个基本区域。

[naʊ] ,

Now	,
现在	,

现在，

[waɪl] [ðə; ði] [rɪ'zʌlts] [ænd; ənd] ['meθədz] [ʌv; əv] [pru:f] ['æplɪkəb(ə)l][tu:; tə] [ɪ'lɪptɪk] [ænd; ənd][ˌhaɪpər'bɑ:lɪk]

while	the	results	and	methods	of	proof	applicable	to	elliptic	and	hyperbolic
尽管	这	结果	和	方法	的	证明	适用的	到	椭圆	和	双曲

[speɪs] [hoʊld][də'rektli; daɪ'rektli][fɔ:r; fər] - [daɪ'menʃən(ə)l] [speɪs] ['ɔ:lsoʊ] ,

space	hold	directly	for	-	dimensional	space	also	,
空间	抓住	直接地	为了	-	维度	空间	还	,

适用于椭圆空间和双曲空间的结果和证明方法也直接适用于维空间，

[ðə; ði][ˌdʒen(ə)rələ'zeɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:ərəm] [fɔ:r; fər][ju:'klɪdiən; 'ju:klɪdiən] [speɪs] [si:mz] [tu:; tə]['ɔ:fər]

the	generalization	of	the	theorem	for	euclidean	space	seems	to	offer
这	概括	的	这	定理	为了	欧几里得	空间	似乎	到	提供

[dɪ'saɪdɪd] ['dɪfəkəltɪz] .

decided	difficulties	.
决定	困难	.

将该定理推广到欧几里得空间似乎存在明显的困难。

[ðə; ði][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] ['kwestʃən][ɪz] ['ðerfɔːr] [dɪ'zaɪərəb(ə)l] :

The	investigation	of	the	following	question	is	therefore	desirable	:
这	调查	的	这	下列的	问题	是	所以	理想	:

因此，有必要对以下问题进行研究：

[ɪz][ðer; ðər][ɪn] - [daɪ'menʃən(ə)l][juː'klɪdiən; 'juːklɪdiən] [speɪs] ['ɔːlsoʊ]['oʊnli][ə; eɪ]['faɪnaɪt] ['nʌmbər] [ʌv; əv]

Is	there	in	-	dimensional	euclidean	space	also	only	a	finite	number	of
是	那里	在	-	维度	欧几里得	空间	还	仅有的	一个	有限	数字	的

[ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt] [kaɪndz][ʌv; əv] [gruːps] [ʌv; əv]['məuʃənz][wɪð; wɪθ][ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒən] ?

essentially	different	kinds	of	groups	of	motions	with	a	fundamental	region	?
本质上	不同的	种类	的	团体	的	运动	和	一个	基本的	地区	?

在 d 维欧几里得空间中，是否存在也只有有限数量的本质上不同的运动群，且具有基本区域?

[ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒən][ʌv; əv] [iːtʃ] [gruːp] [ʌv; əv]['məuʃənz] , [tə'geðər] [wɪð; wɪθ][ðə; ði]['kɑːŋgruənt]

A	fundamental	region	of	each	group	of	motions	,	together	with	the	congruent
一个	基本的	地区	的	每个	团体	的	运动	,	一起	和	这	全等

['riːdʒənz] [ɜ'aɪzɪŋ] [frʌm; frəm][ðə; ði] [gruːp] ,

regions	arising	from	the	group	,
地区	产生	从	这	团体	,

每组运动的基本区域，以及由该组运动产生的全等区域，

['evɪdəntli] [fɪlz] [ʌp] [speɪs] [kəm'pliːtli] .

evidently	fills	up	space	completely	.
显然	填充	向上	空间	完全地	.

显然完全填满了空间。

[ðə; ði] ['kwestʃən] [ɜ'aɪzɪz] :

The	question	arises	:
这	问题	出现	:

问题来了：

['weðər] [ˌpɔli'hiːdrə, -'he-]['ɔːlsoʊ][ɪg'zɪst] [wɪtʃ] [duː][nɑːt] [ə'pɪr] [æz; əz][ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒənz][ʌv; əv]

Whether	polyhedra	also	exist	which	do	not	appear	as	fundamental	regions	of
无论	多面体	还	存在	哪个	做	不是	出现	作为	基本的	地区	的

[gruːps] [ʌv; əv]['məuʃənz] ,

groups	of	motions	,
团体	的	运动	,

是否存在一些多面体，它们并不作为运动群的基本区域出现?

[baɪ] [miːnz] [ʌv; əv] [wɪtʃ] [ˌnevərðə'les] [baɪ][ə; eɪ]['suːtəb(ə)l][ˌdʒʌkstəpə'zɪʃn] [ʌv; əv]['kɑːŋgruənt] ['kɑːpiz]

by	means	of	which	nevertheless	by	a	suitable	juxtaposition	of	congruent	copies
经过	方法	的	哪个	尽管如此	经过	一个	合适的	并置	的	全等	副本

[ə; eɪ] [kəm'pliːt] ['fɪlɪŋ] [ʌp][ʌv; əv][ɔːl] [speɪs] [ɪz]['pɑːsəb(ə)l] .

a	complete	filling	up	of	all	space	is	possible	.
一个	完全的	填充	向上	的	全部	空间	是	可能的	.

然而，通过适当并置一致的副本，可以完全填充所有空间。

[aɪ] [pɔɪnt] [aʊt] [ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] ['kwestʃən] , [rɪ'leɪtɪd] [tuː; tə][ðə; ði] [prɪ'siːdɪŋ] [wʌn] ,

I	point	out	the	following	question	,	related	to	the	preceding	one	,
我	观点	出去	这	下列的	问题	,	有关的	到	这	前	一	,

我提出以下与前一个问题相关的问题：

[ænd; ənd][ɪm'pɔːrt(ə)nt][tuː; tə] ['nʌmbər] ['θiːəri] [ænd; ənd][pər'hæps] ['sʌmtaɪmz] ['juːsf(ə)l][tuː; tə] ['fɪzɪks]

and	important	to	number	theory	and	perhaps	sometimes	useful	to	physics
和	重要的	到	数字	理论	和	也许	有时	有用	到	物理

[ænd; ənd] ['kemɪstri] :

and	chemistry	:
和	化学	:

对数论很重要，有时对物理学和化学也可能有用：

[haʊ] [kæn; kən][wʌn] [ə'reɪndʒ] [moʊst] ['densli] [ɪn] [speɪs] [æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbər] [ʌv; əv]['i:kwəl]['sɑ:lədz]
How 如何 **can** 能 **one** 一 **arrange** 安排 **most** 最多 **densely** 密集地 **in** 在 **space** 空间 **an** 一个 **infinite** 无限 **number** 数字 **of** 的 **equal** 平等的 **solids** 固体
[ʌv; əv]['gɪv(ə)n][fɔ:rm] ,
of 的 **given** 给定 **form** 形式 **,** ,

如何在空间中以最密集的方式排列无限多个给定形状的相同立体图形?

[i:] . [dʒi:] . , [sfiəz] [wɪð; wɪθ]['gɪv(ə)n]['reɪdiaɪ][ɔ:r]['regjələr] [ˌtɛtrə'hi:drə] [wɪð; wɪθ]['gɪv(ə)n]['ɛdʒəz, 'ɛdʒɪz] ([ɔ:r]
e e **.** . **g** 克 **.** . **,** , **spheres** 球体 **with** 和 **given** 给定 **radii** 半径 **or** 或者 **regular** 常规的 **tetrahedra** 四面体 **with** 和 **given** 给定 **edges** 边缘 **(** (**or** 或者
[ɪn] [prɪ'skraɪbd] [pə'zɪʃ(ə)n]) ,
in 在 **prescribed** 规定 **position** 位置 **)**) **,** ,

例如，具有给定半径的球体或具有给定边长的正四面体（或处于规定位置的正四面体），

[ðæt] [ɪz] ,
that 那 **is** 是 **,** ,

那是，

[haʊ] [kæn; kən][wʌn][soʊ][fɪt][ðem; ðəm] [tə'geðər] [ðæt] [ðə; ði]['reɪʃioʊ][ʌv; əv][ðə; ði] [fɪld] [tu:; tə][ðə; ði]
how 如何 **can** 能 **one** 一 **so** 所以 **fit** 合身 **them** 他们 **together** 一起 **that** 那 **the** 这 **ratio** 比率 **of** 的 **the** 这 **filled** 已填 **to** 到 **the** 这
[ʌn'fɪld] [speɪs] [meɪ] [bi:; bi][æz; əz] [greɪt] [æz; əz]['pɑ:səb(ə)l] ?
unfilled 未填写 **space** 空间 **may** 可能 **be** 是 **as** 作为 **great** 伟大的 **as** 作为 **possible** 可能的 **?** ?

如何才能使它们排列得尽可能完美，使得填充空间与未填充空间的比例尽可能大?

[ɪf] [wi:; wi] [lʊk] ['oʊvər][ðə; ði] [dɪ'veləpmənt] [ʌv; əv][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [ɪn][ðə; ði][læst]
If 如果 **we** 我们 **look** 看 **over** 超过 **the** 这 **development** 发展 **of** 的 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **functions** 函数 **in** 在 **the** 这 **last** 最后的
['sentʃəri] ,
century 世纪 **,** ,

如果我们回顾上个世纪函数论的发展历程，

[wi:; wi]['noʊtɪs] [ə'bʌv] [ɔ:l][ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [ɪm'pɔ:rt(ə)ns] [ʌv; əv] [ðæt] [klæs] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [wɪtʃ]
we 我们 **notice** 注意 **above** 多于 **all** 全部 **the** 这 **fundamental** 基本的 **importance** 重要性 **of** 的 **that** 那 **class** 班级 **of** 的 **functions** 函数 **which** 哪个
[wi:; wi] [naʊ] ['dezɪgneɪt] [æz; əz][ˌænə'lɪtɪk] ['fʌŋkʃnz] — [ə; eɪ] [klæs] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [wɪtʃ] [wɪl] ['prɑ:bəbli]
we 我们 **now** 现在 **designate** 指定 **as** 作为 **analytic** 分析 **functions** 函数 **—** — **a** 一个 **class** 班级 **of** 的 **functions** 函数 **which** 哪个 **will** 将要 **probably** 大概
[stænd] ['pɜ:rmənəntli] [ɪn][ðə; ði]['sentər] [ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['ɪntrəst] .
stand 站立 **permanently** 永久的 **in** 在 **the** 这 **center** 中心 **of** 的 **mathematical** 数学 **interest** 兴趣 **.** .

我们尤其注意到，我们现在称之为解析函数的这类函数具有根本的重要性——这类函数很可能将永远处于数学研究的中心。

[ðer; ðər][ɑ:r; ər] ['meni] ['dɪfrənt] [s'tændpɔɪnts] [frʌm; frəm] [wɪtʃ] [wi:; wi] [maɪt] [tʃu:z] ,
There 那里 **are** 是 **many** 许多 **different** 不同的 **standpoints** 立场 **from** 从 **which** 哪个 **we** 我们 **might** 可能 **choose** 选择 **,** ,

我们可以从许多不同的角度进行选择，

[aʊt] [ʌv; əv][ðə; ði][toʊ'tæləti][ʌv; əv][ɔ:l] [kən'si:vəb(ə)l] ['fʌŋkʃnz] , [ɪk'stensɪv] ['klæsɪz] ['wɜ:rði] [ʌv; əv][ə; eɪ]
out 出去 **of** 的 **the** 这 **totality** 总和 **of** 的 **all** 全部 **conceivable** 可以想象的 **functions** 函数 **,** , **extensive** 广泛的 **classes** 课程 **worthy** 值得 **of** 的 **a** 一个
[pər'tɪkjələrli] ['θɜ:roʊ] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] .
particularly 特别 **thorough** 彻底 **investigation** 调查 **.** .

在所有可能的功能中，存在着值得特别深入研究的广泛类别。

[kən'sɪdər] , [fɔːr; fər]
Consider , **for**
考虑 , 为了

考虑一下，

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 32]
[页 -]

[第32页]

[ɪg'zæmp(ə)l] , [ðə; ði] [klæs] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] ['kærəktəraɪzd] [baɪ]['ɔːrd(ə)neri][ɔːr]['pɑːrʃ(ə)l][ˌældʒɪ'breɪɪk]
example , the class of functions characterized by ordinary or partial algebraic
例子 , 这 班级 的 函数 特征化的 经过 普通的 或者 部分的 代数
[ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] .
differential equations .
微分 方程式 .

例如，由常微分方程或偏微分方程表征的函数类。

[ˌaɪ 'tiː][ʃʊd; ʃəd][biː; bi] [əb'zɜːrvd] [ðæt] [ðɪs] [klæs] [dʌz] [nɑːt][kən'teɪn][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [ðæt] [ə'raɪz][ɪn]
It should be observed that this class does not contain the functions that arise in
它 应该 是 观察到 那 这 班级 做 不是 包含 这 函数 那 出现 在
['nʌmbər] ['θiːəri] [ænd; ənd] [huːz] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɪz][ʌv; əv][ðə; ði] ['gretɪst] [ɪm'pɔːrt(ə)ns] .
number theory and whose investigation is of the greatest importance .
数字 理论 和 谁 调查 是 的 这 最 重要性 .

需要注意的是，本类不包含数论中出现的、研究最为重要的函数。

[fɔːr; fər][ɪg'zæmp(ə)l] , [ðə; ði] [bɪ'fɔːr] - ['menʃ(ə)nd] ['fʌŋkʃ(ə)n]['sætɪsfaɪz][noʊ][ˌældʒɪ'breɪɪk] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
For example , the before - mentioned function satisfies no algebraic differential
为了 例子 , 这 前 - 提及 功能 满足 不 代数 微分
[ɪ'kweɪʒ(ə)n] ,
equation ,
方程 ,

例如，前面提到的函数不满足任何代数微分方程。

[æz; əz][ɪz] ['iːzəli] [siːn] [wɪð; wɪθ][ðə; ði][help][ʌv; əv][ðə; ði] [wel] - [noʊn] [rɪ'leɪʃn] [bɪ'twiːn] [ænd; ənd] ,
as is easily seen with the help of the well - known relation between and ,
作为 是 容易地 已见 和 这 帮助 的 这 出色地 - 已知 关系 之间 和 ,

这一点很容易通过众所周知的"和"之间的关系看出，

[ɪf] [wʌn] [riˈfəːz] [tuː; tə][ðə; ði] ['θiːərəm] [pruːvd] [baɪ]['hoʊldər] ,
if one refers to the theorem proved by Holder ,
如果 一 指 到 这 定理 已证实 经过 持有者 ,

如果指的是霍尔德证明的定理，

[-] [ðæt] [ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n]['sætɪsfaɪz][noʊ][ˌældʒɪ'breɪɪk] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .
[46] that the function satisfies no algebraic differential equation .
[-] 那 这 功能 满足 不 代数 微分 方程 .

[46] 该函数不满足任何代数微分方程。

[ə'gen] , [ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [tuː] ['vɛriːəbəlz][ænd; ənd] [dɪ'faɪnd] [baɪ][ðə; ði] ['ɪnfɪnət] ['sɪriːz]
Again , the function of the two variables and defined by the infinite series
再次 , 这 功能 的 这 二 变量 和 定义 经过 这 无限 系列

再次，两个变量的函数由无穷级数定义。

[wɪtʃ] [stændz][ɪn][kloʊz] [rɪ'leɪʃn] [wɪð; wɪθ][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] , ['prɑːbəbli]['sætɪsfaɪz][noʊ][ˌældʒɪ'breɪɪk]
which stands in close relation with the function , probably satisfies no algebraic
哪个 站立 在 关闭 关系 和 这 功能 , 大概 满足 不 代数
['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .
partial differential equation .
部分的 微分 方程 .

它与该函数密切相关，但可能不满足任何代数偏微分方程。

[ɪn][ðə; ði][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ʌv; əv] [ðɪs] ['kwestʃən] [ðə; ði] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

In	the	investigation	of	this	question	the	functional	equation
在	这	调查	的	这	问题	这	功能性	方程

在研究这个问题时，函数方程

[wɪl] [hæv; həv][tuː; tə][biː; bi] [juːst] .

will	have	to	be	used	.
将要	有	到	是	用过的	.

必须使用。

[ɪf] , [ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd] ,

If	,	on	the	other	hand	,
如果	,	在	这	其他	手	,

另一方面，

[wiː; wi][ɑːr; ər] [liːd] [baɪ] [ˌærɪθ'metɪkl] [ɔːr] [ˌdʒiːə'metrɪkl] ['riːz(ə)nz] [tuː; tə] [kən'sɪdər] [ðə; ði] [klæs] [ʌv; əv] [ɔːl]

we	are	lead	by	arithmetical	or	geometrical	reasons	to	consider	the	class	of	all
我们	是	带领	经过	算术	或者	几何	原因	到	考虑	这	班级	的	全部

[ðoʊz] ['fʌŋkʃnz] [wɪtʃ] [ɑːr; ər] [kən'tɪnjuəs] [ænd; ənd] [ɪn'defɪnətli] [ˌdɪfə'renʃəbəl; ˌdɪfə'renʃiəbəl] ,

those	functions	which	are	continuous	and	indefinitely	differentiable	,
那些	函数	哪个	是	连续的	和	无限期	可微分的	,

出于算术或几何方面的原因，我们考虑所有连续且无限可微的函数类。

[wiː; wi][ʃʊd; ʃəd][biː; bi][ə'blaɪdʒd][ɪn][ɪts][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][tuː; tə] [dɪ'spens] [wɪð; wɪθ] [ðæt] ['plaɪənt] ['ɪnstrəmənt]

we	should	be	obliged	in	its	investigation	to	dispense	with	that	pliant	instrument
我们	应该	是	有义务	在	它是	调查	到	分配	和	那	柔韧的	乐器

, [ðə; ði] ['paʊər] ['sɪriːz] ,

,	the	power	series	,
,	这	力量	系列	,

在调查过程中，我们应该有义务放弃使用幂级数这种易受干扰的工具。

[ænd; ənd][wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['sɜːrkəmstæns] [ðæt] [ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɪz] ['fʊli] [dɪ'tɜːrmɪnd] [baɪ][ðə; ði]

and	with	the	circumstance	that	the	function	is	fully	determined	by	the
和	和	这	环境	那	这	功能	是	完全	决定	经过	这

[ə'saɪnmənt] [ʌv; əv]['vælјuːz][ɪn] ['eni] ['riːdʒən] ,

assignment	of	values	in	any	region	,
任务	的	值	在	任何	地区	,

并且，在函数完全由任何区域中的值的赋值决定的前提下，

[haʊ'evər] [smɔːl] .

however	small	.
然而	小的	.

然而，哪怕很小。

[waɪl] , ['ðerfɔːr] , [ðə; ði]['fɔːrmər][ˌlɪmɪ'teɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [fiːld] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [wʌz; wəz] [tuː]

While	,	therefore	,	the	former	limitation	of	the	field	of	functions	was	too
尽管	,	所以	,	这	以前的	局限性	的	这	场地	的	函数	曾是	也

['nærəʊ] ,

narrow	,
狭窄的	,

因此，先前对函数领域的限制过于狭窄，

[ðə; ði] ['lætər] [siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː] [tuː] [waɪd] .

the	latter	seems	to	me	too	wide	.
这	后者	似乎	到	我	也	宽的	.

后者在我看来太宽了。

[ðə; ði][aɪ'diːə][ʌv; əv][ðə; ði][ˌænə'lɪtɪk]['fʌŋkʃ(ə)n][ɑːn][ðə; ði]['ʌðər][hænd][ɪn'kluːdz][ðə; ði][hoʊl][welθ]

The	idea	of	the	analytic	function	on	the	other	hand	includes	the	whole	wealth
这	主意	的	这	分析	功能	在	这	其他	手	包括	这	所有的	财富

[ʌv; əv]['fʌŋkʃnz][moʊst][ɪm'pɔːrt(ə)nt][tuː; tə]['saɪəns],

of	functions	most	important	to	science	,
的	函数	最多	重要的	到	科学	,

另一方面，解析函数的概念包含了对科学至关重要的所有函数。

['weðər][ðeɪ][hæv; həv][ðer; ðər]['ɔːrɪdʒɪn][ɪn]['nʌmbər]['θiːəri],

whether	they	have	their	origin	in	number	theory	,
无论	他们	有	他们的	起源	在	数字	理论	,

无论它们是否起源于数论，

[ɪn][ðə; ði]['θiːəri][ʌv; əv][ˌdɪfə'renʃ(ə)l][ɪ'kweɪʒənz][ɔːr][ʌv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌŋkʃən(ə)l][ɪ'kweɪʒənz],

in	the	theory	of	differential	equations	or	of	algebraic	functional	equations	,
在	这	理论	的	微分	方程式	或者	的	代数	功能性	方程式	,

在微分方程理论或代数函数方程理论中，

['weðər][ðeɪ][ə'raɪz][ɪn][dʒi'ɑːmətri][ɔːr][ɪn][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['fɪzɪks]; [ænd; ənd], ['ðerfɔːr], [ɪn][ðə; ði]

whether	they	arise	in	geometry	or	in	mathematical	physics	;	and	,	therefore	,	in	the
无论	他们	出现	在	几何学	或者	在	数学	物理	;	和	,	所以	,	在	这

[ɪn'taɪər][relm][ʌv; əv]['fʌŋkʃnz],

entire	realm	of	functions	,
全部的	领域	的	函数	,

无论它们出现在几何学中还是数学物理学中；因此，也出现在整个函数领域中，

[ðə; ði][ˌænə'lɪtɪk]['fʌŋkʃ(ə)n]['dʒʌstli][hoʊldz][ˌʌndɪ'spjuːtɪd][suː'preməsi]. [-]

the	analytic	function	justly	holds	undisputed	supremacy	.	[	41	]
这	分析	功能	公正地	持有	无可争议	霸权	.	[	-	]

分析功能理所当然地占据着无可争议的主导地位。[41]

- ['dʒɜːrn(ə)l], ['vɑːl].

Crelle's	Journal	,	vol	.
-	杂志	,	卷	.

克雷尔的日记，第 1 卷

- (-), [ænd; ənd]['æti][diː]. ['riːˌæl]['eɪˌkæd]. [ˌdiː 'aɪ]['nɑːpɔːli], - . [-]

84	(	1878	)	,	and	Atti	d	.	Reale	Acad	.	di	Napoli	,	1880	.	[	42	]
-	(	-	),		和	态度	d	.	皇家	学院	.	迪	那不勒斯	,	-	.	[	-	]

84（1878），和阿蒂d。皇家学院。迪那不勒斯，1880 年。[42]

['laɪpsɪg], - .

Leipzig	,	1897	.
莱比锡	,	-	.

莱比锡，1897年。

[ˌsiː'ef].

Cf	.
cf	.

参见。

[ɪ'speʃəli][æbʃnɪt][aɪ], ['tʃæpləts][ˌtuː'tuː][ænd; ənd][θriː]. [-]

especially	Abschnitt	I	,	Chaplets	2	and	3	.	[	43	]
尤其	切片	我	,	串珠	2	和	3	.	[	-	]

特别是 Abschnitt I，第 2 章和第 3 章。[43]

- ['dɝː] - [ˌsɪ'stɛm][vɑːn][fɪgjɝən], - . [-]

Symmetrie	der	regelmässigen	Systeme	von	Figuren	,	1890	.	[	44	]
-	德尔	-	系统	冯	图伦	,	-	.	[	-	]

Symmetrie der regelmässigen Systeme vonFiguren，1890。[44]

- [ˌju ɛn 'di] - , ['laɪpsɪg] , - . [-]
Krystallsysteme und Krystallstruktur , Leipzig , 1891 . [45]
- 和 - , 莱比锡 , - . [-]

水晶系统和水晶结构，莱比锡，1891 年。[45]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] . - . [-]
Annalen , vol . 53 . [46]
安娜伦 , 卷 . - . [-]

Annalen，第 53 卷。[46]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , ['vɑːl] . - . - .
Annalen , vol . 28 . 19 .
安娜伦 , 卷 . - . - .

Annalen，第28卷，第19期。

[ɑːr; ər][ðə; ði] [sə'luːʃənz] [ʌv; əv] ['regjələr] ['prɔːbləms] [ɪn][ðə; ði] ['kælkjələs] [ʌv; əv][ˌveəriː'eiʃənz]
ARE THE SOLUTIONS OF REGULAR PROBLEMS IN THE CALCULUS OF VARIATIONS
是 这 解决方案 的 常规的 问题 在 这 结石 的 变体
['ɔːlweɪz] [ˌnesə'serəli] [ˌænə'lɪtɪk] ?
ALWAYS NECESSARILY ANALYTIC ?
总是 一定 分析 ?

变分法中常规问题的解是否总是解析解?

[wʌn] [ʌv; əv][ðə; ði][moʊst][rɪ'mɑːrkəb(ə)l][fækts][ɪn][ðə; ði]['elɪmənts; 'eləmənts][ʌv; əv][ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv]
One of the most remarkable facts in the elements of the theory of
一 的 这 最多 卓越 事实 在 这 元素 的 这 理论 的
[ˌænə'lɪtɪk] ['fʌŋkʃnz] [ə'pɪrz] [tuː; tə][ˌem 'iː][tuː; tə][biː; bi] [ðɪs] :
analytic functions appears to me to be this :
分析 函数 出现 到 我 到 是 这 :

在我看来，解析函数理论要素中最引人注目的事实之一是:

[ðæt] [ðer; ðər][ɪg'zɪst]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [huːz] ['ɪntəgɹəɬz][ɑːr; ər][ɔːl][ʌv; əv] [nə'sesəti]
That there exist partial differential equations whose integrals are all of necessity
那 那里 存在 部分的 微分 方程式 谁 积分 是 全部 的 必要性
[ˌænə'lɪtɪk]
analytic
分析

存在一些偏微分方程，它们的积分必然都是解析的。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 33]
[页 -]

[第33页]

['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði] [ˌɪndɪ'pendənt] ['vɛriːəbəlz] , [ðæt] [ɪz] , [ɪn] [ʃɔːrt] , [ɪ'kweɪʒənz] [sə'septəb(ə)l][ʌv; əv]
functions of the independent variables , that is , in short , equations susceptible of
函数 的 这 独立的 变量 , 那 是 , 在 短的 , 方程式 易受影响的 的
[nʌn] [bʌt; bət][ˌænə'lɪtɪk] [sə'luːʃənz] .
none but analytic solutions .
没有任何 但 分析 解决方案 .

自变量的函数，简而言之，就是只能有解析解的方程。

[ðə; ði] [best] [noʊn] ['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [ʌv; əv] [ðɪs] [kaɪnd] [ɑːr; ər] [ðə; ði] [pə'tenʃ(ə)l]

The	best	known	partial	differential	equations	of	this	kind	are	the	potential
这	最好的	已知	部分的	微分	方程式	的	这	种类	是	这	潜在的

[ɪ'kweɪʒ(ə)n]

equation
方程

这类偏微分方程中最著名的是势方程。

[ænd; ənd] ['sɜːrt(ə)n] ['lɪniər] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] [baɪ] [pɪ'kɑːrd] ; [-] ['ɔːlsoʊ] [ðə; ði]

and	certain	linear	differential	equations	investigated	by	Picard	;	[	47	]	also	the
和	肯定	线性	微分	方程式	调查	经过	皮卡德	;	[	-	]	还	这

[ɪ'kweɪʒ(ə)n]

equation
方程

以及皮卡德研究的某些线性微分方程；[47] 还有该方程

[ðə; ði] ['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv] ['mɪnɪm(ə)l] ['sɝːfəsəz, 'sɝːfəsɪz] , [ænd; ənd] ['ʌðər] .

the	partial	differential	equation	of	minimal	surfaces	,	and	others	.
这	部分的	微分	方程	的	最低限度	表面	,	和	其他的	.

极小曲面的偏微分方程，以及其他方程。

[moʊst] [ʌv; əv] [ðiːz] ['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [hæv; həv] [ðə; ði] ['kɑːmən] [ˌkerˌək.tə'rɪs.tɪk] [ʌv; əv]

Most	of	these	partial	differential	equations	have	the	common	characteristic	of
最多	的	这些	部分的	微分	方程式	有	这	常见的	特征	的

['biːɪŋ] [ðə; ði] [lə'^rændʒiən] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [ʌv; əv] ['sɜːrt(ə)n] ['prɔːbləms] [ʌv; əv] [ˌveri'eɪʃ(ə)n] ,

being	the	lagrangian	differential	equations	of	certain	problems	of	variation	,
存在	这	拉格朗日	微分	方程式	的	肯定	问题	的	变化	,

这些偏微分方程大多具有共同特征，即它们是某些变分问题的拉格朗日微分方程。

[vɪz] . , [ʌv; əv] [sʌtʃ] ['prɔːbləms] [ʌv; əv] [ˌveri'eɪʃ(ə)n]

viz	.	,	of	such	problems	of	variation
即	.	,	的	这样的	问题	的	变化

即，此类变异问题

[æz; əz] ['sætɪsfaɪ] , [fɔːr; fər] [ɔːl] ['vælju:z] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['ɑːrgjuːmənts] [wɪtʃ] [fɔːl] [wɪ'ðɪn] [ðə; ði] [reɪndʒ] [ʌv; əv]

as	satisfy	,	for	all	values	of	the	arguments	which	fall	within	the	range	of
作为	满足	,	为了	全部	值	的	这	论点	哪个	落下	之内	这	范围	的

[dɪ'skʌʃ(ə)n] , [ðə; ði] [ˌɪnɪ'kwɑːləti]

discussion	,	the	inequality
讨论	,	这	不等式

对于所有落在讨论范围内的参数值，满足不等式

[ɪt'self] ['biːɪŋ] [æn; ən] [ˌænə'lɪtɪk] ['fʌŋkʃ(ə)n] .

itself	being	an	analytic	function	.
本身	存在	一个	分析	功能	.

它本身就是一个解析函数。

[wiː; wi] [ʃæl; ʃəl] [kɔːl] [ðɪs] [sɔːrt] [ʌv; əv] ['prɑːbləm] [ə; eɪ] ['regjələr] [ˌveri'eɪʃ(ə)n] ['prɑːbləm] .

We	shall	call	this	sort	of	problem	a	regular	variation	problem	.
我们	将	称呼	这	种类	的	问题	一个	常规的	变化	问题	.

我们将这类问题称为正则变分问题。

[ˌaɪ 'tiː] [ɪz] ['tʃiːfli] [ðə; ði] ['regjələr] [ˌveri'eɪʃ(ə)n] ['prɔːbləms] [ðæt] [pleɪ] [ə; eɪ] [roʊl] [ɪn] [dʒi'ɑːmətri] ,

It	is	chiefly	the	regular	variation	problems	that	play	a	rôle	in	geometry	,
它	是	主要	这	常规的	变化	问题	那	玩	一个	角色	在	几何学	,

在几何学中，主要起作用的是正则变分问题。

[ɪn] [mə'kænɪks] , [ænd; ənd] [ɪn] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['fɪzɪks] ; [ænd; ənd] [ðə; ði] ['kwestʃən] ['nætʃ(ə)rəli] [ɝ'aɪzɪz] ,

in	mechanics	,	and	in	mathematical	physics	;	and	the	question	naturally	arises	,
在	机械学	,	和	在	数学	物理	;	和	这	问题	自然	出现	,

在力学和数理物理学中；自然而然地就会产生这样的问题：

['weðər] [ɔ:l] [sə'lu:ʃənz] [ʌv; əv]['regjələr][ˌveri'eɪʃ(ə)n]['prɔ:bləms][mʌst; məst] [ˌnesə'serəli] [bi:; bi][ˌænə'lɪtɪk]
whether **all** **solutions** **of** **regular** **variation** **problems** **must** **necessarily** **be** **analytic**
无论 全部 解决方案 的 常规的 变化 问题 必须 一定 是 分析
['fʌŋkʃnz] .
functions **.**
函数 .

正则变分问题的所有解是否必然是解析函数。

[ɪn] ['ʌðər] [wɜ:rdz] ,
In **other** **words** **,**
在 其他 字 ,

换句话说，

[dʌz] ['evri] [lə'^rændʒiən]['pɑ:rʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ə; eɪ]['regjələr][ˌveri'eɪʃ(ə)n]['prɑ:bləm]
does **every** **lagrangian** **partial** **differential** **equation** **of** **a** **regular** **variation** **problem**
做 每一个 拉格朗日 部分的 微分 方程 的 一个 常规的 变化 问题
[hæv; həv][ðə; ði]['prɑ:pərti][ʌv; əv][æd'mɪtɪŋ, əd'mɪtɪŋ][ˌænə'lɪtɪk]['ɪntəgɹəłz] [ɪk'sklu:sɪvli] ?
have **the** **property** **of** **admitting** **analytic** **integrals** **exclusively** **?**
有 这 财产 的 承认 分析 积分 只 ?

正则变分问题的每个拉格朗日偏微分方程是否都具有只允许解析积分的性质?

[ænd; ənd][ɪz] [ðɪs] [ðə; ði] [keɪs] ['i:v(ə)n] [wen] [ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] [ɪz] [kən'streɪnd] [tu:; tə] [ə'su:m] ,
And **is** **this** **the** **case** **even** **when** **the** **function** **is** **constrained** **to** **assume** **,**
和 是 这 这 案件 甚至 什么时候 这 功能 是 受限 到 认为 ,

即使函数被限制为假设某个条件，情况也是如此吗?

[æz; əz] , [i:] . [dʒi:] . , [ɪn] [dɪrɪtʃləts] ['prɑ:bləm][ɑ:n][ðə; ði] [pə'tenʃ(ə)l] ['fʌŋkʃ(ə)n] , ['baʊndri] ['vælju:z] [wɪtʃ]
as **,** **e** **.** **g** **.** **,** **in** **Dirichlet's** **problem** **on** **the** **potential** **function** **,** **boundary** **values** **which**
作为 , e . 克 . , 在 狄利克雷的 问题 在 这 潜在的 功能 , 边界 值 哪个
[ɑ:r; ər] [kən'tɪnjuəs] ,
are **continuous** **,**
是 连续的 ,

例如，在狄利克雷势函数问题中，边界值是连续的，

[bʌt; bət][nɑ:t][ˌænə'lɪtɪk] ?
but **not** **analytic** **?**
但 不是 分析 ?

但不是分析性的?

[aɪ] [meɪ] [ˌeɪ di: 'di:] [ðæt] [ðer; ðər][ɪg'zɪst]['sɝ:fəsəz, 'sɝ:fəsɪz][ʌv; əv]['kɑ:nstənt] ['negətɪv] ['gaʊsiən] ['kɜ:rvətʃər]
I **may** **add** **that** **there** **exist** **surfaces** **of** **constant** **negative** **gaussian** **curvature**
我 可能 添加 那 那里 存在 表面 的 持续的 消极的 高斯 曲率
[wɪtʃ] [ɑ:r; ər] [ˌriprɪ'zentəbl] [baɪ] ['fʌŋkʃnz] [ðæt] [ɑ:r; ər] [kən'tɪnjuəs] [ænd; ənd] [pə'zes] [ɪn'di:d] [ɔ:l]
which **are** **representable** **by** **functions** **that** **are** **continuous** **and** **possess** **indeed** **all**
哪个 是 可代表的 经过 函数 那 是 连续的 和 具有 的确 全部
[ðə; ði] [də'revətɪvz] ,
the **derivatives** **,**
这 衍生物 ,

我还要补充一点，存在具有恒定负高斯曲率的曲面，这些曲面可以用连续函数表示，并且这些函数确实具有所有导数。

[ænd; ənd] [jet] [ɑ:r; ər][nɑ:t]
and **yet** **are** **not**
和 然而 是 不是

然而，它们并非如此

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[**Pg** **34** **]**
[页 -]

[ˌænə'lɪtɪk] ;
analytic **;**
分析 ;

分析的;

[waɪl] [ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd][ˌaɪ 'tiː][ɪz]['prɑːbəb(ə)l] [ðæt] ['evri] ['sɜːrfɪs] [huːz] ['gaʊsiən] ['kɜːrvətʃər] [ɪz]
while **on** **the** **other** **hand** **it** **is** **probable** **that** **every** **surface** **whose** **gaussian** **curvature** **is**
尽管 在 这 其他 手 它 是 可能 那 每一个 表面 谁 高斯 曲率 是
['kɑːnstənt][ænd; ənd]['pɑːzətɪv][ɪz] [ˌnesə'serəli] [æn; ən][ˌænə'lɪtɪk] ['sɜːrfɪs] .
constant **and** **positive** **is** **necessarily** **an** **analytic** **surface** **.**
持续的 和 积极的 是 一定 一个 分析 表面 .

另一方面，高斯曲率恒定且为正的任何曲面都可能是解析曲面。

[ænd; ənd][wiː; wi] [noʊ] [ðæt][ðə; ði]['sɜ˞ːfəsəz, 'sɜ˞ːfəsɪz][ʌv; əv]['pɑːzətɪv]['kɑːnstənt] ['kɜːrvətʃər] [ɑːr; ər][moʊst]
And **we** **know** **that** **the** **surfaces** **of** **positive** **constant** **curvature** **are** **most**
和 我们 知道 那 这 表面 的 积极的 持续的 曲率 是 最多
['kloʊsli] [rɪ'leɪtɪd] [tuː; tə] [ðɪs] ['regjələr][ˌveri'eɪʃ(ə)n]['prɑːbləm] :
closely **related** **to** **this** **regular** **variation** **problem** **:**
密切 有关的 到 这 常规的 变化 问题 :

我们知道，正常曲率曲面与这个正则变分问题关系最为密切:

[tuː; tə] [pæs] [θruː] [ə; eɪ] [kloʊzd] [kɜːrv] [ɪn] [speɪs] [ə; eɪ] ['sɜːrfɪs] [ʌv; əv]['mɪnɪm(ə)l] ['eriə] [wɪtʃ] [ʃæl; ʃəl]
To **pass** **through** **a** **closed** **curve** **in** **space** **a** **surface** **of** **minimal** **area** **which** **shall**
到 经过 通过 一个 关闭 曲线 在 空间 一个 表面 的 最低限度 区域 哪个 将
[ɪn'kloʊz] ,
inclose **,**
附寄 ,

穿过空间中的闭合曲线，得到一个面积最小的曲面，该曲面所包围的面积为:

[ɪn] [kə'nekʃ(ə)n] [wɪð; wɪθ][ə; eɪ] [fɪkst] ['sɜːrfɪs] [θruː] [ðə; ði] [seɪm] [kloʊzd] [kɜːrv] , [ə; eɪ]['vɑːljəm] [ʌv; əv]
in **connection** **with** **a** **fixed** **surface** **through** **the** **same** **closed** **curve** **,** **a** **volume** **of**
在 联系 和 一个 固定的 表面 通过 这 相同的 关闭 曲线 , 一个 体积 的
['gɪv(ə)n] ['mægnɪtuːd] . [-]
given **magnitude** **.** **[** **47** **]**
给定 震级 . [-]

与同一闭合曲线上的固定曲面相连，具有给定大小的体积。[47]

['dʒuːr] . [diː] [lɪkoʊl] [pɒlɪ'tek] . , - . - .
Jour **.** **de** **l'Ecole** **Polytech** **.** **,** **1890** **.** **20** **.**
一天 . 德 学校 理工学院 . , - . - .

日记。巴黎综合理工学院，1890.20。

[ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] ['prɑːbləm] [ʌv; əv] ['baʊndri] [vælvz] .
THE **GENERAL** **PROBLEM** **OF** **BOUNDARY** **VALVES** **.**
这 一般的 问题 的 边界 阀门 .

边界阀的一般问题。

[æn; ən][ɪm'pɔːrt(ə)nt]['prɑːbləm] ['kloʊsli] [kə'nektɪd] [wɪð; wɪθ][ðə; ði] ['fɔːrgoʊɪŋ] [ɪz][ðə; ði] ['kwestʃən]
An **important** **problem** **closely** **connected** **with** **the** **foregoing** **is** **the** **question**
一个 重要的 问题 密切 连接 和 这 前文 是 这 问题
[kən'sɜːrnɪŋ] [ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv] [sə'luːʃənz] [ʌv; əv]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [wen] [ðə; ði]
concerning **the** **existence** **of** **solutions** **of** **partial** **differential** **equations** **when** **the**
有关 这 存在 的 解决方案 的 部分的 微分 方程式 什么时候 这
['vælјuːz][ɑːn][ðə; ði] ['baʊndri] [ʌv; əv][ðə; ði]['riːdʒən][ɑːr; ər] [prɪ'skraɪbd] .
values **on** **the** **boundary** **of** **the** **region** **are** **prescribed** **.**
值 在 这 边界 的 这 地区 是 规定 .

与上述问题密切相关的一个重要问题是，当区域边界上的值给定时，偏微分方程解的存在性问题。

[ðɪs] ['prɑːbləm][ɪz] ['sɑːlvd] [ɪn][ðə; ði][meɪn][baɪ][ðə; ði] [kiːn] ['meθədz] [ʌv; əv][eɪtʃ] . [ə; eɪ] . [ʃwɑːz] ,
This **problem** **is** **solved** **in** **the** **main** **by** **the** **keen** **methods** **of** **H** **.** **A** **.** **Schwarz** **,**
这 问题 是 已解决 在 这 主要的 经过 这 敏锐的 方法 的 H . 一个 . 施瓦茨 ,

这个问题主要由H.A. Schwarz的巧妙方法解决。

[siː] . ['nuːmən] , [ænd; ənd][ˌpwɑːŋ'kɑːrˌeɪ][fɔːr; fər][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [pə'tenʃ(ə)l] .

C	.	Neumann	,	and	Poincaré	for	the	differential	equation	of	the	potential	.
C	.	诺伊曼	,	和	庞加莱	为了	这	微分	方程	的	这	潜在的	.

C. Neumann 和 Poincaré 给出了势的微分方程。

[ðiːz] ['meθədz] , [haʊ'evər] ,

These	methods	,	however	,
这些	方法	,	然而	,

然而，这些方法

[siːm] [tuː; tə][biː; bi]['dʒen(ə)rəli][nɑːt]['keɪpəb(ə)l][ʌv; əv][də'rekt][ɪk'stenʃ(ə)n][tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [wer] [ə'lɔːŋ]

seem	to	be	generally	not	capable	of	direct	extension	to	the	case	where	along
似乎	到	是	一般来说	不是	有能力的	的	直接的	扩大	到	这	案件	在哪里	沿着

[ðə; ði] ['baʊndri] [ðer; ðər][ɑːr; ər] [prɪ'skraɪbd] ['iːðər] [ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ɔːr]['eni] [rɪ'leɪʃnz]

the	boundary	there	are	prescribed	either	the	differential	coefficients	or	any	relations
这	边界	那里	是	规定	任何一个	这	微分	系数	或者	任何	关系

[bɪ'twiːn] [ðiːz] [ænd; ənd][ðə; ði]['vælјuːz][ʌv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] .

between	these	and	the	values	of	the	function	.
之间	这些	和	这	值	的	这	功能	.

似乎通常无法直接扩展到边界上规定了微分系数或这些系数与函数值之间的任何关系的情况。

[nɔːr][kæn; kən] [ðeɪ] [biː; bi] [ɪk'stendɪd] [ɪ'miːdiətli] [tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [wer] [ðə; ði]['ɪnkwəri; ɪn'kwaɪəri][ɪz]

Nor	can	they	be	extended	immediately	to	the	case	where	the	inquiry	is
也不	能	他们	是	扩展	立即地	到	这	案件	在哪里	这	询问	是

[nɑːt][fɔːr; fər] [pə'tenʃ(ə)l] ['sɜ˞ːfəsəz, 'sɜ˞ːfəsɪz][bʌt; bət] ,

not	for	potential	surfaces	but	,
不是	为了	潜在的	表面	但	,

它们也不能立即推广到以下情况：调查并非针对潜在的表面，而是针对.....

[seɪ] , [fɔːr; fər]['sɜ˞ːfəsəz, 'sɜ˞ːfəsɪz][ʌv; əv] [liːst] ['eriə] , [ɔːr]['sɜ˞ːfəsəz, 'sɜ˞ːfəsɪz][ʌv; əv]['kɑːnstənt]['pɑːzətɪv]

say	,	for	surfaces	of	least	area	,	or	surfaces	of	constant	positive
说	,	为了	表面	的	至少	区域	,	或者	表面	的	持续的	积极的

['gaʊsiən] ['kɜːrvətʃər] ,

gaussian	curvature	,
高斯	曲率	,

例如，对于面积最小的曲面，或者具有恒定正高斯曲率的曲面，

[wɪtʃ] [ɑːr; ər][tuː; tə] [peɪs] [θruː] [ə; eɪ] [prɪ'skraɪbd] ['twɪstɪd] [kɜːrv] [ɔːr][tuː; tə] [stretʃ] ['oʊvər][ə; eɪ]

which	are	to	pass	through	a	prescribed	twisted	curve	or	to	stretch	over	a
哪个	是	到	经过	通过	一个	规定	扭曲	曲线	或者	到	拉紧	超过	一个

['gɪv(ə)n] [rɪŋ] ['sɜːrfɪs] .

given	ring	surface	.
给定	戒指	表面	.

它们是要经过规定的扭曲曲线或拉伸到给定的环形表面上。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz][maɪ] [kən'vɪkʃn] [ðæt] [ˌaɪ 'tiː] [wɪl] [biː; bi]['pɑːsəb(ə)l][tuː; tə] [pruːv] [ðiːz] [ɪg'zɪstəns] ['θiːərəmz]

It	is	my	conviction	that	it	will	be	possible	to	prove	these	existence	theorems
它	是	我的	定罪	那	它	将要	是	可能的	到	证明	这些	存在	定理

[baɪ] [miːnz] [ʌv; əv][ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl]['prɪnsəp(ə)l] [huːz] ['neɪtʃər] [ɪz]['ɪndɪkeɪtɪd][baɪ] [dɪrɪtʃləts] ['prɪnsəp(ə)l] .

by	means	of	a	general	principle	whose	nature	is	indicated	by	Dirichlet's	principle	.
经过	方法	的	一个	一般的	原则	谁	自然	是	表明的	经过	狄利克雷的	原则	.

我坚信，通过狄利克雷原理所揭示的一般原理，可以证明这些存在性定理。

[ðɪs] ['dʒen(ə)rəl]['prɪnsəp(ə)l] [wɪl] [ðen] [pər'hæps][ɪ'neɪb(ə)l][ˌjuː 'es][tuː; tə] [ə'proʊtʃ] [ðə; ði]['kwestʃən] :

This	general	principle	will	then	perhaps	enable	us	to	approach	the	question	:
这	一般的	原则	将要	然后	也许	使能够	我们	到	方法	这	问题	:

这一普遍原则或许能够帮助我们探讨以下问题：

[hæz; həz][nɑːt] ['evri] ['regjələr][ˌveri'eɪʃ(ə)n]['prɑːbləm][ə; eɪ][sə'luːʃ(ə)n] ,

Has	not	every	regular	variation	problem	a	solution	,
有	不是	每一个	常规的	变化	问题	一个	解决方案	,

难道每个常规变化的问题都有解决办法吗？

[prə'vaɪdɪd]['sɜːrt(ə)n] [ə'sʌmpʃnz] [rɪ'gɑːrdɪŋ] [ðə; ði]['gɪv(ə)n] ['baʊndri] [kən'dɪʃ(ə)nz][ɑːr; ər]['sætɪsfaɪd] (

provided	**certain**	**assumptions**	**regarding**	**the**	**given**	**boundary**	**conditions**	**are**	**satisfied**	**(**
假如	肯定	假设	关于	这	给定	边界	状况	是	使满意	(

[seɪ] [ðæt] [ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [kən'sɜːrnd] [ɪn] [ðiːz] ['baʊndri] [kən'dɪʃ(ə)nz][ɑːr; ər] [kən'tɪnjuəs] [ænd; ənd]

say	**that**	**the**	**functions**	**concerned**	**in**	**these**	**boundary**	**conditions**	**are**	**continuous**	**and**
说	那	这	函数	担心的	在	这些	边界	状况	是	连续的	和

[hæv; həv][ɪn] ['sekʃnz] [wʌn][ɔːr] [mɔːr] [də'revətɪvz]) ,

have	**in**	**sections**	**one**	**or**	**more**	**derivatives**	**)**	**,**
有	在	部分	一	或者	更多的	衍生物	)	,

前提是满足关于给定边界条件的某些假设（例如，这些边界条件中涉及的函数是连续的，并且在各个截面中具有一个或多个导数），

[ænd; ənd][prə'vaɪdɪd]['ɔːlsoʊ] [ɪf] [niːd] [biː; bi] [ðæt] [ðə; ði]['noʊʃ(ə)n][ʌv; əv][ə; eɪ][sə'luːʃ(ə)n][ʃæl; ʃəl][biː; bi]

and	**provided**	**also**	**if**	**need**	**be**	**that**	**the**	**notion**	**of**	**a**	**solution**	**shall**	**be**
和	假如	还	如果	需要	是	那	这	概念	的	一个	解决方案	将	是

['suːtəbli] [ɪk'stendɪd] ? [-] [-]

suitably	**extended**	**?**	**[**	**48**	**]**	**[**	**48**	**]**
适当地	扩展	?	[	-	]	[	-	]

并且，如有必要，解决方案的概念是否也应适当扩展？[48][48]

[,siː'ef] .

Cf	**.**
cf	.

参见。

[maɪ] ['lektʃər] [ɑːn] [dɪrɪtʃləts] ['prɪnsəp(ə)l][ɪn][ðə; ði] - .

my	**lecture**	**on**	**Dirichlet's**	**principle**	**in**	**the**	**Jahresber**	**.**
我的	演讲	在	狄利克雷的	原则	在	这	-	.

我在 Jahresber 上讲授狄利克雷原理。

[diː] . ['dɔɪtʃən] [mæθ] . - [fɛɐ'aɪnɪgʊŋ] , ['vɑːl] . [eɪt] (-) , [piː] . - . - .

d	**.**	**Deutschen**	**Math**	**.**	**-**	**Vereinigung**	**,**	**vol**	**.**	**8**	**(**	**1900**	**)**	**,**	**p**	**.**	**184**	**.**	**21**	**.**
d	.	德语	数学	.	-	协会	,	卷	.	8	(	-	)	,	p	.	-	.	-	.

d.德国数学-Vereinigung，卷。 8（1900），第 17 页。 184.21。

©叶兴阳双语音标有声读物.本网站点所有英文书籍内容均来自公共领域资源。

经叶兴阳老师独家注音、翻译与重新排版，享有完整版权。未经授权禁止转载或商用。

数学问题(Mathematical Problems)
第3/3页

[pru:f] [ʌv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv] ['lɪniər] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ['hævɪŋ] [ə; eɪ]
PROOF **OF** **THE** **EXISTENCE** **OF** **LINEAR** **DIFFERENTIAL** **EQUATIONS** **HAVING** **A**
证明 的 这 存在 的 线性 微分 方程式 拥有 一个
[prɪ'skraɪbd] [mɒnɒd'rəʊmɪk] [gru:p] .
PRESCRIBED **MONODROMIC** **GROUP** **.**
规定 单向 团体 .

证明具有指定单值群的线性微分方程的存在性。

[ɪn][ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['lɪniər] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [wɪð; wɪθ][wʌn] [ˌɪndɪ'pendənt] ['veriəb(ə)l] ,
In **the** **theory** **of** **linear** **differential** **equations** **with** **one** **independent** **variable** **,**
在 这 理论 的 线性 微分 方程式 和 一 独立的 多变的 ,

在具有一个自变量的线性微分方程理论中，

[aɪ] [wɪʃ] [tu:; tə] ['ɪndɪkeɪt] [æn; ən][ɪm'pɔ:rt(ə)nt]['prɑ:bləm] ,
I **wish** **to** **indicate** **an** **important** **problem** **,**
我 希望 到 表明 一个 重要的 问题 ,

我想指出一个重要问题，

[wʌn] [wɪtʃ] ['veri] ['laɪkli] ['ri:ma:n] [hɪm'self] [meɪ] [hæv; həv][hæd; həd][ɪn][maɪnd] .
one **which** **very** **likely** **Riemann** **himself** **may** **have** **had** **in** **mind** **.**
一 哪个 非常 可能 黎曼 他自己 可能 有 有 在 头脑 .

这很可能正是黎曼本人所设想的。

[ðɪs] ['prɑ:bləm][ɪz][æz; əz] ['fɑ:loʊz] :
This **problem** **is** **as** **follows** **:**
这 问题 是 作为 跟随 :

问题如下：

[tu:; tə] [ʃoʊ] [ðæt] [ðer; ðər] ['ɔ:lweɪz] [ɪg'zɪsts][ə; eɪ] ['lɪniər] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] ['fju:ʃən]
To **show** **that** **there** **always** **exists** **a** **linear** **differential** **equation** **of** **the** **Fuchsian**
到 展示 那 那里 总是 存在 一个 线性 微分 方程 的 这 紫红色
[klæs] ,
class **,**
班级 ,

为了证明总存在一个 Fuchsian 类的线性微分方程，

[wɪð; wɪθ]['gɪv(ə)n]['sɪŋgjələr] [pɔɪnts] [ænd; ənd]
with **given** **singular** **points** **and**
和 给定 单数 积分 和

具有给定的奇异点和

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[**Pg** **35** **]**
[页 -]

[第35页]

[mɒnɒd'rəʊmɪk] [gru:p] .
monodromic **group** **.**
单向 团体 .

单向群。

[ðə; ði]['prɑ:bləm] [rɪ'kwaɪrz] [ðə; ði] [prə'dʌkʃn] [ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði]['veriəb(ə)l] ,
The **problem** **requires** **the** **production** **of** **functions** **of** **the** **variable** **,**
这 问题 需要 这 生产 的 函数 的 这 多变的 ,

该问题需要生成变量的函数，

['regjələr] [θru:'aʊt] [ðə; ði][kəm'pleks] [pleɪn] [ɪk'sept] [æt; ət][ðə; ði]['gɪv(ə)n]['sɪŋgjələr] [pɔɪnts] ;

regular	throughout	the	complex	plane	except	at	the	given	singular	points	;
常规的	自始至终	这	复杂的	飞机	除了	在	这	给定	单数	积分	;

除了给定的奇点外，在整个复平面上都是正则的；

[æt; ət] [ði:z] [pɔɪnts] [ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [meɪ] [bɪ'kʌm] ['ɪnfɪnət] [ʌv; əv]['oʊnli]['faɪnaɪt]['ɔ:rdər] ,

at	these	points	the	functions	may	become	infinite	of	only	finite	order	,
在	这些	积分	这	函数	可能	变得	无限	的	仅有的	有限	命令	,

在这些点上，函数可能变为无穷大函数，但阶数只有有限值。

[ænd; ənd] [wen] [dɪ'skraɪbz] ['sɜ:rkɪt] [ə'baʊt] [ði:z] [pɔɪnts] [ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [ʃæl; ʃəl][ˌʌndər'goʊ][ðə; ði]

and	when	describes	circuits	about	these	points	the	functions	shall	undergo	the
和	什么时候	描述	电路	关于	这些	积分	这	函数	将	经历	这

[prɪ'skraɪbd] ['lɪniər] [ˌsʌbsti'tju:ʃənz] .

prescribed	linear	substitutions	.
规定	线性	替换	.

当描述围绕这些点的电路时，函数应进行规定的线性替换。

[ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ʌv; əv] [sʌtʃ] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [hæz; həz] [bɪn] [ʃoʊn] [tu:; tə][bi:; bi]['prɑ:bəb(ə)l]

The	existence	of	such	differential	equations	has	been	shown	to	be	probable
这	存在	的	这样的	微分	方程式	有	到过	所示	到	是	可能

[baɪ] [kaʊntɪŋ] [ðə; ði]['kɔnstənts] ,

by	counting	the	constants	,
经过	计数	这	常数	,

通过计算常数，已经证明了这类微分方程存在的可能性。

[bʌt; bət][ðə; ði] ['rɪgərəs] [pru:f] [hæz; həz] [bɪn] [əb'teɪnd] [ʌp][tu:; tə] [ðɪs] [taɪm]['oʊnli][ɪn][ðə; ði][pər'tɪkjələr]

but	the	rigorous	proof	has	been	obtained	up	to	this	time	only	in	the	particular
但	这	严格的	证明	有	到过	获得	向上	到	这	时间	仅有的	在	这	特别的

[keɪs] [wer] [ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [ʌv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n][ˌsʌbsti'tju:ʃənz][hæv; həv] [ru:ts] [ɔ:l]

case	where	the	fundamental	equations	of	the	given	substitutions	have	roots	all
案件	在哪里	这	基本的	方程式	的	这	给定	替换	有	根	全部

[ʌv; əv] ['æbsəlu:t] ['mægnɪtu:d] ['ju:nəti] .

of	absolute	magnitude	unity	.
的	绝对	震级	统一	.

但到目前为止，只有在给定的替换的基本方程的根的绝对值均为 1 的情况下，才获得了严格的证明。

[el] . ['ʃlɛsɪndʒɚ] [hæz; həz]['gɪv(ə)n] [ðɪs] [pru:f] , [-] [beɪst] [ə'pɑ:n] - ['θi:əri] [ʌv; əv][ðə; ði]

L	.	Schlesinger	has	given	this	proof	,	[	49	]	based	upon	Poincaré's	theory	of	the
L	.	施莱辛格	有	给定	这	证明	,	[	-	]	基于	之上	-	理论	的	这

['fju:ʃən] - ['fʌŋkʃnz] .

Fuchsian	-	functions	.
紫红色	-	函数	.

L. Schlesinger 给出了这个证明，[49] 基于庞加莱的 Fuchsian 函数理论。

[ðə; ði] ['θi:əri] [ʌv; əv] ['lɪniər] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] [wʊd] ['evɪdəntli] [hæv; həv][ə; eɪ] [mɔ:r] ['fɪnɪʃt]

The	theory	of	linear	differential	equations	would	evidently	have	a	more	finished
这	理论	的	线性	微分	方程式	会	显然	有	一个	更多的	完成的

[ə'pɪrəns] [ɪf] [ðə; ði]['prɑ:bləm] [hɪr] ['skɛtʃt] [kʊd; kəd][bi:; bi][dɪ'spoʊzd][ʌv; əv][baɪ][sʌm; səm]

appearance	if	the	problem	here	sketched	could	be	disposed	of	by	some
外貌	如果	这	问题	这里	草图	可以	是	处置	的	经过	一些

['pɜ:rfɪktli] ['dʒen(ə)rəl] ['meθəd] . [-]

perfectly	general	method	.	[	49	]
完美	一般的	方法	.	[	-	]

如果这里概述的问题能够通过某种完全一般的方法来解决，那么线性微分方程理论显然会显得更加完善。[49]

['hɑ:nt,bʊk] ['dɚ:] [ˌteɪə'ri:] ['dɚ:] - - , ['vɑ:l] .

Handbuch	der	Theorie	der	linearen	Differentialgleichungen	,	vol	.
手册	德尔	理论	德尔	-	-	,	卷	.

线性微分理论手册，卷。

[ˌtuːˈtuː] , [pɑːrt][ˌtuːˈtuː] , [noʊ] . - . - .

2	,	part	2	,	No	.	366	.	22	.
2	,	部分	2	,	不	.	-	.	-	.

2，第 2 部分，第 366.22 号。

-	[ʌv; əv]	[ˌænəˈlɪtɪk]	[-]	[baɪ]	[miːnz]	[ʌv; əv]	[ˌɔːtəˈmɔːfik]	[ˈfʌŋkʃnz]	.
UNIFORMIZATIOM	**OF**	**ANALYTIC**	**RELATION'S**	**BY**	**MEANS**	**OF**	**AUTOMORPHIC**	**FUNCTIONS**	**.**
-	的	分析	关系	经过	方法	的	自守	函数	.

利用自异构函数对解析关系进行统一化。

[æz; əz][ˌpwɑːŋˈkɑːrˌeɪ][wʌz; wəz][ðə; ði][fɜːrst][tuː; tə] [pruːv] ,

As	Poincaré	was	the	first	to	prove	,
作为	庞加莱	曾是	这	第一的	到	证明	,

正如庞加莱最先证明的那样，

[ˌaɪ ˈtiː][ɪz]['ɔːlweɪz]['pɑːsəb(ə)l][tuː; tə] [rɪˈduːs] ['eni][ˌældʒɪˈbreɪɪk] [rɪˈleɪʃn] [bɪˈtwiːn] [tuː] ['vɛriːəbəlz][tuː; tə]

it	is	always	possible	to	reduce	any	algebraic	relation	between	two	variables	to
它	是	总是	可能的	到	减少	任何	代数	关系	之间	二	变量	到

[ˌjuːnɪˈfɔːrməti][baɪ][ðə; ði][juːz][ʌv; əv] [ˌɔːtəˈmɔːfik] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][wʌn]['veriəb(ə)l] .

uniformity	by	the	use	of	automorphic	functions	of	one	variable	.
均匀性	经过	这	使用	的	自守	函数	的	一	多变的	.

总是可以通过使用一个变量的自守函数，将两个变量之间的任何代数关系简化为统一关系。

[ðæt] [ɪz] , [ɪf] ['eni][ˌældʒɪˈbreɪɪk][ɪˈkweɪʒ(ə)n][ɪn] [tuː] ['vɛriːəbəlz][biː; bi]['gɪv(ə)n] ,

That	is	,	if	any	algebraic	equation	in	two	variables	be	given	,
那	是	,	如果	任何	代数	方程	在	二	变量	是	给定	,

也就是说，如果给定一个二元一次方程，

[ðer; ðər][kæn; kən]['ɔːlweɪz][biː; bi][faʊnd][fɔːr; fər] [ðiːz] ['vɛriːəbəlz] [tuː] [sʌtʃ] ['sɪŋg(ə)l]['vælјuːd]

there	can	always	be	found	for	these	variables	two	such	single	valued
那里	能	总是	是	成立	为了	这些	变量	二	这样的	单身的	有价值的

[ˌɔːtəˈmɔːfik] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ə; eɪ]['sɪŋg(ə)l]['veriəb(ə)l] [ðæt] [ðer; ðər] [ˌsʌbstɪˈtuːʃn] ['rendərz][ðə; ði]

automorphic	functions	of	a	single	variable	that	their	substitution	renders	the
自守	函数	的	一个	单身的	多变的	那	他们的	替代	渲染	这

['gɪv(ə)n][ˌældʒɪˈbreɪɪk][ɪˈkweɪʒ(ə)n][æn; ən][aɪˈdentəti] .

given	algebraic	equation	an	identity	.
给定	代数	方程	一个	身份	.

对于这些变量，总能找到两个这样的单变量单值自守函数，它们的替换使得给定的代数方程成为恒等式。

[ðə; ði][ˌdʒen(ə)rələˈzeɪʃ(ə)n][ʌv; əv] [ðɪs] [ˌfʌndəˈment(ə)l] ['θiːərəm] [tuː; tə]['eni] [ˌænəˈlɪtɪk][nɑːn] - [ˌældʒɪˈbreɪɪk]

The	generalization	of	this	fundamental	theorem	to	any	analytic	non	-	algebraic
这	概括	的	这	基本的	定理	到	任何	分析	非	-	代数

[rɪˈleɪʃnz] [wəˈtevər] [bɪˈtwiːn] [tuː] ['vɛriːəbəlz][hæz; həz]['laɪkwaɪz] [bɪn] [əˈtemptɪd] [wɪð; wɪθ] [sək'ses]

relations	whatever	between	two	variables	has	likewise	been	attempted	with	success
关系	任何	之间	二	变量	有	同样地	到过	尝试过	和	成功

[baɪ][ˌpwɑːŋˈkɑːrˌeɪ] ,

by	Poincaré	,
经过	庞加莱	,

庞加莱也成功地尝试将这一基本定理推广到两个变量之间的任何解析非代数关系。

[-] [ðoʊ] [baɪ][ə; eɪ] [wei] [ɪnˈtaɪərli] ['dɪfrənt] [frʌm; frəm] [ðæt] [wɪtʃ] [sɜːrvd] [hɪm; ɪm][ɪn][ðə; ði]

[	50	]	though	by	a	way	entirely	different	from	that	which	served	him	in	the
[	-	]	尽管	经过	一个	方式	完全	不同的	从	那	哪个	服务	他	在	这

['speʃ(ə)l]['prɑːbləm][fɜːrst] ['menʃ(ə)nd] .

special	problem	first	mentioned	.
特别的	问题	第一的	提及	.

[50] 虽然方式与他解决前面提到的特殊问题的方式完全不同。

[frʌm; frəm] - [pruːf] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌpɑːsəˈbɪləti][ʌv; əv][ri'djuːsiŋ][tuː; tə][ˌjuːnɪˈfɔːrməti][æn; ən]

From	Poincaré's	proof	of	the	possibility	of	reducing	to	uniformity	an
从	-	证明	的	这	可能性	的	减少	到	均匀性	一个

['ɑːrbɪtreri] [ˌænəˈlɪtɪk] [rɪˈleɪʃn] [bɪˈtwiːn] [tuː] ['vɛriːəbəlz] ,

arbitrary	analytic	relation	between	two	variables	,
随意的	分析	关系	之间	二	变量	,

从庞加莱证明可以将两个变量之间的任意解析关系简化为统一关系开始，

[haʊˈevər] ,

however	,
然而	,

然而，

[ˌaɪ ˈtiː] [dʌz] [nɑːt] [bɪˈkʌm] [əˈpærənt] ['weðər] [ðə; ði] [rɪˈzɑːlvɪŋ] ['fʌŋkʃnz] [kæn; kən][biː; bi] [dɪˈtɜːrmɪnd]

it	does	not	become	apparent	whether	the	resolving	functions	can	be	determined
它	做	不是	变得	明显	无论	这	解决	函数	能	是	决定

[tuː; tə] [miːt] ['sɜːrt(ə)n] [əˈdɪʃən(ə)l] [kənˈdɪʃ(ə)nz] .

to	meet	certain	additional	conditions	.
到	见面	肯定	额外的	状况	.

尚不清楚能否确定解析函数是否满足某些附加条件。

['neɪmli] ,

Namely	,
即	,

具体而言，

[ˌaɪ ˈtiː][ɪz][nɑːt] [ʃoʊn] ['weðər] [ðə; ði] [tuː] ['sɪŋg(ə)l]['vælјuːd] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][ðə; ði][wʌn] [nuː] ['veriəb(ə)l]

it	is	not	shown	whether	the	two	single	valued	functions	of	the	one	new	variable
它	是	不是	所示	无论	这	二	单身的	有价值的	函数	的	这	一	新的	多变的

[kæn; kən][biː; bi][soʊ] ['tʃoʊzn] [ðæt] ,

can	be	so	chosen	that	,
能	是	所以	选定	那	,

文中并未说明是否可以选择两个关于同一新变量的单值函数，使得

[waɪl] [ðɪs] ['veriəb(ə)l] ['trævəsiz] [ðə; ði]['regjələr][doʊˈmeɪn][ʌv; əv] [ðoʊz] ['fʌŋkʃnz] ,

while	this	variable	traverses	the	regular	domain	of	those	functions	,
尽管	这	多变的	横穿	这	常规的	领域	的	那些	函数	,

当该变量遍历这些函数的常规定义域时，

[ðə; ði][toʊˈtæləti][ʌv; əv][ɔːl]['regjələr] [pɔɪnts] [ʌv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n][ˌænəˈlɪtɪk] [fiːld] [ɑːr; ər] ['æktʃuəli] [riːtʃt]

the	totality	of	all	regular	points	of	the	given	analytic	field	are	actually	reached
这	总和	的	全部	常规的	积分	的	这	给定	分析	场地	是	实际上	达到

[ænd; ənd] [ˌreprɪˈzentɪd] .

and	represented	.
和	代表	.

给定解析场的所有正则点实际上都被到达并表示出来。

[ɑːn][ðə; ði]['kɑːntreri][ˌaɪ ˈtiː] [siːmz] [tuː; tə][biː; bi][ðə; ði] [keɪs] , [frʌm; frəm] -

On	the	contrary	it	seems	to	be	the	case	,	from	Poincaré's
在	这	相反	它	似乎	到	是	这	案件	,	从	-

相反，从庞加莱的著作来看，情况似乎恰恰相反。

[[ˌpiː ˈdʒiː] -]

[	Pg	36	]
[	页	-	]

[第36页]

[ɪnvestɪˈgeɪʃnz] , [ðæt] [ðer; ðər][ɑːr; ər] [bɪˈsaɪd] [ðə; ði] [bræntʃ] [pɔɪnts] ['sɜːrt(ə)n] ['ʌðər] ,

investigations	,	that	there	are	beside	the	branch	points	certain	others	,
调查	,	那	那里	是	旁	这	分支	积分	肯定	其他的	,

调查显示，除了分支点之外，还有其他一些分支点。

[ɪn]['dʒen(ə)rəl] ['ɪnfɪnətli] ['meni] ['ʌðər] [dɪ'skri:t] [ɪk'sepʃən(ə)l] [pɔɪnts] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌænə'lɪtɪk] [fi:ld] ,

in	general	infinitely	many	other	discrete	exceptional	points	of	the	analytic	field	,
在	一般的	无限地	许多	其他	离散的	非凡的	积分	的	这	分析	场地	,

一般来说，解析场中存在无穷多个其他离散的例外点，

[ðæt] [kæn; kən][bi:; bi] [ri:tʃt] ['oʊnli][baɪ] ['meɪkɪŋ] [ðə; ði] [nu:] ['veriəb(ə)l] [ə'proʊtʃ] ['sɜ:rt(ə)n] ['lɪmɪtɪŋ]

that	can	be	reached	only	by	making	the	new	variable	approach	certain	limiting
那	能	是	达到	仅有的	经过	制作	这	新的	多变的	方法	肯定	限制

[pɔɪnts] [ʌv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] .

points	of	the	functions	.
积分	的	这	函数	.

只有通过使新变量接近函数的某些极限点才能达到该结果。

[ɪn] [vju:] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [ɪm'pɔ:rt(ə)ns] [ʌv; əv] - [ˌfɔ:rmju'leɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] ['kwestʃən]

In	view	of	the	fundamental	importance	of	Poincaré's	formulation	of	the	question
在	看法	的	这	基本的	重要性	的	-	配方	的	这	问题

[ˌaɪ 'ti:] [si:mz] [tu:; tə][ˌem 'i:] [ðæt] [æn; ən] [ɪˌlu:sɪ'deɪʃn] [ænd; ənd][ˌrezə'lu:ʃ(ə)n][ʌv; əv] [ðɪs] ['dɪfɪkəlti] [ɪz]

it	seems	to	me	that	an	elucidation	and	resolution	of	this	difficulty	is
它	似乎	到	我	那	一个	阐明	和	解决	的	这	困难	是

[ɪk'stri:mli] [dɪ'zaɪərəb(ə)l] .

extremely	desirable	.
极其	理想	.

鉴于庞加莱对该问题的表述具有根本性的重要性，我认为阐明和解决这一难题是极其必要的。

[ɪn][kən'dʒʌŋkʃ(ə)n][wɪð; wɪθ] [ðɪs] ['prɑ:bləm] [kʌmz] [ʌp][ðə; ði]['prɑ:bləm][ʌv; əv][ri'dju:siŋ][tu:; tə]

In	conjunction	with	this	problem	comes	up	the	problem	of	reducing	to
在	连词	和	这	问题	来	向上	这	问题	的	减少	到

[ˌju:nɪ'fɔ:rməti][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk][ɔ:r]['eni] ['ʌðər] [ˌænə'lɪtɪk] [rɪ'leɪʃn] [ə'mʌŋ] [θri:] [ɔ:r] [mɔ:r] [kəm'pleks]

uniformity	an	algebraic	or	any	other	analytic	relation	among	three	or	more	complex
均匀性	一个	代数	或者	任何	其他	分析	关系	之中	三	或者	更多的	复杂的

['vɛri:əbəlz] — [ə; eɪ]['prɑ:bləm] [wɪtʃ] [ɪz] [noʊn] [tu:; tə][bi:; bi] ['sɑ:lvəbl] [ɪn] ['meni] [pər'tɪkjələr]['keɪsɪz] .

variables	—	a	problem	which	is	known	to	be	solvable	in	many	particular	cases	.
变量	—	一个	问题	哪个	是	已知	到	是	可解	在	许多	特别的	案例	.

与此问题相关的，还有将三个或三个以上复杂变量之间的代数关系或任何其他解析关系简化为统一关系的问题——已知在许多特定情况下，这个问题是可以解决的。

[tɔ:rd] [ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n][ʌv; əv] [ðɪs] [ðə; ði]['ri:s(ə)nt] [ɪnvestɪ'geɪʃnz] [ʌv; əv][pɪ'kɑ:rd][ɑ:n][ˌældʒɪ'breɪɪk]

Toward	the	solution	of	this	the	recent	investigations	of	Picard	on	algebraic
朝向	这	解决方案	的	这	这	最近的	调查	的	皮卡德	在	代数

['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] [tu:] ['vɛri:əbəlz][ɑ:r; ər][tu:; tə][bi:; bi] [rɪ'gɑ:rdɪd] [æz; əz] ['welkəm] [ænd; ənd][ɪm'pɔ:rt(ə)nt]

functions	of	two	variables	are	to	be	regarded	as	welcome	and	important
函数	的	二	变量	是	到	是	认为	作为	欢迎	和	重要的

[prɪ'lɪmɪneri] ['stʌdiz] . [-]

preliminary	studies	.	[	50	]
初步的	研究	.	[	-	]

为解决这一问题，Picard 最近对两个变量的代数函数的研究可被视为值得欢迎和重要的初步研究。[50]

[bʊl] . [di:][lɑ:][ˌes oʊ 'si:] .

Bull	.	de	la	Soc	.
公牛	.	德	拉	社会	.

学会公报

[mæθ] .

Math	.
数学	.

数学。

[di:] [fræns] , ['vɑ:l] . - (-) . - .

de	France	,	vol	.	11	(	1883	)	.	23	.
德	法国	,	卷	.	-	(	-	)	.	-	.

de France，第 11 卷（1883 年）。23。

['fɜːrðər] [dɪ'veləpmənt] [ʌv; əv][ðə; ði] ['meθədz] [ʌv; əv][ðə; ði] ['kælkjələs] [ʌv; əv][ˌveəri:'eiʃənz] .

FURTHER	DEVELOPMENT	OF	THE	METHODS	OF	THE	CALCULUS	OF	VARIATIONS	.
更远	发展	的	这	方法	的	这	结石	的	变体	.

进一步发展变分法。

[soʊ][fɑːr] , [aɪ][hæv; həv]['dʒen(ə)rəli] ['menʃ(ə)nd] ['prɔːbləms][æz; əz] ['defɪnət] [ænd; ənd]['speʃ(ə)l][æz; əz]

So	far	,	I	have	generally	mentioned	problems	as	definite	and	special	as
所以	远的	,	我	有	一般来说	提及	问题	作为	定	和	特别的	作为

['pɑːsəb(ə)l] ,

possible	,
可能的	,

到目前为止，我通常都尽可能地提出明确且特殊的问题。

[ɪn][ðə; ði][ə'pɪnjən] [ðæt] [ˌaɪ 'tiː][ɪz][dʒʌst] [sʌtʃ] ['defɪnət] [ænd; ənd]['speʃ(ə)l]['prɔːbləms] [ðæt] [ə'trækt] [ˌjuː 'es]

in	the	opinion	that	it	is	just	such	definite	and	special	problems	that	attract	us
在	这	观点	那	它	是	只是	这样的	定	和	特别的	问题	那	吸引	我们

[ðə; ði][moʊst][ænd; ənd][frʌm; frəm] [wɪtʃ] [ðə; ði][moʊst] ['læstɪŋ] ['ɪnfluəns] [ɪz]['ɔːf(ə)n][ig'zəːtid][ə'pɑːn]

the	most	and	from	which	the	most	lasting	influence	is	often	exerted	upon
这	最多	和	从	哪个	这	最多	持久	影响	是	经常	施加	之上

['saɪəns] .

science	.
科学	.

我们认为，正是这些具体而特殊的问题最能吸引我们，也正是这些问题对科学产生了最持久的影响。

[ˌnevərðə'les] , [aɪ][ʃʊd; ʃəd][laɪk][tuː; tə][kloʊz][wɪð; wɪθ][ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl]['prɑːbləm] ,

Nevertheless	,	I	should	like	to	close	with	a	general	problem	,
尽管如此	,	我	应该	喜欢	到	关闭	和	一个	一般的	问题	,

不过，最后我想提出一个普遍存在的问题。

['neɪmli] [wɪð; wɪθ][ðə; ði][ˌɪndɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ə; eɪ] [bræntʃ] [ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] [rɪ'piːtɪdli] ['menʃ(ə)nd] [ɪn]

namely	with	the	indication	of	a	branch	of	mathematics	repeatedly	mentioned	in
即	和	这	指示	的	一个	分支	的	数学	反复	提及	在

[ðɪs] ['lektʃər] — [wɪtʃ] ,

this	lecture	—	which	,
这	演讲	—	哪个	,

具体而言，指的是本次讲座中反复提到的一个数学分支——即

[ɪn] [spaɪt] [ʌv; əv][ðə; ði][kən'sɪdərəb(ə)l] [əd'vænsmənt] ['leɪtli] ['gɪv(ə)n][ˌaɪ 'tiː][baɪ] ['waɪərˌstrɑːs] ,

in	spite	of	the	considerable	advancement	lately	given	it	by	Weierstrass	,
在	尽管如此	的	这	大量	进步	最近	给定	它	经过	魏尔斯特拉斯	,

尽管魏尔斯特拉斯最近对其进行了相当大的改进，

[dʌz] [nɑːt] [rɪ'siːv] [ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [əˌpriːʃi'eɪʃ(ə)n] [wɪtʃ] , [ɪn][maɪ][ə'pɪnjən] ,

does	not	receive	the	general	appreciation	which	,	in	my	opinion	,
做	不是	收到	这	一般的	欣赏	哪个	,	在	我的	观点	,

在我看来，它并没有得到应有的普遍赞赏。

[ɪz][ɪts] [duː] — [aɪ] [miːn] [ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][ˌveəri:'eiʃənz] . [-]

is	its	due	—	I	mean	the	calculus	of	variations	.	[	51	]
是	它是到期的		—	我	意思是	这	结石	的	变体	.	[	-	]

是它应得的——我是指变分法。[51]

[ðə; ði] [læk] [ʌv; əv] ['ɪntrəst] [ɪn] [ðɪs] [ɪz][pər'hæps] [duː] [ɪn][pɑːrt][tuː; tə][ðə; ði] [niːd] [ʌv; əv][rɪ'laɪəb(ə)l]

The	lack	of	interest	in	this	is	perhaps	due	in	part	to	the	need	of	reliable
这	缺少	的	兴趣	在	这	是	也许	到期的	在	部分	到	这	需要	的	可靠的

['mɑːdərn][tekst] [bʊks] .

modern	text	books	.
现代的	文本	图书	.

人们对此缺乏兴趣，部分原因可能是需要可靠的现代教科书。

[soʊ] [mʌtʃ] [ðə; ði] [mɔːr] ['preɪzwɜːrði] [ɪz][ˌaɪ 'tiː] [ðæt] [ə; eɪ] . - [ɪn][ə; eɪ] ['veri] ['riːs(ə)ntli] ['pʌblɪʃt]

So	much	the	more	praiseworthy	is	it	that	A	.	Kneser	in	a	very	recently	published
所以	很多	这	更多的	值得称赞	是	它	那	一个	.	-	在	一个	非常	最近	已发布

[wɜːrk][hæz; həz] ['triːtɪd] [ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][,veəriː'eiʃənz][frʌm; frəm][ðə; ði]['mɑːdərn] [pɔɪnts] [ʌv; əv]

work	has	treated	the	calculus	of	variations	from	the	modern	points	of
工作	有	治疗	这	结石	的	变体	从	这	现代的	积分	的

[vjuː] [ænd; ənd][wɪð; wɪθ][rɪ'gɑːrd][tuː; tə][ðə; ði]['mɑːdərn][dɪ'mænd][fɔːr; fər]['rɪgər] . [-]

view	and	with	regard	to	the	modern	demand	for	rigor	.	[	52	]
看法	和	和	看待	到	这	现代的	要求	为了	严格	.	[	-	]

因此，A. Kneser 在最近出版的一部著作中，从现代的角度和对严谨性的现代要求处理了变分法，这更值得称赞。[52]

[ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][,veəriː'eiʃənz][ɪz] , [ɪn][ðə; ði]['waɪdɪst] [sens] , [ðə; ði] ['θiːəri] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌveri'eɪʃ(ə)n]

The	calculus	of	variations	is	,	in	the	widest	sense	,	the	theory	of	the	variation
这	结石	的	变体	是	,	在	这	最宽	感觉	,	这	理论	的	这	变化

[ʌv; əv] ['fʌŋkʃnz] ,

of	functions	,
的	函数	,

从最广义的意义上讲，变分法是研究函数变分的理论。

[ænd; ənd][æz; əz] [sʌtʃ] [ə'pɪrz] [æz; əz][ə; eɪ] ['nesəseri] [ɪk'stenʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ænd; ənd]

and	as	such	appears	as	a	necessary	extension	of	the	differential	and
和	作为	这样的	出现	作为	一个	必要的	扩大	的	这	微分	和

['ɪntɪgrəl] ['kælkjələs] .

integral	calculus	.
不可缺少的	结石	.

因此，它似乎是微积分的必要延伸。

[ɪn] [ðɪs] [sens] , -

In	this	sense	,	Poincaré's
在	这	感觉	,	-

从这个意义上讲，庞加莱的

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	37	]
[	页	-	]

[第37页]

[ɪnvestɪ'geɪʃnz] [ɑːn][ðə; ði]['prɑːbləm][ʌv; əv] [θriː] ['bɑːdɪz] , [fɔːr; fər][ɪg'zæmp(ə)l] , [fɔːrm][ə; eɪ] ['tʃæptər] [ɪn]

investigations	on	the	problem	of	three	bodies	,	for	example	,	form	a	chapter	in
调查	在	这	问题	的	三	身体	,	为了	例子	,	形式	一个	章	在

[ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][,veəriː'eiʃənz] ,

the	calculus	of	variations	,
这	结石	的	变体	,

例如，对三个物体问题的研究构成了变分法的一个章节。

[ɪn][soʊ][fɑːr][æz; əz][ˌpwɑːŋ'kɑːrˌeɪ] [di'raivz] [frʌm; frəm] [noʊn] ['ɔːbits] [baɪ][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)l][ʌv; əv]

in	so	far	as	Poincaré	derives	from	known	orbits	by	the	principle	of
在	所以	远的	作为	庞加莱	衍生	从	已知	轨道	经过	这	原则	的

[ˌveri'eɪʃ(ə)n] [nuː] ['ɔːbits] [ʌv; əv]['sɪmələr] ['kærəktər] .

variation	new	orbits	of	similar	character	.
变化	新的	轨道	的	相似的	特点	.

庞加莱利用变分原理从已知的轨道推导出性质相似的新轨道。

[aɪ][ˌeɪ diː 'diː] [hɪr] [ə; eɪ] [ʃɔːrt] [ˌdʒʌstɪfɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [ri'mɑːks] [ə'pɑːn][ðə; ði]['kælkjələs]

I	add	here	a	short	justification	of	the	general	remarks	upon	the	calculus
我	添加	这里	一个	短的	理由	的	这	一般的	评论	之上	这	结石

[ʌv; əv][,veəriː'eiʃənz] [meɪd] [æt; ət][ðə; ði] [bɪ'gɪnɪŋ] [ʌv; əv][maɪ] ['lektʃər] .

of	variations	made	at	the	beginning	of	my	lecture	.
的	变体	制成	在	这	开始	的	我的	演讲	.

我在此简要说明一下我在讲座开始时对变分法所作的一般性评论。

[ðə; ði] ['sɪmplɪst] ['prɑ:bləm][ɪn][ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv][ˌveəri:'eiʃənz]['prɑ:pər][ɪz] [noʊn] [tu:; tə]

The	simplest	problem	in	the	calculus	of	variations	proper	is	known	to
这	最简单的	问题	在	这	结石	的	变体	恰当的	是	已知	到

[kən'sɪst; 'kɑ:nsɪst][ɪn]['faɪndɪŋ][ə; eɪ]['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv][ə; eɪ]['veriəb(ə)l] [sʌtʃ] [ðæt] [ðə; ði] ['defɪnət] ['ɪntɪgrəl]

consist	in	finding	a	function	of	a	variable	such	that	the	definite	integral
由	在	寻找	一个	功能	的	一个	多变的	这样的	那	这	定	不可缺少的

变分法中最简单的问题已知是找到一个关于某个变量的函数，使得定积分

[ə'sju:mz] [ə; eɪ] ['mɪnɪməm] ['vælju:][æz; əz] [kəm'pɜ:d] [wɪð; wɪθ][ðə; ði]['vælju:z][ˌaɪ 'ti:] [teɪks] [wen] [ɪz]

assumes	a	minimum	value	as	compared	with	the	values	it	takes	when	is
假设	一个	最低限度	价值	作为	比较的	和	这	值	它	需要	什么时候	是

[rɪ'pleɪst] [baɪ] ['ʌðər] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv][wɪð; wɪθ][ðə; ði] [seɪm] [ɪ'nɪʃ(ə)l][ænd; ənd]['faɪn(ə)l]['vælju:z] .

replaced	by	other	functions	of	with	the	same	initial	and	final	values	.
替换	经过	其他	函数	的	和	这	相同的	最初的	和	最终的	值	.

与用具有相同初始值和最终值的其他函数代替时所取的值相比，它取最小值。

[ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ði][fɜ:rst][ˌveri'eɪʃ(ə)n][ɪn][ðə; ði]['ju:ʒuəl] [sens]

The	vanishing	of	the	first	variation	in	the	usual	sense
这	消失	的	这	第一的	变化	在	这	通常	感觉

通常意义上的第一变格的消失

['gɪvz] [fɔ:r; fər][ðə; ði] [dɪ'zaɪrd] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ðə; ði] [wel] - [noʊn] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

gives	for	the	desired	function	the	well	-	known	differential	equation
给予	为了	这	想要的	功能	这	出色地	-	已知	微分	方程

给出所求函数的著名微分方程

[ɪn]['ɔ:rdər][tu:; tə] [ɪn'vestɪgeɪt] [mɔ:r] ['kloʊsli] [ðə; ði] ['nesəseri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kraɪ'tɪriə][fɔ:r; fər]

In	order	to	investigate	more	closely	the	necessary	and	sufficient	criteria	for
在	命令	到	调查	更多的	密切	这	必要的	和	充足的	标准	为了

[ðə; ði] [ə'kɜ:rəns] [ʌv; əv][ðə; ði][rɪ'kwaɪərd] ['mɪnɪməm] ,

the	occurrence	of	the	required	minimum	,
这	发生	的	这	必需的	最低限度	,

为了更深入地研究达到所需最低标准的必要和充分条件，

[wi:; wi] [kən'sɪdər] [ðə; ði] ['ɪntɪgrəl]

we	consider	the	integral
我们	考虑	这	不可缺少的

我们考虑积分

[naʊ] [wi:; wi][ɪn'kwaɪər] [haʊ] [ɪz][tu:; tə][bi:; bi] ['tʃoʊzn] [æt; ət] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv] ,

Now	we	inquire	how	is	to	be	chosen	at	function	of	,
现在	我们	查询	如何	是	到	是	选定	在	功能	的	,

现在我们来探究如何根据以下因素来选择：

[ɪn]['ɔ:rdər] [ðæt] [ðə; ði]['vælju:][ʌv; əv] [ðɪs] ['ɪntɪgrəl] [ʃæl; ʃəl][bi:; bi] [ˌɪndɪ'pendənt] [ʌv; əv][ðə; ði] [pæθ] [ʌv; əv]

in	order	that	the	value	of	this	integral	shall	be	independent	of	the	path	of
在	命令	那	这	价值	的	这	不可缺少的	将	是	独立的	的	这	小路	的

[ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] ,

integration	,
一体化	,

为了使该积分的值与积分路径无关，

[aɪ] . [i:] . , [ʌv; əv][ðə; ði] [tʃɔɪs] [ʌv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði]['veriəb(ə)l] .

i	.	e	.	,	of	the	choice	of	the	function	of	the	variable	.
我	.	e	.	,	的	这	选择	的	这	功能	的	这	多变的	.

即，选择变量的函数。

[ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [hæz; həz][ðə; ði][fɔ:rm]

The	integral	has	the	form
这	不可缺少的	有	这	形式

该积分具有以下形式

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 38]
[页 -]

[第38页]

[wer] [ænd; ənd][duː][nɑːt][kən'teɪn][ænd; ənd][ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst][ˌveri'eɪʃ(ə)n]
where and do not contain and the vanishing of the first variation
在哪里 和 做 不是 包含 和 这 消失 的 这 第一的 变化

其中，并且不包含，并且第一个变分消失

[ɪn][ðə; ði] [sens] [wɪtʃ] [ðə; ði] [nuː] ['kwestʃən] [rɪ'kwaɪrz] ['gɪvz] [ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n]
in the sense which the new question requires gives the equation
在 这 感觉 哪个 这 新的 问题 需要 给予 这 方程

从新问题的要求意义上讲，给出了方程式。

[aɪ] . [iː] . [wiː; wi][əb'teɪn][fɔːr; fər][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [tuː] ['vɛriːəbəlz] ,
i . e . we obtain for the function of the two variables ,
我 . e . 我们 获得 为了 这 功能 的 这 二 变量 ,

即，我们得到关于这两个变量的函数，

[ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst]['ɔːrdər]
the partial differential equation of the first order
这 部分的 微分 方程 的 这 第一的 命令

一阶偏微分方程

[ðə; ði]['ɔːrd(ə)neri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔːrdər] ([wʌn]) [ænd; ənd][ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l]
The ordinary differential equation of the second order (1) and the partial
这 普通的 微分 方程 的 这 第二 命令 (1) 和 这 部分的
[ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *) [stænd][ɪn][ðə; ði]['kloʊsɪst] [rɪ'leɪʃn] [tuː; tə] [iːtʃ] ['ʌðər] .
differential equation (1 *) stand in the closest relation to each other .
微分 方程 (1 *) 站立 在 这 最接近 关系 到 每个 其他 .

二阶常微分方程（1）和偏微分方程（1*）之间的关系最为密切。

[ðɪs] [rɪ'leɪʃn] [bɪ'kʌmz] [ɪ'miːdiətli] [klɪr] [tuː; tə][ˌjuː 'es][baɪ][ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] ['sɪmp(ə)l]
This relation becomes immediately clear to us by the following simple
这 关系 变成 立即地 清除 到 我们 经过 这 下列的 简单的
[ˌtrænsfər'meɪʃ(ə)n]
transformation
转型

通过以下简单的变换，我们可以立即清楚地理解这种关系。

[wiː; wi] [dɪ'raɪv] [frʌm; frəm] [ðɪs] , ['neɪmli] , [ðə; ði] ['fɑːloʊɪŋ] [fækts] :
We derive from this , namely , the following facts :
我们 派生 从 这 , 即 , 这 下列的 事实 :

由此我们得出以下事实：

[ɪf] [wiː; wi] [kən'strʌkt] ['eni]['sɪmp(ə)l]['fæməli][ʌv; əv] ['ɪntɪgrəl] ['kɝːvz] [ʌv; əv][ðə; ði]['ɔːrd(ə)neri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
If we construct any simple family of integral curves of the ordinary differential
如果 我们 构造 任何 简单的 家庭 的 不可缺少的 曲线 的 这 普通的 微分
[ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) [ʌv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔːrdər][ænd; ənd] [ðen] [fɔːrm][æn; ən]['ɔːrd(ə)neri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
equation (1) of the second order and then form an ordinary differential
方程 (1) 的 这 第二 命令 和 然后 形式 一个 普通的 微分
[ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst]['ɔːrdər]
equation of the first order
方程 的 这 第一的 命令

如果我们构造二阶常微分方程 (1) 的任意简单积分曲线族，然后构造一阶常微分方程。

[wɪtʃ] ['ɔːlsoʊ][əd'mits] [ðiːz] ['ɪntɪgrəl] ['kɝːvz] [æz; əz] [sə'luːʃənz] ,
which also admits these integral curves as solutions ,
哪个 还 承认 这些 不可缺少的 曲线 作为 解决方案 ,

它也承认这些积分曲线是解，

[ðen] [ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɪz] ['ɔ:lweɪz] [æn; ən] ['ɪntɪgrəl] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['pɑ:rʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *

then	the	function	is	always	an	integral	of	the	partial	differential	equation	(	1	*
然后	这	功能	是	总是	一个	不可缺少的	的	这	部分的	微分	方程	(	1	*

) [ʌv; əv] [ðə; ði] [fɜ:rst] ['ɔ:rdər] ;

)	of	the	first	order	;
)	的	这	第一的	命令	;

那么该函数总是第一阶偏微分方程（1*）的积分；

[ænd; ənd] ['kɑ:nvɜ:rsli] , [ɪf] [di'nəuts] ['eni] [sə'lu:ʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['pɑ:rʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]

and	conversely	,	if	denotes	any	solution	of	the	partial	differential	equation	(	1
和	反过来	,	如果	表示	任何	解决方案	的	这	部分的	微分	方程	(	1

*) [ʌv; əv] [ðə; ði] [fɜ:rst] ['ɔ:rdər] ,

*	)	of	the	first	order	,
*	)	的	这	第一的	命令	,

反之，如果 表示一阶偏微分方程 (1*) 的任意解，

[ɔ:l] [ðə; ði] [nɑ:n] - ['sɪŋgjələr] ['ɪntəgɹəłz] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['ɔ:rd(ə)neri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([ˌtu:'tu:]) [ʌv; əv]

all	the	non	-	singular	integrals	of	the	ordinary	differential	equation	(	2	)	of
全部	这	非	-	单数	积分	的	这	普通的	微分	方程	(	2	)	的

[ðə; ði] [fɜ:rst] ['ɔ:rdər] [ɑ:r; ər] [æt; ət] [ðə; ði] [seɪm] [taɪm] ['ɪntəgɹəłz] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]

the	first	order	are	at	the	same	time	integrals	of	the	differential	equation	(	1
这	第一的	命令	是	在	这	相同的	时间	积分	的	这	微分	方程	(	1

) [ʌv; əv] [ðə; ði] ['sekənd] ['ɔ:rdər] ,

)	of	the	second	order	,
)	的	这	第二	命令	,

一阶常微分方程（2）的所有非奇异积分同时也是二阶微分方程（1）的积分，

[ɔ:r] [ɪn] [ʃɔ:rt] [ɪf] [ɪz] [æn; ən] ['ɪntɪgrəl] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] [fɜ:rst] ['ɔ:rdər] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

or	in	short	if	is	an	integral	equation	of	the	first	order	of	the	differential
或者	在	短的	如果	是	一个	不可缺少的	方程	的	这	第一的	命令	的	这	微分

[ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) [ʌv; əv] [ðə; ði] ['sekənd] ['ɔ:rdər] ,

equation	(	1	)	of	the	second	order	,
方程	(	1	)	的	这	第二	命令	,

或者简而言之，如果 是二阶微分方程 (1) 的一阶积分方程，

[ˌreprɪ'zents] [æn; ən] ['ɪntɪgrəl] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['pɑ:rʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *) [ænd; ənd]

represents	an	integral	of	the	partial	differential	equation	(	1	*	)	and
代表	一个	不可缺少的	的	这	部分的	微分	方程	(	1	*	)	和

['kɑ:nvɜ:rsli] ;

conversely	;
反过来	;

表示偏微分方程（1*）的积分，反之亦然；

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	39	]
[	页	-	]

[第39页]

[ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [kɑ:vz] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['ɔ:rd(ə)neri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['sekənd] ['ɔ:rdər]

the	integral	carves	of	the	ordinary	differential	equation	of	the	second	order
这	不可缺少的	雕刻	的	这	普通的	微分	方程	的	这	第二	命令

[ɑ:r; ər] ['ðerfɔ:r] ,

are	therefore	,
是	所以	,

因此，二阶常微分方程的积分形式为：

[æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] , [ðə; ði] [ˌkærɪktə'rɪstɪks] [ʌv; əv][ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *

at	the	same	time	,	the	characteristics	of	the	partial	differential	equation	(	1	*
在	这	相同的	时间	,	这	特征	的	这	部分的	微分	方程	(	1	*

) [ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst]['ɔːrdər] .

)	of	the	first	order	.
)	的	这	第一的	命令	.

同时，一阶偏微分方程（1*）的特征。

[ɪn][ðə; ði]['prez(ə)nt] [keɪs] [wiː; wi] [meɪ] [faɪnd][ðə; ði] [seɪm] [rɪ'zʌlt] [baɪ] [miːnz] [ʌv; əv][ə; eɪ]['sɪmp(ə)l]

In	the	present	case	we	may	find	the	same	result	by	means	of	a	simple
在	这	展示	案件	我们	可能	寻找	这	相同的	结果	经过	方法	的	一个	简单的

[ˌkælkju'leɪʃ(ə)n] ;

calculation	;
计算	;

在本例中，我们可以通过简单的计算得出相同的结果；

[fɔːr; fər] [ðɪs] ['gɪvz] [ˌjuː 'es][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ([wʌn]) [ænd; ənd] ([wʌn] *) [ɪn] ['kwestʃən] [ɪn]

for	this	gives	us	the	differential	equations	(	1	)	and	(	1	*	)	in	question	in
为了	这	给予	我们	这	微分	方程式	(	1	)	和	(	1	*	)	在	问题	在

[ðə; ði][fɔːrm]

the	form
这	形式

这样我们就得到了所讨论的微分方程 (1) 和 (1*) 的形式

[wer] [ðə; ði] ['loʊər] ['ɪndɪsiːz] ['ɪndɪkeɪt] [ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l] [də'revətɪvz] [wɪð; wɪθ] [rɪ'spekt] [tuː; tə] .

where	the	lower	indices	indicate	the	partial	derivatives	with	respect	to	.
在哪里	这	降低	指数	表明	这	部分的	衍生物	和	尊重	到	.

其中下标表示对 的偏导数。

[ðə; ði] [kə'rektnəs] [ʌv; əv][ðə; ði] [ə'fɝːmd] [rɪ'leɪʃn] [ɪz] [klɪr] [frʌm; frəm] [ðɪs] .

The	correctness	of	the	affirmed	relation	is	clear	from	this	.
这	正确性	的	这	确认	关系	是	清除	从	这	.

由此可见，所肯定的关系是正确的。

[ðə; ði][kloʊz] [rɪ'leɪʃn] [dɪ'raɪvd] [bɪ'fɔːr] [ænd; ənd][dʒʌst] [pruːvd] [bɪ'twiːn] [ðə; ði]['ɔːrd(ə)neri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

The	close	relation	derived	before	and	just	proved	between	the	ordinary	differential
这	关闭	关系	衍生的	前	和	只是	已证实	之间	这	普通的	微分

[ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) [ʌv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔːrdər][ænd; ənd][ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *

equation	(	1	)	of	the	second	order	and	the	partial	differential	equation	(	1	*
方程	(	1	)	的	这	第二	命令	和	这	部分的	微分	方程	(	1	*

) [ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst]['ɔːrdər] ,

)	of	the	first	order	,
)	的	这	第一的	命令	,

前面推导并刚刚证明的二阶常微分方程（1）与一阶偏微分方程（1*）之间的密切关系，

[ɪz] , [æz; əz][ˌaɪ 'tiː] [siːmz] [tuː; tə][ˌem 'iː] , [ʌv; əv][ˌfʌndə'ment(ə)l] [sɪg'nɪfɪkəns] [fɔːr; fər][ðə; ði]['kælkjələs][ʌv; əv]

is	,	as	it	seems	to	me	,	of	fundamental	significance	for	the	calculus	of
是	,	作为	它	似乎	到	我	,	的	基本的	意义	为了	这	结石	的

[ˌveəriː'eiʃənz] .

variations	.
变体	.

在我看来，这对于变分法具有根本性的意义。

[fɔːr; fər] , [frʌm; frəm][ðə; ði][fækt] [ðæt] [ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [ɪz] [ˌɪndɪ'pendənt] [ʌv; əv][ðə; ði] [pæθ] [ʌv; əv]

For	,	from	the	fact	that	the	integral	is	independent	of	the	path	of
为了	,	从	这	事实	那	这	不可缺少的	是	独立的	的	这	小路	的

[ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n][ˌaɪ 'tiː] ['fɑːloʊz] [ðæt]

integration	it	follows	that
一体化	它	跟随	那

因为积分与积分路径无关，所以可以得出以下结论：

[ɪf] [wiː; wi] [θɪŋk] [ʌv; əv][ðə; ði][left][hænd] ['ɪntɪgrəl] [æz; əz]['teɪkən] [ə'lɔːŋ] ['eni] [pæθ] [ænd; ənd][ðə; ði] [raɪt]

if	we	think	of	the	left	hand	integral	as	taken	along	any	path	and	the	right
如果	我们	思考	的	这	左边	手	不可缺少的	作为	已采取	沿着	任何	小路	和	这	正确的

[hænd] ['ɪntɪgrəl] [ə'lɔːŋ] [æn; ən] ['ɪntɪgrəl] [kɜːrv] [ʌv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

hand	integral	along	an	integral	curve	of	the	differential	equation
手	不可缺少的	沿着	一个	不可缺少的	曲线	的	这	微分	方程

如果我们把左边的积分看作是沿着微分方程的任意路径进行的，而把右边的积分看作是沿着微分方程的积分曲线进行的，那么.....

[wɪð; wɪθ][ðə; ði][help][ʌv; əv][ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([θriː]) [wiː; wi] [ə'raɪv] [æt; ət] - ['fɔːrmjələ]

With	the	help	of	equation	(	3	)	we	arrive	at	Weierstrass's	formula
和	这	帮助	的	方程	(	3	)	我们	到达	在	-	公式

借助公式（3），我们可以得到魏尔斯特拉斯公式。

[wer] ['dezigneits] - [ɪk'spreʃ(ə)n] , [di'pendiŋ] [ə'pɑːn] ,

where	designates	Weierstrass's	expression	,	depending	upon	,
在哪里	指定	-	表达	,	取决于	之上	,

其中，表示魏尔斯特拉斯的表达方式，取决于.....

[sɪns] , ['ðerfɔːr] ,

Since	,	therefore	,
自从	,	所以	,

因此，

[ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n] [dɪ'pendz] ['oʊnli][ɑːn]['faɪndɪŋ][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] [wɪtʃ] [ɪz]['sɪŋg(ə)l]['vælјuːd][ænd; ənd]

the	solution	depends	only	on	finding	an	integral	which	is	single	valued	and
这	解决方案	取决于	仅有的	在	寻找	一个	不可缺少的	哪个	是	单身的	有价值的	和

[kən'tɪnjuəs] [ɪn][ə; eɪ]['sɜːrt(ə)n] ['neɪbərhʊd] [ʌv; əv][ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [kɜːrv] ,

continuous	in	a	certain	neighborhood	of	the	integral	curve	,
连续的	在	一个	肯定	邻里	的	这	不可缺少的	曲线	,

解决方案仅取决于找到一个在积分曲线的某个邻域内单值且连续的积分。

[wɪtʃ] [wiː; wi][ɑːr; ər] [kən'sɪdərɪŋ] , [ðə; ði] [di'veləpmənts] [dʒʌst]['ɪndɪkeɪtɪd] [liːd] [ɪ'miːdiətli] —

which	we	are	considering	,	the	developments	just	indicated	lead	immediately	—
哪个	我们	是	考虑	,	这	发展	只是	表明的	带领	立即地	—

[wɪ'ðaʊt] [ðə; ði] [ˌɪntrə'dʌkʃ(ə)n] [ʌv; əv][ðə; ði]['sekənd][ˌveri'eɪʃ(ə)n] ,

without	the	introduction	of	the	second	variation	,
没有	这	介绍	的	这	第二	变化	,

我们正在考虑的是，目前的发展趋势表明，无需引入第二种变体，就能立即取得进展。

[bʌt; bət]['oʊnli]

but	only
但	仅有的

但仅

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	40	]
[	页	-	]

[第40页]

[baɪ][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['poʊlər] ['prɑːses] [tuː; tə][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) —

by	the	application	of	the	polar	process	to	the	differential	equation	(	1	)	—
经过	这	应用	的	这	极性	过程	到	这	微分	方程	(	1	)	—

[tuː; tə][ðə; ði] [ɪk'spreʃ(ə)n] [ʌv; əv]['dʒeɪkoʊbiz][kən'dɪʃ(ə)n][ænd; ənd][tuː; tə][ðə; ði] ['ænsər] [tuː; tə][ðə; ði]

to	the	expression	of	Jacobi's	condition	and	to	the	answer	to	the
到	这	表达	的	雅各比的	状况	和	到	这	回答	到	这

['kwestʃən] :

question	:
问题	:

通过将极坐标过程应用于微分方程（1）——得到雅可比条件的表达式，并回答以下问题：

[haʊ] [fɑːr] [ðɪs] [kən'dɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] ['dʒeɪkoʊbiz] [ɪn] [kən'dʒʌŋkʃ(ə)n] [wɪð; wɪθ] - [kən'dɪʃ(ə)n] [ɪz]

How	far	this	condition	of	Jacobi's	in	conjunction	with	Weierstrass's	condition	is
如何	远的	这	状况	的	雅各比的	在	连词	和	-	状况	是

['nesəseri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [fɔːr; fər] [ðə; ði] [ə'kɜːrəns] [ʌv; əv] [ə; eɪ] ['mɪnɪməm] .

necessary	and	sufficient	for	the	occurrence	of	a	minimum	.
必要的	和	充足的	为了	这	发生	的	一个	最低限度	.

Jacobi 的条件与 Weierstrass 的条件结合起来，对于最小值的出现是必要且充分的吗?

[ðə; ði] [di'veləpmənts] ['ɪndɪkeɪtɪd] [meɪ] [biː; bi] [træns'fɜːd] [wɪ'ðaʊt] [nə'sesɪteɪtɪŋ] ['fɜːrðər] [ˌkælkjʊ'leɪʃ(ə)n]

The	developments	indicated	may	be	transferred	without	necessitating	further	calculation
这	发展	表明的	可能	是	转移	没有	需要	更远	计算

[tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv] [tuː] [ɔːr] [mɔːr] [rɪ'kwaɪərd] ['fʌŋkʃnz] ,

to	the	case	of	two	or	more	required	functions	,
到	这	案件	的	二	或者	更多的	必需的	函数	,

所述发展过程可直接应用于两个或多个所需功能的情况，无需进一步计算。

[ænd; ənd]['ɔːlsoʊ][tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['dʌb(ə)l] [ɔːr][ə; eɪ]['mʌltɪp(ə)l] ['ɪntɪgrəl] .

and	also	to	the	case	of	a	double	or	a	multiple	integral	.
和	还	到	这	案件	的	一个	双倍的	或者	一个	多种的	不可缺少的	.

也适用于二重积分或多重积分的情况。

[soʊ] , [fɔːr; fər][ɪg'zæmp(ə)l] , [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['dʌb(ə)l] ['ɪntɪgrəl]

So	,	for	example	,	in	the	case	of	a	double	integral
所以	,	为了	例子	,	在	这	案件	的	一个	双倍的	不可缺少的

例如，对于二重积分的情况。

[tuː; tə][biː; bi] [ɪk'stendɪd] ['oʊvər][ə; eɪ]['gɪv(ə)n]['riːdʒən] ,

to	be	extended	over	a	given	region	,
到	是	扩展	超过	一个	给定	地区	,

扩展到给定区域，

[ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst][ˌveri'eɪʃ(ə)n] ([tuː; tə][biː; bi] [ˌʌndər'stʊd] [ɪn][ðə; ði]['juːʒuəl] [sens])

the	vanishing	of	the	first	variation	(	to	be	understood	in	the	usual	sense	)
这	消失	的	这	第一的	变化	(	到	是	理解	在	这	通常	感觉	)

第一变分的消失（此处"消失"应按通常含义理解）

['gɪvz] [ðə; ði] [wel] - [noʊn] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔːrdər]

gives	the	well	-	known	differential	equation	of	the	second	order
给予	这	出色地	-	已知	微分	方程	的	这	第二	命令

给出了著名的二阶微分方程

[fɔːr; fər][ðə; ði][rɪ'kwaɪərd]['fʌŋkʃ(ə)n] [ʌv; əv][ænd; ənd] .

for	the	required	function	of	and	.
为了	这	必需的	功能	的	和	.

为所需的功能，

[ɑːn][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd][wiː; wi][kən'sɪdər][ðə; ði] ['ɪntɪgrəl]

On	the	other	hand	we	consider	the	integral
在	这	其他	手	我们	考虑	这	不可缺少的

另一方面，我们考虑积分

[ænd; ənd][ɪn'kwaɪər] , [haʊ] [ænd; ənd][ɑːr; ər][tuː; tə][biː; bi]['teɪkən][æz; əz] ['fʌŋkʃnz] [ʌv; əv] ,

and	inquire	,	how	and	are	to	be	taken	as	functions	of	,
和	查询	,	如何	和	是	到	是	已采取	作为	函数	的	,

并探究如何将 和 视为 的函数，

[ænd; ənd][ɪn]['ɔːrdər] [ðæt] [ðə; ði]['vælјuː][ʌv; əv] [ðɪs] ['ɪntɪgrəl] [meɪ] [biː; bi] [ˌɪndɪ'pendənt] [ʌv; əv][ðə; ði]

and	in	order	that	the	value	of	this	integral	may	be	independent	of	the
和	在	命令	那	这	价值	的	这	不可缺少的	可能	是	独立的	的	这

[tʃɔɪs] [ʌv; əv][ðə; ði] ['sɜːrfɪs] ['pæsɪŋ] [θruː] [ðə; ði]['gɪv(ə)n][kloʊzd] ['twɪstɪd] [kɜːrv] ,

choice	of	the	surface	passing	through	the	given	closed	twisted	curve	,
选择	的	这	表面	通过	通过	这	给定	关闭	扭曲	曲线	,

为了使该积分的值与通过给定闭合扭曲曲线的曲面的选择无关，

[aɪ] . [iː] . , [ʌv; əv][ðə; ði] [tʃɔɪs] [ʌv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['vɛriːəbəlz][ænd; ənd] .

i	.	e	.	,	of	the	choice	of	the	function	of	the	variables	and	.
我	.	e	.	,	的	这	选择	的	这	功能	的	这	变量	和	.

即，选择变量和的函数。

[ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [hæz; həz][ðə; ði][fɔːrm]

The	integral	has	the	form
这	不可缺少的	有	这	形式

该积分具有以下形式

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	41	]
[	页	-	]

[第41页]

[ænd; ənd][ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst][ˌveri'eɪʃ(ə)n]

and	the	vanishing	of	the	first	variation
和	这	消失	的	这	第一的	变化

以及第一变分的消失

[ɪn][ðə; ði] [sens] [wɪtʃ] [ðə; ði] [nuː] [ˌfɔːrmju'leɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði]['kwestʃən] [dɪ'mændz] , ['gɪvz] [ðə; ði] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

in	the	sense	which	the	new	formulation	of	the	question	demands	,	gives	the	equation
在	这	感觉	哪个	这	新的	配方	的	这	问题	需求	,	给予	这	方程

根据问题的新表述方式，可以得出以下方程式。

[aɪ] . [iː] . , [wiː; wi][faɪnd][fɔːr; fər][ðə; ði] ['fʌŋkʃnz] [ænd; ənd][ʌv; əv][ðə; ði] [θriː] ['vɛriːəbəlz] ,

i	.	e	.	,	we	find	for	the	functions	and	of	the	three	variables	,
我	.	e	.	,	我们	寻找	为了	这	函数	和	的	这	三	变量	,

也就是说，我们求出三个变量的函数和，

[ænd; ənd][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst]['ɔːrdər]

and	the	differential	equation	of	the	first	order
和	这	微分	方程	的	这	第一的	命令

以及一阶微分方程

[ɪf] [wiː; wi][ˌeɪ diː 'diː][tuː; tə] [ðɪs] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

If	we	add	to	this	differential	equation	the	partial	differential	equation
如果	我们	添加	到	这	微分	方程	这	部分的	微分	方程

如果我们在这个微分方程中加入偏微分方程

[rɪ'zʌltɪŋ] [frʌm; frəm][ðə; ði] [ɪ'kweɪʒənz]

resulting	from	the	equations
结果	从	这	方程式

由方程式得出的结果

[ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([aɪ]) [fɔːr; fər][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði] [tuː] ['vɛriːəbəlz]

the	partial	differential	equation	(	I	)	for	the	function	of	the	two	variables
这	部分的	微分	方程	(	我	)	为了	这	功能	的	这	二	变量

[ænd; ənd][ænd; ənd][ðə; ði][ˌsaɪm(ə)l'teɪniəs] ['sɪstəm] [ʌv; əv][ðə; ði] [tuː] ['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz]

and	and	the	simultaneous	system	of	the	two	partial	differential	equations
和	和	这	同时	系统	的	这	二	部分的	微分	方程式

[ʌv; əv][ðə; ði][fɜːrst]['ɔːrdər] ([aɪ] *) [fɔːr; fər][ðə; ði] [tuː] ['fʌŋkʃnz] [ænd; ənd][ʌv; əv][ðə; ði] [θriː] ['vɛriːəbəlz]

of	the	first	order	(	I	*	)	for	the	two	functions	and	of	the	three	variables
的	这	第一的	命令	(	我	*	)	为了	这	二	函数	和	的	这	三	变量

, ,

, ,

, ,

关于两个变量的函数的偏微分方程 (I) 和关于三个变量的两个函数和的两个一阶偏微分方程组 (I*)，

[ænd; ənd][stænd] [tɔːrd] [wʌn] [ə'nʌðər] [ɪn][ə; eɪ] [rɪ'leɪʃn] [ɪg'zæktli] [ə'næləgəs] [tuː; tə] [ðæt] [ɪn] [wɪtʃ]
and **stand** **toward** **one** **another** **in** **a** **relation** **exactly** **analogous** **to** **that** **in** **which**
和 站立 朝向 一 其他 在 一个 关系 确切地 类似的 到 那 在 哪个
[ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] ([wʌn]) [ænd; ənd] ([wʌn] *) [stʊd] [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ʌv; əv][ðə; ði]['sɪmp(ə)l]
the **differential** **equations** **(** **1** **)** **and** **(** **1** ***** **)** **stood** **in** **the** **case** **of** **the** **simple**
这 微分 方程式 (1) 和 (1 *) 站立 在 这 案件 的 这 简单的
['ɪntɪgrəl] .
integral **.**
不可缺少的 .

并且彼此相对而立，其关系与简单积分情况下微分方程 (1) 和 (1*) 之间的关系完全类似。

[ˌaɪ 'tiː] ['fɑːloʊz] [frʌm; frəm][ðə; ði][fækt] [ðæt] [ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [ɪz] [ˌɪndɪ'pendənt] [ʌv; əv][ðə; ði] [tʃɔɪs] [ʌv; əv]
It **follows** **from** **the** **fact** **that** **the** **integral** **is** **independent** **of** **the** **choice** **of**
它 跟随 从 这 事实 那 这 不可缺少的 是 独立的 的 这 选择 的
[ðə; ði] ['sɜːrfɪs] [ʌv; əv][ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] [ðæt]
the **surface** **of** **integration** **that**
这 表面 的 一体化 那

由此可知，积分与积分曲面的选择无关。

[ɪf] [wiː; wi] [θɪŋk] [ʌv; əv][ðə; ði] [raɪt] [hænd] ['ɪntɪgrəl] [æz; əz]['teɪkən]['oʊvər][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] ['sɜːrfɪs] [ʌv; əv]
if **we** **think** **of** **the** **right** **hand** **integral** **as** **taken** **over** **an** **integral** **surface** **of**
如果 我们 思考 的 这 正确的 手 不可缺少的 作为 已采取 超过 一个 不可缺少的 表面 的
[ðə; ði]['pɑːrʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz]
the **partial** **differential** **equations**
这 部分的 微分 方程式

如果我们把右侧的积分看作是在偏微分方程的积分曲面上进行的，那么

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[**Pg** **42** **]**
[页 -]

[第42页]

[ænd; ənd][wɪð; wɪθ][ðə; ði][help][ʌv; əv] [ðɪs] ['fɔːrmjələ][wiː; wi] [ə'raɪv] [æt; ət][wʌns][æt; ət][ðə; ði]['fɔːrmjələ]
and **with** **the** **help** **of** **this** **formula** **we** **arrive** **at** **once** **at** **the** **formula**
和 和 这 帮助 的 这 公式 我们 到达 在 一次 在 这 公式

借助这个公式，我们立刻就能得到公式

[wɪtʃ] [pleɪz] [ðə; ði] [seɪm] [roʊl][fɔːr; fər][ðə; ði][ˌveri'eɪʃ(ə)n][ʌv; əv] ['dʌb(ə)l] ['ɪntəgɹəłz] [æz; əz][ðə; ði]
which **plays** **the** **same** **rôle** **for** **the** **variation** **of** **double** **integrals** **as** **the**
哪个 演出 这 相同的 角色 为了 这 变化 的 双倍的 积分 作为 这
['priːviəsli] ['gɪv(ə)n]['fɔːrmjələ] ([fɔːr]) [fɔːr; fər]['sɪmp(ə)l]['ɪntəgɹəłz] .
previously **given** **formula** **(** **4** **)** **for** **simple** **integrals** **.**
之前 给定 公式 (4) 为了 简单的 积分 .

它对二重积分的变分起着与前面给出的简单积分公式（4）相同的作用。

[wɪð; wɪθ][ðə; ði][help][ʌv; əv] [ðɪs] ['fɔːrmjələ][wiː; wi][kæn; kən] [naʊ] ['ænsər] [ðə; ði]['kwestʃən] [haʊ] [fɑːr]
With **the** **help** **of** **this** **formula** **we** **can** **now** **answer** **the** **question** **how** **far**
和 这 帮助 的 这 公式 我们 能 现在 回答 这 问题 如何 远的
['dʒeɪkoʊbiz][kən'dɪʃ(ə)n][ɪn][kən'dʒʌŋkʃ(ə)n][wɪð; wɪθ] - [kən'dɪʃ(ə)n][ɪz] ['nesəseri] [ænd; ənd]
Jacobi's **condition** **in** **conjunction** **with** **Weierstrass's** **condition** **is** **necessary** **and**
雅各比的 状况 在 连词 和 - 状况 是 必要的 和
[sə'fɪʃ(ə)nt] [fɔːr; fər][ðə; ði] [ə'kɜːrəns] [ʌv; əv][ə; eɪ] ['mɪnɪməm] .
sufficient **for** **the** **occurrence** **of** **a** **minimum** **.**
充足的 为了 这 发生 的 一个 最低限度 .

借助这个公式，我们现在可以回答雅可比条件与魏尔斯特拉斯条件相结合，对于最小值的出现是必要且充分的这一问题。

[kə'nektɪd] [wɪð; wɪθ] [ðiːz] [di'veləpmənts] [ɪz][ðə; ði]['mɑːdɪfaɪd][fɔːrm][ɪn] [wɪtʃ] [ə; eɪ] . - ,
Connected **with** **these** **developments** **is** **the** **modified** **form** **in** **which** **A** **.** **Kneser** **,**
连接 和 这些 发展 是 这 修改的 形式 在 哪个 一个 . - ,

与这些发展相关的是 A. Kneser 的修改形式，

[-] [bɪ'gɪnɪŋ] [frʌm; frəm] ['ʌðər] [pɔɪnts] [ʌv; əv] [vju:] , [hæz; həz] [prɪ'zentɪd] - ['θi:əri] .

[53] beginning from other points of view , has presented Weierstrass's theory .

[-] 开始 从 其他 积分 的 看法 , 有 呈现 - 理论 .

[53] 从其他角度出发，提出了魏尔斯特拉斯的理论。

[waɪl] ['waɪərˌstrɑ:s] [ɪm'plɔɪd] [tu:; tə] [dɪ'raɪv] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kən'dɪʃ(ə)nz] [fɔ:r; fər] [ðə; ði] [ɪk'stri:m] ['vælju:z]

While Weierstrass employed to derive sufficient conditions for the extreme values

尽管 魏尔斯特拉斯 受雇 到 派生 充足的 状况 为了 这 极端 值

['ɪntɪgrəl] ['kɝ:vz] [ʌv; əv] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) [wɪtʃ] [pæs] [θru:] [ə; eɪ] [fɪkst] [pɔɪnt] ,

integral curves of equation (1) which pass through a fixed point ,

不可缺少的 曲线 的 方程 (1) 哪个 经过 通过 一个 固定的 观点 ,

魏尔斯特拉斯曾利用方程（1）推导出通过不动点的极值积分曲线的充分条件，

- [ɑ:n][ðə; ði] ['ʌðər] [hænd] [meɪks] [ju:z] [ʌv; əv] ['eni] ['sɪmp(ə)l]['fæməli] [ʌv; əv] [sʌtʃ] ['kɝ:vz] [ænd; ənd]

Kneser on the other hand makes use of any simple family of such curves and

- 在 这 其他 手 制作 使用 的 任何 简单的 家庭 的 这样的 曲线 和

[kən'strʌkts; 'kɑ:nstrʌkts][fɔ:r; fər] ['evri] [sʌtʃ] ['fæməli][ə; eɪ][sə'lu:ʃ(ə)n] ,

constructs for every such family a solution ,

构造 为了 每一个 这样的 家庭 一个 解决方案 ,

另一方面，Kneser 利用任意简单的曲线族，并为每组这样的曲线构造一个解。

[ˌker.ək.tə'rɪs.tɪk] [fɔ:r; fər] [ðæt] ['fæməli] ,

characteristic for that family ,

特征 为了 那 家庭 ,

这是该家族的典型特征

[ʌv; əv] [ðæt] ['pɑ:rʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [wɪtʃ] [ɪz][tu:; tə][bi:; bi] [kən'sɪdərd] [æz; əz][ə; eɪ]

of that partial differential equation which is to be considered as a

的 那 部分的 微分 方程 哪个 是 到 是 经过考虑的 作为 一个

[ˌdʒen(ə)rələ'zeɪʃ(ə)n][ʌv; əv][ðə; ði][jɑ:'koʊbi] - ['hæmɪltən] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .

generalization of the Jacobi - Hamilton equation .

概括 的 这 雅各比 - 汉密尔顿 方程 .

该偏微分方程可视为雅可比-哈密顿方程的推广。

[ðə; ði]['prɔ:bləms] ['menʃ(ə)nd] [ɑ:r; ər] ['mɪrli] ['sæmpəlz][ʌv; əv]['prɔ:bləms] , [jet] [ðeɪ] [wɪl] [sə'faɪs] [tu:; tə]

The problems mentioned are merely samples of problems , yet they will suffice to

这 问题 提及 是 仅仅 样品 的 问题 , 然而 他们 将要 足够了 到

[ʃoʊ] [haʊ] [rɪtʃ] ,

show how rich ,

展示 如何 富有的 ,

上述问题仅仅是问题的示例，但足以说明问题的丰富性。

[haʊ] ['mænɪfoʊld][ænd; ənd] [haʊ] [ɪk'stensɪv] [ðə; ði][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [ʌv; əv][tu:; tə] - [deɪ] [ɪz] ,

how manifold and how extensive the mathematical science of to - day is ,

如何 歧管 和 如何 广泛的 这 数学 科学 的 到 - 天 是 ,

当今的数学科学是多么丰富多彩、多么博大精深啊！

[ænd; ənd][ðə; ði] ['kwestʃən] [ɪz] ['ɜ:dʒd] [ə'pɑ:n][ˌju: 'es] ['weðər] [ˌmæθə'mætɪks] [ɪz] [du:md] [tu:; tə][ðə; ði]

and the question is urged upon us whether mathematics is doomed to the

和 这 问题 是 敦促 之上 我们 无论 数学 是 注定失败 到 这

[feɪt] [ʌv; əv] [ðoʊz] ['ʌðər] ['saɪənsəz, 'saɪənsɪz] [ðæt] [hæv; həv] [splɪt] [ʌp] ['ɪntu:] ['seprət] ['bræntʃɪz] ,

fate of those other sciences that have split up into separate branches ,

命运 的 那些 其他 科学 那 有 分裂 向上 进入 分离 分支 ,

于是，我们不禁要问：数学是否注定要像其他那些分裂成独立分支的科学一样，走向衰落？

[hu:z] [reprɪ'zentətɪv] ['skersli] [ˌʌndər'stænd] [wʌn] [ə'nʌðər] [ænd; ənd] [hu:z] [kə'nekʃ(ə)n] [bɪ'kʌmz]

whose representatives scarcely understand one another and whose connection becomes

谁 代表 几乎 理解 一 其他 和 谁 联系 变成

['evər] [mɔ:r] [lu:s] .

ever more loose .

曾经 更多的 松动的 .

双方代表之间几乎互不理解，彼此之间的联系也越来越松散。

[aɪ][duː][nɑːt] [bɪ'liːv] [ðɪs] [nɔːr] [wɪʃ] [ˌaɪ 'tiː] .
I do not believe this nor wish it .
我 做 不是 相信 这 也不 希望 它 .

我不相信这种事，也不希望它发生。

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [ɪz][ɪn][maɪ][ə'pɪnjən] [æn; ən] [ˌɪndɪ'vɪzəbl] [hoʊl] ,
Mathematical science is in my opinion an indivisible whole ,
数学 科学 是 在 我的 观点 一个 不可分割的 所有的 ,

在我看来，数学是一个不可分割的整体。

[æn; ən]['ɔːrgənɪzəm] [huːz] [vaɪ'tæləti][ɪz] [kən'dɪʃnd] [ə'pɑːn][ðə; ði] [kə'nekʃ(ə)n] [ʌv; əv][ɪts][pɑːrts] .
an organism whose vitality is conditioned upon the connection of its parts .
一个 生物 谁 活力 是 条件反射 之上 这 联系 的 它是 部分 .

生命力取决于各部分之间连接关系的生物体。

[fɔːr; fər][wɪð; wɪθ][ɔːl][ðə; ði][və'raɪəti][ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['nɑːlɪdʒ] ,
For with all the variety of mathematical knowledge ,
为了 和 全部 这 种类 的 数学 知识 ,

尽管数学知识种类繁多，

[wiː; wi][ɑːr; ər] [stɪl] ['klɪrli] ['kɑːnʃəs] [ʌv; əv][ðə; ði][ˌsɪmə'lærəti][ʌv; əv][ðə; ði]['lɑːdʒɪk(ə)l][dɪ'vaɪsɪz] ,
we are still clearly conscious of the similarity of the logical devices ,
我们 是 仍然 清楚地 有意识的 的 这 相似 的 这 逻辑 设备 ,

我们仍然清楚地意识到逻辑装置的相似性，

[ðə; ði] [rɪ'leɪʃ(ə)nʃɪp] [ʌv; əv][ðə; ði][aɪ'diːəz][ɪn][ˌmæθə'mætɪks][æz; əz][ə; eɪ] [hoʊl] [ænd; ənd][ðə; ði]
the relationship of the ideas in mathematics as a whole and the
这 关系 的 这 想法 在 数学 作为 一个 所有的 和 这
['nuːmərəs] [a'nælədʒiz][ɪn][ɪts] ['dɪfrənt] [dɪ'pɑːtmənts] .
numerous analogies in its different departments .
很多的 类比 在 它是 不同的 部门 .

数学整体中各种思想之间的关系，以及数学各个分支中众多类比之间的关系。

[wiː; wi]['ɔːlsoʊ]['noʊtɪs] [ðæt] , [ðə; ði]['fɑːrðər][ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['θiːəri] [ɪz] [dɪ'veləpt] ,
We also notice that , the farther a mathematical theory is developed ,
我们 还 注意 那 , 这 更远 一个 数学 理论 是 发达 ,

我们还注意到，数学理论发展得越深入，

[ðə; ði] [mɔːr] [hɑːr'moʊniəsli] [ænd; ənd]['juːnɪfɔːrmli] [dʌz] [ɪts] [kən'strʌkʃ(ə)n] [proʊ'siːd] ,
the more harmoniously and uniformly does its construction proceed ,
这 更多的 和谐地 和 均匀地 做 它是 建造 继续 ,

其建设工作进行得越和谐、越均匀，

[ænd; ənd] [ˌʌnsə'spektɪd] [rɪ'leɪʃnz] [ɑːr; ər] [dis'kləuzd] [bɪ'twiːn] [ˌhɪðər'tuː] ['seprət] ['bræntʃɪz] [ʌv; əv]
and unsuspected relations are disclosed between hitherto separate branches of
和 意想不到的 关系 是 披露 之间 迄今为止 分离 分支 的
[ðə; ði] ['saɪəns] .
the science .
这 科学 .

并揭示了此前各自独立的科学分支之间意想不到的联系。

[soʊ][ˌaɪ 'tiː] ['hæpənz] [ðæt] , [wɪð; wɪθ][ðə; ði][ɪk'stenʃ(ə)n][ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪks] ,
So it happens that , with the extension of mathematics ,
所以 它 发生 那 , 和 这 扩大 的 数学 ,

因此，随着数学的扩展，

[ɪts][ɔːr'gænɪk] ['kærəktər] [ɪz][nɑːt][lɔːst][bʌt; bət]['oʊnli]['mænifests][ɪt'self][ðə; ði] [mɔːr] ['klɪrli] .
its organic character is not lost but only manifests itself the more clearly .
它是 有机的 特点 是 不是 丢失的 但 仅有的 表现 本身 这 更多的 清楚地 .

它的天然特性并没有消失，反而更加明显地表现出来。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 43]
[页 -]

[第43页]

[bʌt; bət] , [wiː; wi][æsk] ,
But , we ask ,
但 , 我们 问 ,

但是，我们不禁要问，

[wɪð; wɪθ][ðə; ði][ɪk'stenʃ(ə)n][ʌv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['nɑːlɪdʒ] [wɪl] [ˌaɪ 'tiː][nɑːt]['faɪnəli] [bɪ'kʌm]
with the extension of mathematical knowledge will it not finally become
和 这 扩大 的 数学 知识 将要 它 不是 最后 变得
[ɪm'pɑːsəb(ə)l][fɔːr; fər][ðə; ði]['sɪŋg(ə)l][ɪn'vestɪgeɪtər] [tuː; tə] [ɪm'breɪs] [ɔːl] [dɪ'pɑːtmənts] [ʌv; əv] [ðɪs]
impossible for the single investigator to embrace all departments of this
不可能的 为了 这 单身的 研究者 到 拥抱 全部 部门 的 这
['nɑːlɪdʒ] ?
knowledge ?
知识 ?

随着数学知识的扩展，最终单个研究者是否不可能掌握这方面知识的所有分支呢?

[ɪn] ['ænsər] [let][ˌem 'iː] [pɔɪnt] [aʊt] [haʊ] ['θɜːrəli] [ˌaɪ 'tiː][ɪz] [ɪn'greɪnd] [ɪn][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [ðæt]
In answer let me point out how thoroughly it is ingrained in mathematical science that
在 回答 让 我 观点 出去 如何 彻底 它 是 根深蒂固 在 数学 科学 那
['evri] ['riːəl] [æd'væns] [goʊz][hænd][ɪn][hænd][wɪð; wɪθ][ðə; ði][ɪn'venʃ(ə)n][ʌv; əv] ['ʃɑːrpər] [tuːlz] [ænd; ənd]
every real advance goes hand in hand with the invention of sharper tools and
每一个 真实的 进步 去 手 在 手 和 这 发明 的 更锐利 工具 和
['sɪmpəlɚ, 'sɪmplɚ] ['meθədz] [wɪtʃ] [æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ə'sɪst] [ɪn] [ˌʌndər'stændɪŋ] ['ɜːrliər] ['θɪərɪz]
simpler methods which at the same time assist in understanding earlier theories
更简单 方法 哪个 在 这 相同的 时间 协助 在 理解 早些时候 理论
[ænd; ənd][kæst][ə'saɪd]['oʊldər] [mɔːr] ['kɑːmplɪkeɪtɪd] [di'veləpmənts] .
and cast aside older more complicated developments .
和 投掷 旁边 老 更多的 复杂的 发展 .

对此，我想指出，数学科学中根深蒂固的观念是，每一次真正的进步都伴随着更精准的工具和更简单的方法的发明，而这些工具和方法同时也有助于理解早期的理论，并摒弃以前更复杂的发展。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] ['ðerfɔːr] ['pɑːsəb(ə)l][fɔːr; fər][ðə; ði][ˌɪndɪ'vɪdʒuəl][ɪn'vestɪgeɪtər] ,
It is therefore possible for the individual investigator ,
它 是 所以 可能的 为了 这 个人 研究者 ,

因此，对于单个调查人员来说，这是有可能的。

[wen] [hiː; hi] [meɪks] [ðiːz] ['ʃɑːrpər] [tuːlz] [ænd; ənd]['sɪmpəlɚ, 'sɪmplɚ] ['meθədz] [hɪz; ɪz] [oʊn] ,
when he makes these sharper tools and simpler methods his own ,
什么时候 他 制作 这些 更锐利 工具 和 更简单 方法 他的 自己的 ,

当他将这些更锋利的工具和更简便的方法运用到自己的生活中时，

[tuː; tə][faɪnd][hɪz; ɪz] [weɪ] [mɔːr] ['iːzəli] [ɪn][ðə; ði] ['veriəs] ['bræntʃɪz] [ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] [ðæn; ðən][ɪz]
to find his way more easily in the various branches of mathematics than is
到 寻找 他的 方式 更多的 容易地 在 这 各种各样的 分支 的 数学 比 是
['pɑːsəb(ə)l][ɪn] ['eni] ['ʌðər] ['saɪəns] .
possible in any other science .
可能的 在 任何 其他 科学 .

与其他任何科学领域相比，他更容易在数学的各个分支中找到自己的方向。

[ðə; ði][ɔːr'gænɪk]['juːnəti][ʌv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] [ɪz] [ɪn'herənt] [ɪn][ðə; ði] ['neɪtʃər] [ʌv; əv] [ðɪs] ['saɪəns] ,
The organic unity of mathematics is inherent in the nature of this science ,
这 有机的 统一 的 数学 是 固有 在 这 自然 的 这 科学 ,

数学的有机统一性是这门科学本质所固有的。

[fɔːr; fər] [ˌmæθə'mætɪks] [ɪz] [ðə; ði] [faʊn'deɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ɔːl] [ɪg'zækt] ['nɑːlɪdʒ] [ʌv; əv] ['nætʃ(ə)rəl] [fə'nɑːmɪnə]

for	mathematics	is	the	foundation	of	all	exact	knowledge	of	natural	phenomena
为了	数学	是	这	基础	的	全部	精确的	知识	的	自然的	现象

.

:

.

因为数学是所有关于自然现象的精确知识的基础。

[ðæt] [ˌaɪ 'tiː] [meɪ] [kəm'pliːtli] [fʊl'fɪl] [ðɪs] [haɪ] ['mɪʃ(ə)n] ,

That	it	may	completely	fulfil	this	high	mission	,
那	它	可能	完全地	实现	这	高的	使命	,

愿它能圆满完成这项崇高的使命，

[meɪ] [ðə; ði] [nuː] ['sentʃəri] [brɪŋ] [ˌaɪ 'tiː] ['gɪftɪd] ['mæstərz] [ænd; ənd] ['meni] ['zeləs] [ænd; ənd]

may	the	new	century	bring	it	gifted	masters	and	many	zealous	and
可能	这	新的	世纪	带来	它	天才	大师	和	许多	热心	和

[ɪnˌθuːzi'æstɪk] [dɪ'saɪplz] .

enthusiastic	disciples	.
热情的	门徒	.

愿新世纪带来才华横溢的大师和众多热情洋溢的弟子。

[[ˌpiː 'dʒiː] -] [-]

[	Pg	44	]	[	51	]
[	页	-	]	[	-	]

[第 44 页][51]

[tekst] - [bʊks] : [mwaɪ'gnoʊ] - ['lɪndəˌlɑːf] , - [diː'ju]['kælkjʊl]['di'i'es][,veəriː'eiʃənz] , ['pærɪs] , - ,

Text	-	books	:	Moigno	-	Lindelöf	,	Leçons	du	calcul	des	variations	,	Paris	,	1861	,
文本	-	图书	:	莫尼奥	-	林德洛夫	,	-	杜	计算	德斯	变体	,	巴黎	,	-	,

[ænd; ənd][ə; eɪ] . - , ['lɛrˌbuːk] ['dɜː][,veəriː'eiʃənz] - ['rɛknʊŋ] , ['braʊnʃwaɪg] , - . [-]

and	A	.	Kneser	,	Lehrbuch	der	Variations	-	rechnung	,	Braunschweig	,	1900	.	[	52	]
和	一个	.	-	,	教材	德尔	变体	-	清算	,	布伦瑞克	,	-	.	[	-	]

教科书：Moigno-Lindelöf，Leçons du calcul desvariations，巴黎，1861 年，以及 A. Kneser，Lehrbuch der Variations-rechnung，Braunschweig，1900 年。[52]

[æz; əz] [æn; ən] [ˌɪndɪ'keɪʃ(ə)n] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['kɑːntents] [ʌv; əv] [ðɪs] [wɜːrk] ,

As	an	indication	of	the	contents	of	this	work	,
作为	一个	指示	的	这	内容	的	这	工作	,

作为对这部作品内容的概括，

[ˌaɪ 'tiː] [meɪ] [hɪr] [biː; bi] ['noʊtɪd] [ðæt] [fɔːr; fər] [ðə; ði] ['sɪmplɪst] ['prɔːbləms] - [di'raivz] [sə'fɪʃ(ə)nt]

it	may	here	be	noted	that	for	the	simplest	problems	Kneser	derives	sufficient
它	可能	这里	是	著名的	那	为了	这	最简单的	问题	-	衍生	充足的

[kən'dɪʃ(ə)nz] [ʌv; əv] [ðə; ði] [ɪk'striːm] ['iːv(ə)n] [fɔːr; fər] [ðə; ði] [keɪs] [ðæt] [wʌn] ['lɪmɪt] [ʌv; əv] [ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] [ɪz]

conditions	of	the	extreme	even	for	the	case	that	one	limit	of	integration	is
状况	的	这	极端	甚至	为了	这	案件	那	一	限制	的	一体化	是

['veriəb(ə)l] ,

variable	,
多变的	,

这里需要指出的是，对于最简单的问题，即使积分的一个极限是可变的，Kneser 也推导出了极值的充分条件。

[ænd; ənd] [im'plɔiz] [ðə; ði] ['envəloʊp] [ʌv; əv] [ə; eɪ] ['fæməli] [ʌv; əv] ['kɜːvz] ['sætɪsfaɪɪŋ] [ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

and	employs	the	envelope	of	a	family	of	curves	satisfying	the	differential
和	雇佣	这	信封	的	一个	家庭	的	曲线	令人满意	这	微分

[ɪ'kweɪʒənz] [ʌv; əv] [ðə; ði] ['prɑːbləm] [tuː; tə] [pruːv] [ðə; ði] [nə'sesəti] [ʌv; əv] ['dʒeɪkoʊbiz] [kən'dɪʃ(ə)nz] [ʌv; əv]

equations	of	the	problem	to	prove	the	necessity	of	Jacobi's	conditions	of
方程式	的	这	问题	到	证明	这	必要性	的	雅各比的	状况	的

[ðə; ði] [ɪk'striːm] .

the	extreme	.
这	极端	.

并利用满足该问题微分方程的曲线族的包络线来证明雅可比极值条件的必要性。

[mɔːr'oʊvər] ,
Moreover **,**
而且 ,

而且，

[ˌaɪ 'tiː][ʃʊd; ʃəd][biː; bi] ['noʊtɪst] [ðæt] - [ə'plaɪz] - ['θiːəri] ['ɔːlsoʊ][tuː; tə][ðə; ði]
it **should** **be** **noticed** **that** **Kneser** **applies** **Weierstrass's** **theory** **also** **to** **the**
它 应该 是 注意到 那 - 适用 - 理论 还 到 这
['ɪnkwəri; ɪn'kwaɪəri][fɔːr; fər][ðə; ði] [ɪk'striːm] [ʌv; əv] [sʌtʃ] ['kwɑːntətiz] [æz; əz][ɑːr; ər] [dɪ'faɪnd] [baɪ]
inquiry **for** **the** **extreme** **of** **such** **quantities** **as** **are** **defined** **by**
询问 为了 这 极端 的 这样的 数量 作为 是 定义 经过
[ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒənz] . [-]
differential **equations** **.** **[** **53** **]**
微分 方程式 . [-]

值得注意的是，克内瑟将魏尔斯特拉斯的理论应用于对微分方程定义的这类量的极值的研究。[53]

[ˌsiː'ef] .
Cf **.**
cf .

参见。

[hɪz; ɪz] [ə'bʌv] - ['menʃ(ə)nd] ['tekstbʊk] , § § - , - , - [ænd; ənd] - .
his **above** **-** **mentioned** **textbook** **,** **§** **§** **14** **,** **15** **,** **19** **and** **20** **.**
他的 多于 - 提及 教科书 , § § - , - , - 和 - .

他上面提到的教科书第 14、15、19 和 20 节。

[-] [noʊts]
TRANSCRIBER'S **NOTES**
转录员的 笔记

转录员笔记

['ɑːbviəs] [ˌtaɪpə'græfɪk(ə)l] ['erərz] [hæv; həv] [bɪn] ['saɪləntli] [tʃeɪndʒd] .
Obvious **typographical** **errors** **have** **been** **silently** **changed** **.**
明显的 印刷 错误 有 到过 默默 已更改 .

明显的拼写错误已被悄悄修改。

[ə; eɪ] ['teɪbl] [ʌv; əv]['kɑːntents][hæz; həz] [bɪn] ['ædɪd] [fɔːr; fər][ðə; ði] ['riːdɚz] [kən'viːniəns] .
A **table** **of** **contents** **has** **been** **added** **for** **the** **reader's** **convenience** **.**
一个 桌子 的 内容 有 到过 额外 为了 这 读者的 方便 .

为了方便读者，已添加目录。

©叶兴阳双语音标有声读物.本网站点所有英文书籍内容均来自公共领域资源。

经叶兴阳老师独家注音、翻译与重新排版，享有完整版权。未经授权禁止转载或商用。

听书破万卷
开口如有神